ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

අධ්‍යාපන, විද්‍යා සහ තාක්ෂණ අමාත්‍යාංශය
கல்வி, விஞ்ஞான மற்றும் தொழில்நுட்ப அமைச்சு
Ministry of Education,Science and Technology

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர)ப் 2024

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

- இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் **1 – 10**), **பகுதி B** (வினாக்கள் **11 – 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
- **பகுதி A :**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிக தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- **பகுதி B**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B** இன் விடைத்தாள்களுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக, இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் **பகுதி B ஐ மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(10) இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்		
பரிசீலித்தவர் :	1	
	2	
மேற்பார்வை செய்தவர்		

[பக். 2ஐப் பார்க்க

01. $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ எனவும் $\alpha \neq 0$ எனவும் கொள்க. $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு தொடரியொன்றின் $n+1$ ஆம் உறுப்பு $T_{(n+1)} = \alpha + \alpha(T_n - \alpha)$ மற்றும் $T_1 = \beta$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளன. எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும்$T_n = \alpha - (\alpha - \beta)\alpha^{(n-1)}$ எனகணிதத்தொகுத்தறிவு கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.

02. எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $y = \big|2 - |x-3|\big|$ இணைப் பரும்படியாக வரைக, அதிலிருந்து $1 - \big|2 - |x-3|\big| > 0$ ஆகுமாறுள்ள $x \in \mathbb{R}$ இன் பெறுமானத் தொடையை எழுதுக.

[பக். 3ஐப் பார்க்க

3. $\left|z - i\sqrt{2}\right| \leq 1$ என்ற சமனிலியைத் திருப்திசெய்யும் சிக்கலெண் Z ஐ வகைகுறிக்கும் பிரதேசம் Rஐ ஆகண்தளத்தில் நிழற்றிக் காட்டுக. அப்பிரதேசம் Rஇனுள் காணப்படும் $Re(z)$ உயர்வாகுமாறுள்ள சிக்கலெண்ணை $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ வடிவில் எழுதுக.

03. $a \in \mathbb{R}$, மற்றும் $n \in Z^+$ இற்கு $\left(\frac{ax}{\sqrt{2}} - 2x^{-1/3}\right)^n$ எனும் ஈருறுப்புவிரியில் x ஐச் சாராத உறுப்பு இருக்குமாறு n எடுக்கக்கூடிய இழிவுப்பெறுமானத்தைக் காண்க. n இன் இப்பெறுமானத்துக்கு x ஐச்சாராத அவ் உறுப்பு (-32) எனின் $a = \sqrt{2}$ எனக் காட்டுக.

[பக். 4ஐப் பார்க்க

04. $\lim_{x\to 0}\left[\frac{x(\sqrt[3]{1+4x}-(3x-1)^4)}{1-\cos 2\pi x}\right]=\frac{20}{3\pi^2}$ எனக் காட்டுக

05. $y=\tan^{-1}\left(\frac{-1}{x^2}\right)$ எனத் தரப்படின் $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க. $f(x)=\frac{2x}{x^4+1}$ எனும் வளையியி, $x=1,\ x=3$ ox அச்சுஎன்பவற்றால் அடைக்கப்படும் பிரதேசத்தின் பரப்பளவு $\frac{\pi}{4}-\tan^{-1}\left(\frac{1}{9}\right)$ சதுரஅலகுகள் எனக் காட்டுக.

[பக். 5ஐப் பார்க்க

06. k என்பது பூச்சியமல்லாத மெய் ஒருமையாக இருக்க வளையி C யின் பரமானச் சமன்பாடுகள் $x = k\cos 2\theta,\ y = 2\theta - \sin 2\theta$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. (இங்கு $0 < \theta < \pi$ பரமானமாகும்) பரமானம் θ ஆகவுள்ள புள்ளி C இன் படித்திறன் $\dfrac{-\tan\theta}{k}$ எனக் காட்டுக. $\theta = \dfrac{\pi}{3}$,$\theta = \dfrac{2\pi}{3}$ ஆகவுள்ள புள்ளிகளில் வளை$\theta \neq \frac{\pi}{2}$ இற்கு வரையப்படும் தொடலிகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தெனின் $k^2 = 3$ எனக் காட்டுக.

....

07. $l_0 \equiv y - 3x - 4 = 0$ என்க. l_0 இற்குச்சமாந்தரமாகபுள்ளி$(\alpha, 0)$இனூடாகச் செல்லும்,இங்கு $(\alpha \neq 0)$. l_1 என்ற கோடும், l_0 இற்குச் செங்குத்தாக உற்பத்தி O இனூடாகச் செல்லும் l_2 என்ற கோடும் P இல் இடைவெட்டுகின்றன. $|OP| = 1$ எனின் α இன் பெறுமானங்களைக் கண்டு l_1 இற்கு இருக்கக்கூடிய இரு நிலைகளுக்கும் ஒத்த சமன்பாடுகளை எழுதுக.

....

[பக். 6ஐப் பார்க்க

08. $S \equiv (x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$, $l \equiv y - mx - 1$ எனத் தரப்பட்டுள்ளன. வட்டம் S உம் கோடு l உம் ஒன்றையொன்று தொடுகின்றன. m எடுக்கக் கூடிய இரண்டு பெறுமானங்களையும் கண்டு, ஒவ்வொரு பெறுமானத்திற்கு ஒத்ததான l இன் இரு நிலைகளையும் மற்றும் வட்டம் S ஐயும் ஒரே Oxy அச்சுத் தொகுதியில் பரும்படியாக வரைக. அத்தொடலிகள் இரண்டுக்கும் இடையிலான கோணம் $\tan^{-1}\left(\frac{15}{8}\right)$ எனக் காட்டுக.

09. $a, b \in \mathbb{R}$, $ab < 0$ ஆகும் $\tan\theta = \frac{a}{b}$ என்க $\cos\theta = \frac{\pm|b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ எனக் காட்டி, $\cos\theta$ இன் அப் பெறுமானத்திற்கு ஒத்ததாக $\sin\theta$ இன் இரு கோவைகளை a, b சார்பில் பெறுக.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය Ministry of Education Ministry of Education

අධ්‍යාපන, විද්‍යා සහ තාක්ෂණ අමාත්‍යාංශය
கல்வி, விஞ்ஞான மற்றும் தொழில்நுட்ப அமைச்சு
Ministry of Education,Science and Technology

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர)ப் பரீட்சை -

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T I

பகுதி B

❖ **ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.**

11. (a) $p \in Z^+$ ஆகுமாறு $f(x) = p^{\frac{3}{2}}x^2 - 8x + 4\sqrt{p}$ என்க.

இருபடிச்சமன்பாடு $f(x) = 0$ ஆனது வேறுவேறான மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின் p இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

p இன் இப்பெறுமானத்துக்கு $g(x) = (1+p)x^2 + (3+p)x + p(3-p)$ ஆகுமாறு இருபடிச்சமன்பாடு $g(x) = 0$ இன் ஒரு மூலம் $-p$ இற்குச் சமனாகும் எனக் காட்டுக. மேலும் $\lambda \in \mathbb{Z}$ ஆகும்போது மேலே p இற்கான அதே பெறுமானத்திற்கு $\lambda g(x) - 2f(x) = 0$ இனால் தரப்படும் இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு $f(x) = 0$ இன் மூலங்களிலும் வேறுபட்டதான வேறான மெய் மூலங்கள் காணப்படுமாறு λ இன் இழிவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(b) $\lambda \in \mathbb{R}^+$ மற்றும் $a \in \mathbb{R}$ இற்கு $p(x) \equiv x^4 - ax^3 - 4x + 4a + 4$ இனால் தரப்படும் பல்லுறுப்பி $p(x)$ இனை $x^2 + a$ இனால் வகுக்கும் போது x ஐச் சாராத மீதி பெறப்படுமாயின் $|a| = 2$ எனக் காட்டுக.

மேலும் $x^2 + a$ என்பது $p(x)$ இன் ஒரு காரணி எனின், அப்போது $a = -2$ ஆக வேண்டும் என நிறுவுக.

$x^2 + a$ என்பது $p(x)$ இன் ஒரு காரணியாகும்.

போது $\frac{p(x)+4x^2+8x+8}{x^2+2} = x^2 + 2x + 2$ என்பதை உய்த்தறிக.

$a = -2$ ஆகும்போது $x^2 + a$ என்பது $p(x)$ இன் ஒரு காரணி என்பதை உய்த்தறிக.

மேலே பெற்ற a இன் மற்றைய பெறுமானத்திற்கு $p(x) - 16 = 0$ இன் எல்லா மெய் மற்றும் கற்பனை மூலங்களை எழுதுக.

12. (a) ஒரே மாதிரியான 4பைகளும், ஒரேமாதிரியான 6 கவராயப் பெட்டிகள், ஒரேமாதிரியான 10 புத்தகங்களையும் பத்து மாணவர்களிடம் பகிர்ந்தளிக்க வேண்டியுள்ளது.. ஒவ்வொரு மாணவனுக்கும் வெவ்வேறு வகையான இரு பொருட்கள் மட்டுமே கிடைக்குமாறு பொருட்கள் பகிரப்படல் வேண்டும்.

(i) வேறு விசேட மாற்றங்கள் இல்லாத போது,

(ii) ஒரு குறிப்பிட்ட மாணவர் பை வேண்டும் என்று கூறும்போது

(iii) ஒரு குறிப்பிட்ட மாணவர் பை வேண்டாம் என்று கூறும்போது

பகிர்ந்தளிக்கக் கூடிய வெவ்வேறு வழிகளைக் காண்க?

(iv) இங்குள்ள பைகள் மட்டும் வெவ்வேறு நிறங்களில் காணப்படின், தற்போது மேலே கேட்கப்பட்ட முறைகளில் பகிர்ந்தளிக்கும் வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

(b) முதலுறுப்பு 3 உம் பொது வித்தியாசம் 2 உம் கொண்ட கூட்டல் விருத்தியின் $n\left(n\in \mathbb{Z}^{+}\right)$ ஆம் உறுப்பு T_n இனை n சார்பில் எழுதுக.

$r\in \mathbb{Z}^{+}$ இற்கு $\dfrac{3}{1^2.2^2}+\dfrac{5}{2^2.3^2}+\dfrac{7}{3^2.4^2}+\cdots$ என்ற முடிவில் தொடரின் r ஆம் உறுப்பு Ur ஐ r சார்பில் எழுதுக.

$r\in \mathbb{Z}^{+}$ இற்கு $f(r)=\dfrac{Ar+B}{(r+1)^2}$ எனக் கொண்டு $f(r)-f(r-1)=U_r$ ஆகுமாறு A, B ஆகிய ஒருமைகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து $\sum_{r=1}^{n} U_r=1-\dfrac{1}{(n+1)^2}$ எனக் காட்டுக.

முடிவில் தொடர் $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்கும் எனநிறுவி, முடிவில் உறுப்புக்களின்கூட்டுத்தொகையைப் பெறுக.

$W_r=U_{(2r+1)}+U_{(2r+2)}$ ஆயின், $\lim_{n\to\infty} \sum_{r=1}^{n} W_r=\dfrac{1}{9}$ என நிறுவுக.

13\. (a) $P=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ எனத்தரப்படின் p^2 ஐக் காண்க.

இதிலிருந்து $Det(P)$ ஐப் **பயன்படுத்தாமல்** தாயம் P இற்கு நேர்மாறு உண்டு என்பதை உறுதிசெய்க. $P^{-1}=P$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, எல்லா $n\in \mathbb{Z}^{+}$ இற்கு $P^{(2n+1)}=P$ என உய்த்தறிக.

இப்போது P^T ஐ எழுதி, PP^T என்பது P^TP என்ற தாயத்தின் நேர்மாறு எனக் காட்டுக.

(b) $x, y\in \mathbb{R}$ மற்றும் $z, w \in \mathbb{C}$ ஆகவிருக்க $z=x+iy$ எனவும் $w=\overline{z}+iz$ எனவும் கொள்க. $a+ib$ வடிவில் w ஐ எழுதி $|w|=\sqrt{2}\left|Re(z)-Im(z)\right|$ எனக் காட்டுக.

அதன் தளத்தின் மீது z சிக்கலெண் ஆனது $|z+iz|=\sqrt{2}$ என்றவாறு ஒரு மாறியாக அமைகின்றது எனின், அப்போது z இன் ஒழுக்கு $y=-x-1$ அல்லது $y=-x+1$ என்பதால் தரப்படும் நேர்கோடு எனக் காட்டுக.

z ஆனது அக்கோடொன்றின் மீது மாறும் போது $|z|$ என்பதால் குறிக்கப்படும், சிக்கலெண்கள் இரண்டினையும் மட்டுவீசல் வடிவில் எழுதுக.

அந்த இரண்டு சிக்கலெண்களில் ஏதாவதொன்று z_0 ஆகவிருப்பின் $z_0^8=\dfrac{1}{16}$ என த மோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.

14\. (a) $x\neq -2$ ஆகவிருக்க, $f(x)=\dfrac{x^2+x}{(x+2)^2}$ என்க. $f(x)$ இன் பெறுதி $f'_{(x)}$ என்பது, $x\neq -2$ ஆகவிருக்க $f^1(x)=\dfrac{3x+2}{(x+2)^3}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து $f(x)$ இன் அதிகரிக்கும் ஆயிடைகள் மற்றும் $f(x)$ இன் குறையும் ஆயிடையைக்

காண்க. இப்போது $f''_{(x)}=\dfrac{-6x}{(x+2)^4}$ என்பதைப் பயன்படுத்தி $y=f(x)$ இனது வரைபின் விபத்திப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

அணுகு கோடுகள், திரும்பற் புள்ளி, y அச்சின் மீதுள்ள வெட்டுத்துண்டு என்பவற்றைக் காட்டி, $y=f(x)$ இனது வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

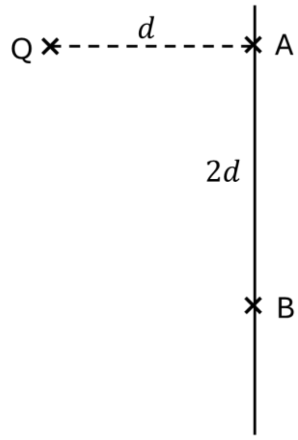
மேலே வரையப்பட்ட வரைபு மறை ஆகாமல் இருப்பதற்கு y அச்சின் மீது நேர் திசை வழியே மட்டும் மேற்கொள்ளவேண்டிய இடப்பெயர்ச்சி யாது?

அவ்வாறு பெறப்படும் வரைபுக்குரிய சார்பு $y=g(x)$ எனின், $g_{(x)}=\dfrac{9x^2+12x+4}{8(x+2)^2}$, $x\neq -2$

எனக் காட்டுக. அதன் இழிவுப் புள்ளி, விபத்திப் புள்ளி என்பவற்றை எழுதுக.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

(b) நேரான கடலோரத்தில் உள்ள A என்னும் புள்ளியிலிருந்து கடலோரத்திலிருந்து d தூரத்தில் கடலில் உள்ள புள்ளி Q வில் ஒரு மனிதன் இருக்கின்றான். புள்ளி A இலிருந்து கடலோரம் வழியாக $2d$ தூரத்தில் உள்ள புள்ளி B இல் அவரது வீடு அமைந்துள்ளது. (உருவைப் பார்க்க) அம்மனிதனுக்கு $u\text{kmh}^{-1}$ ஒருமைக் கதியில் நீந்த முடிவதோடு, $\sqrt{5}\,u\text{ kmh}^{-1}$ என்ற ஒருமைக் கதியில் நடக்க முடியும். மனிதன் அவரது வீட்டை இயன்றளவு சீக்கிரமாக அடையவேண்டுமெனின், அவர் கடற் கரையில் A, B இற்கு இடையில் B இலிருந்து $\frac{3d}{2}km$ தூரத்தில் உள்ள புள்ளிக்கு நீந்திச் சென்று பின்னர் வீட்டை அடைய வேண்டும் எனக் காட்டுக. வீட்டை அடைவதற்கு எடுக்கும் குறைந்த காலத்தைக் காண்க.



15. (a) $x \neq \frac{1}{3}$ ஆகவிருக்க, $F(x) = \frac{-9x^2+9x-1}{(3x-1)^2\left(9x^2-6x+2\right)}$ என்க. இப்போது எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கு, $-9x^2+9x-1 \equiv Ax\left(9x^2-6x+2\right)-(Ax+B)(3x-1)^2$ ஆகுமாறு A, B நிறைவெண்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து $F(x)$ ஐ பகுதிப் பின்னங்களாக எழுது, $\int F(x)\,dx$ ஐக் காண்க.

(b) $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right) \neq 0$ ஆயின் $y = \frac{1}{\cos x - \sin x}$ இற்கு $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(\frac{\sin x+\cos x}{\cos x-\sin x}\right)^2 dx = 2-\frac{\pi}{2}$ எனக் காட்டுக.

(c) $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ என நிறுவுக. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\tan x}{\tan x+\cot x}dx$ இற்கு வரையறுத்த தொகையீட்டுக்காக மேற்குறிப்பிட்ட பேறினைப் பயன்படுத்தி $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cot x}{\cot x+\tan x}dx = \frac{\pi}{4}$ எனக் காட்டுக.

16. $\lambda \in \mathbb{R}$ ஆகவிருக்க $l_0 = 4x+7y+\lambda = 0$ என்க. நேர்கோடு l_0 ஆனது புள்ளி $P(5.-3)$ இனூடு செல்லுமாயின் λ ஐக் காண்க. λ இன் இப்பெறுமானத்துக்கு, புள்ளி P இனூடுசெல்வதும், கோடு l_0 உடன் கோணம் $\frac{\pi}{4}$ இனை ஆக்கும் இரு நேர்கோடுகளின் படித்திறனைக் காண்க. அவற்றுள் படித்திறன் நேரான கோட்டை l_1 எனவும் படித்திறன் மறையாக உள்ள கோட்டை l_2 எனவும் கொள்க. கோடு l_1 மீதுள்ள யாதாயினும் ஒரு மாறும்புள்ளி Qவை பரமான முறையாக $(11t+5, 3t-3)$ என எழுதலாமெனக் காட்டுக. இங்கு t என்பது மெய்ப் பரமானமாகும். கோடு l_1 இன் மீது அமையும் அதேவேளை x, y அச்சுக்களின் மீது அமையாத ஒரு புள்ளி Q_0 இலிருந்து கோடு l_0 இற்குள்ள செங்குத்துத்தூரம் $\sqrt{65}$ அலகுகளாகும். எனின் Q_0 இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.
Q_0 ஐ மையமாகவும் ஆரை $r(r \in \mathbb{R}^+)$ ஐயும் உடைய யாதாயினுமொரு வட்டத்தின் சமன்பாட்டை r சார்பில் பெறுக. அவ்வட்டத் தொகுதியின் ஒரு வட்டம் S_0 ஐக் கருதுக. இது கோடு l_0 இல் 8 அலகு நீளமான நாணை வெட்டுகிறது. $S_0 = x^2+y^2+12(x+y)-9^2 = 0$ எனக் காட்டுக. P ஐ மையமாக கொண்ட வேறொரு வட்டம் S ஆனது வட்டம் S_0 ஐ நிமிர்கோணத்தில் வெட்டுகிறது. $S = (x-5)^2+(y+3)^2-139 = 0$ என நிறுவுக. S_0, S ஆகிய வட்டங்களின் பொது நாணின் சமன்பாடு யாது?

[பக். 10 ஐப் பார்க்க

17. (a) $k \in \mathbb{R}$ உம் $x \in \mathbb{R} - \{n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$ ஆகுமாறுள்ள சமன்பாடு $k\cos x + \cot x + 1 = \operatorname{cosec} x$ இனைக் கருதுக. $k^2\sin^2 x\cos^2 x - 2(k+1)\sin x\cos x = 0$ எனக் காட்டி x இன் தீர்வைப் பெறுக. இதிலிருந்து $x \neq (2n-1)\dfrac{\pi}{2};\ n \in \mathbb{Z}$ இற்கு $k\cos x + \cot x + 1 = \operatorname{cosec} x$ எனும் சமன்பாட்டிற்கு மெய்த் தீர்வுகள் காணப்படாதவாறு k இன் நிறைவெண் பெறுமானங்களின் தொடையை உய்த்தறிக.

(b) (i) $x \in [-1, 1]$ இற்கு
$\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \dfrac{\pi}{2}$ என நிறுவுக.

(ii) மேலும், $m \in \mathbb{R}$ ஆகுமாறு,

$(\sin^{-1}x)^3 + (\cos^{-1}x)^3 = m\pi^3$ எனத் தரப்படின்,
மேலே (i) இன் பேறினைப் பயன்படுத்தி

$$\left(\sin^{-1}x - \frac{\pi}{4}\right)^2 = \frac{\pi^2}{48}(32m - 1)$$ எனக் காட்டுக.

மேலும், $y = \sin^{-1}(x)$ என்ற சார்பின் வீச்சைக் கருத்திற் கொண்டு, $\dfrac{1}{32} \leqslant m \leqslant \dfrac{7}{8}$ என உய்த்தறிக.

***

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

அධ්‍යාපන, විද්‍යා සහ තාක්ෂණ අමාත්‍යාංශය
கல்வி, விஞ்ஞான மற்றும் தொழில்நுட்ப அமைச்சு
Ministry of Education,Science and Technology

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர) 2024

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

- இவ்வினாத்தாள் **பகுதி** A (வினாக்கள் 1 – 10), **பகுதி** B (வினாக்கள் 11 – 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
- **பகுதி** A :
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிக தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- **பகுதி** B
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி** A இன் விடைத்தாளானது **பகுதி** B இன் விடைத்தாள்களுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக, இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் **பகுதி** B **ஐ மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(10) இணைந்த கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்		
பரிசீலித்தவர் :	1	
	2	
மேற்பார்வை செய்தவர்		

[பக். 2ஐப் பார்க்க

1. ஒப்பமான கிடைத்தளமொன்றின் மீது $3m$ திணிவுள்ள ஒப்பமான கோளமொன்று வைக்கப்பட்டுள்ளது. கோளத்திற்கு கிடையாக கணத்தாக்கு I வழங்கப்படுகின்றது. பின்னர் கோளமானது தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள தடையொன்றுடன் செங்குத்தாக மோதிப் பின்னதைக்கின்றது. கோளத்திற்கும் தடைக்கும் இடையிலான மீளமைவுக் குணகம் $\frac{2}{3}$ ஆகும். கோளம் பின்னதைக்கும் வேகத்தைக் கண்டு $\frac{5I^2}{54m}$ மோதுகையின் காரணமாக ஏற்பட்ட இயக்கச் சக்தி நட்டம் எனக் காட்டுக.

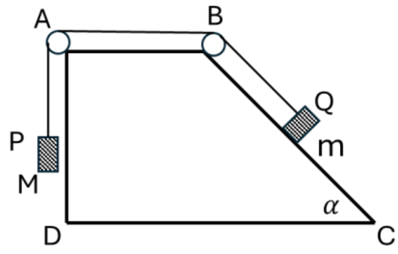
2. கிரிக்கட் துடுப்பாட்ட வீரரொருவர், கிடைத்தரையிலிருந்து h உயரத்தில் பந்து அமையும் போது அதனை அடிக்கின்றார். துடுப்பு பந்தை அடித்த பின் கிடையுடன் θ கோணச் சாய்வில் மேல்நோக்கி u வேகத்துடன் இயங்க ஆரம்பிக்கின்றது. பந்தின் கிடை வீச்சு R எனின்,

$$R < \frac{u\cos\theta}{g}\left(u\sin\theta + \sqrt{u^2\sin^2\theta + 2gh}\right)$$ எனக் காட்டி, பந்து தரையை அடிக்கும்போதுபோது அதன் நிலைக்குத்து வேகக் கூற்றினைக் காண்க.

[பக். 3ஐப் பார்க்க

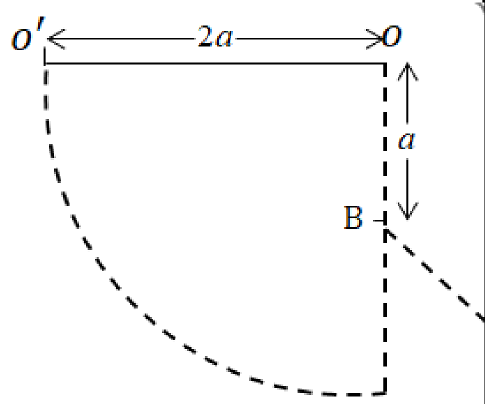
විභාග අංකය

3. நிலைத்த ஒப்பமான ஆப்பொன்றின் குறுக்கு வெட்டு $ABCD$ ஆகும். A, B இல் இரு ஒப்பமான கப்பிகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. நீளா இழையொன்றின் இரு அந்தங்களிலும் முறையே M, m திணிவுகள் கொண்ட P, Q என்னும் துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டு உருவில் காட்டியுள்ளவாறு கப்பிகளின் மீது இழை செல்கின்றது. தொகுதியானது மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகின்றது. இழையின் இழுவை $\dfrac{Mmg(1+\sin\alpha)}{M+m}$ எனக் காட்டி, கப்பி A இன் மீதான மறுதாக்கத்தைக் காண்க.



4. Mkg திணிவுள்ள மோட்டார் வண்டியொன்றின் எஞ்சினின் வலு HW ஆகும். கிடைப் பாதையொன்றில் சீரான கதி $2ums^{-1}$ இல் இயங்கும்போது பாதையின் தடை விசை $\frac{3Mg}{20}$ ஆகும். H காண்க. பாதையின் தடைவிசை மாறாதிருக்க, கிடையுடன் θ கோணத்தில் சாய்வான பாதையின் வழியே மேல்நோக்கி வண்டி அடையக்கூடிய உயர் வேகம் $\frac{3u}{5}$ ஆயின், θ ஐக் காண்க.

5. $2a$ நீளமுடைய இலேசான நீளா இழையின் ஒருமுனையில் m திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு மறுமுனை புள்ளி O இலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. தற்போது O வின் மட்டத்திலுள்ள $2a$ கிடைத்தூரத்திலுள்ள புள்ளி Q' இலிருந்து வேகம் $\sqrt{4ag}$ உடன் நிலைக்குத்தாக கீழ்நோக்கி எறியப்படுகிறது. இழை நிலைக்குத்தாக வரும் போது வேகம் $\sqrt{8ag}$ எனக்காட்டுக. இக்கணத்தில் O இலிருந்து a ஆழத்திலுள்ள புள்ளி B இலுள்ள தடைமீது இழைபட்டு அப்புள்ளி பற்றி நிலைக்குத்துவட்டத்தில் இயங்குகிறது. புள்ளி B இல் இழைபட்டதும் துணிக்கையின் வேகம் மற்றும் இழையின் இழுவை என்பவற்றைக் காண்க.



....

....

....

....

....

....

....

....

6. வழக்கமான குறியீடுகளிலான i, j அலகுக் காவிகளில் A, B, C ஆகிய மூன்று புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $(-2\underline{i}+\underline{j})$, $(2\underline{i}+4\underline{j})$, $5i$ என்பவற்றால் தரப்பட்டுள்ளன. AC இன் நடுப்புள்ளி D ஆகும். இன் D தானக் காவியைக் கண்டு, $A\hat{B}D=\frac{\pi}{4}$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

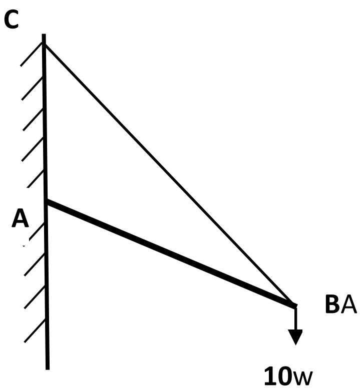
....

....

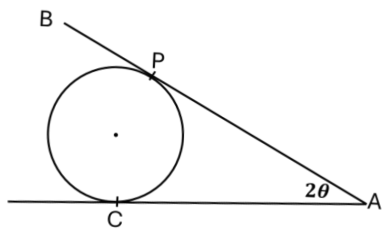
....

....

7. AB என்பது $2a$ நீளமும் 15W நிறையுமுள்ள ஒரு சீரான கோலாகும். அதன் முனை A ஆனது நிலைக்குத்துச் சுவரொன்றுடன் சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளதோடு B முனையுடன் இணைக்கப்பட்ட இலேசான நீளா இழையொன்று A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே உள்ள C என்னும் புள்ளியொன்றுடன் இணைக்கப்பட்டு, கோலானது கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் $\frac{\pi}{3}$ கோணச் சாய்வில் பேணப்படுகின்றது. அதே வேளை இழையானது கீழ்முகநிலைக்குத்துடன் $\frac{\pi}{6}$ கோணத்தை ஆக்குகின்றது.முனை B இல் 10Wநிறையொன்றும் இணைக்கப்பட்டுள்ள நிலையில் தொகுதி சமநிலையில் பேணப்படுன்றது. பிணையல் A இன் மீதுள்ள மறுதாக்கமானது கிடையுடன் ஆக்கும் சாய்வு $\left(\frac{1}{7\sqrt{3}}\right)$ எனக் காட்டுக.



8. r ஆரையும் W நிறையும் கொண்ட சீரான வளையமொன்று கரடான கிடைத்தளமொன்றின் மீது நிலைக்குத்தாக வைக்கப்பட்டுள்ளது. $4r$ நீளமும் W நிறையும் கொண்ட சீரான கோளொன்றின் முனை A ஆனது அதே கிடைத்தளத்தின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளியில் பிணைக்கப்பட்டு கோலின் P என்னும் புள்ளியில் வளையத்தைத் $\left(P\hat{A}C = 2\theta\right)$ தொடுமாறுசமநிலையில் பேணப்படுகின்றது. இலுள்தொடுகைஒப்பமானதுதொகுதியானதுஎல்லைச்சமநிலையில் அமையும்போதுACஇற்கும்வளையத்திற்கும்இடையிலான உராய்வுக்குணகத்தைக்காண்பதற்குப் போதுமான சமன்பாடுகளை எழுதுக.



9. A, B என்பன இரு சாரா நிகழ்ச்சிகளாகும். B' மூலம் B இன் நிரப்பு நிகழ்ச்சி குறிக்கப்படுகின்றது எனின்,

(i) A, B' என்பன (ii) A', B' என்பன

சாரா நிகழ்ச்சிகள் எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

10. $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ என்பன ஏழு நிறையெண் தரவுகளாகும். இத்தரவுகள் ஓர் ஏகபரிமாண உருமாற்றத்தின் மூலம் 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 எனக் கிடைக்கப் பெற்றன. அவற்றின் இடை 5 உம் மாறற்றிறன் 4 உம் ஆகும். தரவுத் தொகுதியின் உண்மை இடை 30 உம் மாறற்றிறன் 16 உம் ஆகும். $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ என்பவற்றைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 7ஐப் பார்க்க

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education M

අධ්‍යාපන, විද්‍යා සහ තාක්ෂණ අමාත්‍යාංශය

கல்வி, விஞ்ஞான மற்றும் தொழில்நுட்ப அமைச்சு

Ministry of Education,Science and Technology

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர்தர)ப் பரீட்சை - 2024

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

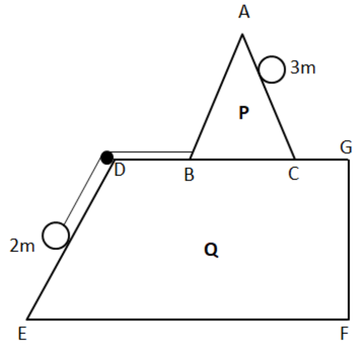
பகுதி B

ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11.(a) நேரான பாதையில் அமைந்துள்ள மூன்று புள்ளிகள் முறையே A, B, C எனத் தரப்பட்டுள்ளன. $AB = d$ kmஆகும். P என்னும் வண்டி B யில் ஓய்விலிருந்து பயணத்தை ஆரம்பித்து C ஐ நோக்கி $a$kmh^{-2} ஆர்முடுகலுடன் இயங்குகிறது. அதே கணத்தில் Q என்னும் வண்டி $u$kmh^{-1} வேகத்துடன் Aஇலிருந்து பயணத்தை ஆரம்பித்து $(a+2)kmh^{-2}$ ஆர்முடுகலுடன் Cஐ நோக்கி பயணிக்கின்றது. வண்டி P, புள்ளி Cஐஅடையும் அதே கணத்தில் வண்டி Q உம் Cஐ அடைகிறது. இரண்டு வண்டிகளின் இயக்கங்களுக்கான வேகநேர வரைபை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. வரைபிலிருந்து Qஆனது Pஐக் கடப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\frac{1}{2}\left(\sqrt{u^2+4d}-u\right)$ மணித்தியாலம் எனக் காட்டி AC இன் தூரத்தைக் காண்க. புள்ளி C யில் P, இனதும் Q இனதும் வேகங்களுக்கிடையிலான வித்தியாசம் $\sqrt{u^2+4d}$ எனவும் காட்டுக.

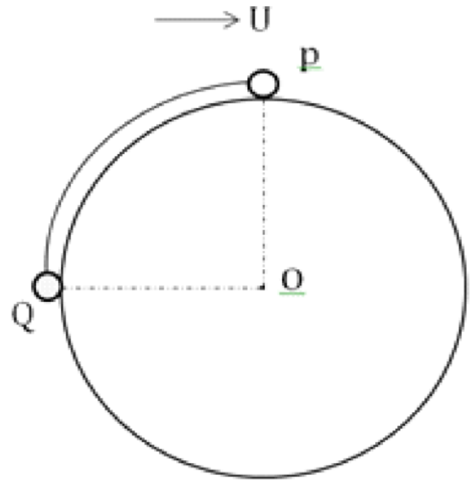
(b)அமைதியான கடலில் A எனும் கப்பல் வடக்குநோக்கி $ukmh^{-1}$ சீரான வேகத்துடன் பயணிக்கிறது. இக்கப்பலானது புள்ளி P ஐக் கடக்கும்போது புள்ளி P இலிருந்து வடகிழக்காக dkm தூரத்திலுள்ள துறைமுகம் Q இலிருந்து படகு B ஆனது சீரான வேகம் $vkmh^{-1}$ உடன் தெற்குடன் α கோணம் கிழக்காக புறப்படுவதைக் காண்கிறது.$\alpha < \frac{\pi}{4}$எனின்படகுB ஒருபோதும் கப்பல்A ஐப் பிடிக்காதுஎனக்காட்டுக.

$\alpha < \frac{\pi}{4}$ இல் கப்பல் A சார்பாக படகு B இன் வேகம் $V_0 kmh^{-1}$ எனின் V_0 இன் பருமனைக் காண்க. அத்துடன் அதன் சாய்வு தெற்குடன் $\left(\frac{vsinsin\,\alpha}{u+vcoscos\,\alpha}\right)$ மேற்காக எனக் காட்டுக. கப்பல் A ஆனது Rkm வீச்சுக்கு சைகைகளை பரிமாறக்கூடியது. படகு B ஆனது ஒருதடவை மட்டுமட்டாக சைகைகளைப் பெறமுடியும் எனின் $\sqrt{2}RV_0 = d\{u + v(cos\,cos\,\alpha - sin\,sin\,\alpha)\}$ எனக் காட்டுக.



12.(a) ABC, DEFG என்பன முறையே 3m, 5m திணிவுள்ள P, Q எனும் இரு ஒப்பமான சீரான ஆப்புகளின் திணிவுமையங்களினூடான நிலைக்குத்துக்குறுக்குவெட்டாகும். Q ஆனது ஒப்பமான கிடைமேசைமீது வைக்கப்பட்டுள்ள அதேவேளை P ஆனது அதன் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளது. DG, EF என்பன கிடையாகவும் $A\hat{C}B = \alpha$, $D\hat{E}F = \beta$ எனவும் கொள்க. இலேசான நீளா இழையின் ஒருமுனை புள்ளி D இலுள்ள கப்பியினூடு சென்று புள்ளி B உடன் இணைக்கப்பட்டு மறுமுனை DE இலுள்ள 2m திணிவுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. வேறொரு துணிக்கை m ஆனது AC மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. இழைகள் இறுக்கமாக இருக்க தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. தொகுதியின் ஆர்முடுகல் மற்றும் இழைகளிலுள்ள இழுவைகளைத் துணிவதற்கான சமன்பாடுகளை எழுதுக.

(b) $5m$, m திணிவுள்ள P, Q எனும் இரு துணிக்கைகள்



நீளமுள்ள நீளாஇழையின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை P ஆனது மையம் O உம் a ஆரையுமுடைய நிலையான கோளத்திள் அதிஉயர் புள்ளியிலும் Q ஆனது மையம் O உடன் ஒரேமட்டத்தில் இருக்குமாறு இழைகள் கோளத்தின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை P இற்கு QP திசையில் வேகம் u உடன் இயங்குமாறு ஒரு கணத்தாக்கு வழங்கப்படுகிறது. OP ஆனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் போது கோணவேகம்

$\dot{\theta}$எனின் எனக்காட்டுக. இதிலிருந்து கோளத்தினால் P இற்கு வழங்கப்படும் மறுதாக்கும் மற்றும் இழைகளின் இழுவை மற்றும் மையம்நோக்கிய ஆர்முடுகல் என்பவற்றைக் காண்க.

13.(a) இயற்கை நீளம் a உடைய இலேசான நீளா இழையொன்றின் ஒருமுனை நிலைத்தபுள்ளி O இற்கு இணைக்கப்பட்டு மறுமுனையில் m திணிவுடைய துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டுள்ளது. P ஆனது O இல் பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக விழவிடப்படுகிறது. P ஆனது அதியுயர் ஆழம் $(2+\sqrt{3})a$ வரை செல்லமுடியும் எனின் இழையின் மீள்தன்மை மட்டு mg எனக்காட்டுக. தற்போது துணிக்கை P ஆனது புள்ளி O இல் பிடிக்கப்பட்டு நிலைக்குத்தாக கீழ்நோக்கி வேகம் v உடன் எறியப்படுகிறது. P ஆனது புள்ளி O இற்குக் கீழே a ஆழத்திலுள்ள புள்ளியினூடு செல்லும் போது அதன் வேகத்தைக் காண்க. அத்துடன் துணிக்கை அடையக்கூடிய அதிகூடிய ஆழம் $a+l$ எனின் l இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. துணிக்கை புள்ளி A இனைக்கடந்து இயங்கும் போது நீட்சி $x(0 \leq x \leq l)$ ஆகும்போது

$$\ddot{x}+\frac{g}{a}(x-a)=0$$

துணிக்கையின் இயக்கசமன்பாடு எனக் காட்டுக.

$y=x-a$ எனும் பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி $-a \leq y \leq l-a$ இற்கு மேலுள்ள இயக்க சமன்பாட்டை $\ddot{y}+\omega^2 y=0$ எனும் வடிவில் எழுதுக. இங்கு $\omega=\sqrt{\frac{g}{a}}$ மேலுள்ள எளிமைஇசை இயக்கத்தின் இயக்கமையத்தைக் காண்க. மற்றும் சமன்பாடு $\dot{y}^2=\omega^2(c^2-y^2)$ இணைப்பயன்படுத்தி வீச்சம் c இனைக்காண்க. துணிக்கை P ஆனது புள்ளி O இல் எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து அதிதாழ்புள்ளியை அடையும் கணம்வரைக்குமான நேரம்

$$\sqrt{\frac{a}{g}}\left\{\pi-cos^{-1}\left(\frac{a}{l-a}\right)-\frac{v}{\sqrt{ag}}+\sqrt{\frac{v^2}{ag}+2}\right\}$$

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

14.(a) $\underline{a}$, $\underline{b}$ என்னும் இரு காவிகளின் குற்றுப்பெருக்கம் $\underline{a}.\underline{b}$ ஐ வரையறுக் [பக். 9 ஐப் பார்க்க

$\underline{a}.\underline{a} = |\underline{a}|^2$ என்பதை உய்த்தறிக.

$\underline{a}$, $\underline{b}$ என்பன யாதேனும் இரு காவிகள் எனின் பரம்பல் விதியைப் பயன்படுத்தி

$|\underline{a} + \underline{b}|^2 = |\underline{a}|^2 + 2(\underline{a}.\underline{b}) + |\underline{b}|^2$ எனக் காட்டுக.

$|\underline{a} - \underline{b}|^2$ இற்கு உரிய ஒத்த கோவையை எழுதுக.

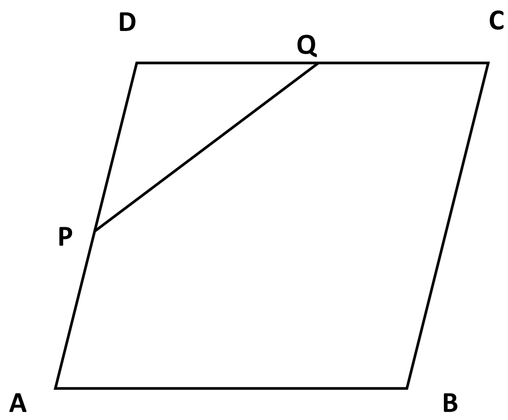
$|\underline{a} + \underline{b}|^2 = |\underline{a} - \underline{b}|^2$ எனின், $\underline{a}$, $\underline{b}$ செங்குத்தெனக் காட்டுக.இதிலிருந்து, இணைகரமொன்றின் மூலைவிட்டங்கள் சமமெனின், அது ஒரு செவ்வகம் எனக் காட்டுக.

(b) பக்க நீளம் a உடைய ஒழுங்கான அறுகோணி $ABCDEF$ இல் பக்கங்கள் $BA, AD, CD, DE, EA, EB, FE$ வழியே எழுத்துஒழுங்கினால் குறிக்கப்படும் திசைவழியே முறையே $2P, 2\sqrt{3}P, \mu P, \sqrt{3}P, 3P, 4P, \lambda P$ விசைகள் தாக்குகின்றன.

(i) தொகுதி இணைக்கு ஒடுங்கின் $\lambda = \mu$ எனக் காட்டி அதன் பெறுமானத்தைக்காண்க. அத்துடன் இணையின் திருப்பத்தைக் காண்க.

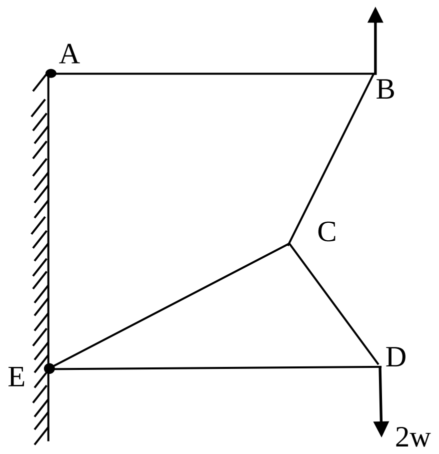
(ii)தொகுதி AD வழியேயான தனிவிசையாக ஒடுங்கின் λ, μ இன்பெறுமானத்தைக் காண்க. அத்துடன் விளையுள்விசையின் பருமனையும் காண்க.

(iii)பகுதி(ii) இல் பெறப்பட்ட λ, μ இன் இப்பெறுமானத்துக்கு தொகுதிக்கு மேலதிக விசை புள்ளி B இனூடாக தொழிற்படுமாறு சேர்க்கப்படுகிறது. தற்போது தொகுதி $DCBA$ வழியேயான இணைக்கு ஒடுங்கின் சேர்க்கப்பட்ட மேலதிக விசையின் பருமன் திசை என்பவற்றைக் கண்டு இணையின் பருமனையும் காண்க.



15. (a) நீளம் 2a உம் நிறை w உம் உடைய நான்கு சீரான கோல்கள் அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு சட்டப்படல் தொகுதி ஆக்கப்பட்டுள்ளது. கோல்கள் AD, CD இன் நடுப்புள்ளிகள் P, Q இனை நீளா இழையினால் இணைக்கப்பட்டு $B\hat{A}D = 60^0$ ஆகுமாறு பேணப்படுகிறது. சட்டப்படல் தொகுதி $ABCD$ ஆனது AB கிடையாக இருக்குமாறு புள்ளிகள் A, B இல் ஒப்பமான முளைகள் மீது சமநிலையில் உள்ளது. முளைகள் A, B இலுள்ள மறுதாக்கங்களைக் காண்க. அத்துடன் மூட்டுக்கள் C, D இலுள்ள மறுதாக்கம் மற்றும் இழையிலுள்ள இழுவைகளைத் துணிவதற்கான போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

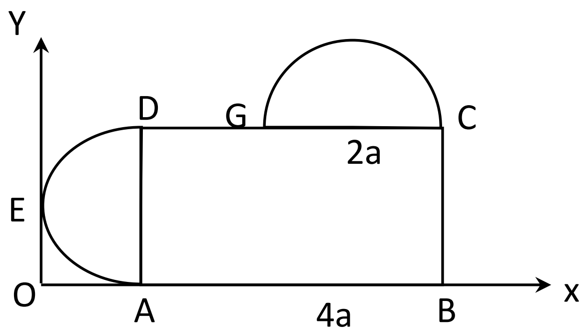
(b) உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள $ABCD$ என்னும் சட்டப்படல் இலேசான 5 கோல்களினால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது. A, E முனைகள் நிலைக்குத்தான சுவரொன்றுடன் பிணைக்கப்பட்டுள்ளன. AB, ED என்பன இடையாகவும், $A\hat{B}C = 60^\circ$, $E\hat{C}D = 90^\circ$, $C\hat{D}E = 60^\circ$ உம் ஆகும். B இல் P என்னும் விசை பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. D இல் $2w$ நிறையொன்று தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. போவின் குறிப்பீட்டைப்பயன்படுத்தி தகைப்புவரிப்படம் வரைந்து கோல்களிலுள்ள தகைப்புக்களைக்கண்டு இழுவையா, உதைப்பா எனக் குறிப்பிடுக. இதிலிருந்து விசை P இன் பருமனைக் காண்க.



16. ஆரை r உம் மையம் O உம் கொண்ட சீரான அரைவட்ட வில்லின் திணிவு மையமானது r இலிருந்து $\frac{2r}{\pi}$ தூரத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, ஆரை r உம் மையம் r உம் கொண்ட சீரான அரைவட்ட அடரொன்றின் திணிவு மையம் O இலிருந்து $\frac{4r}{3\pi}$ தூரத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக.

கீழே உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு $ABCD$ செவ்வக வடிவான சீரான அடருடன், a ஆரையுள்ள அரைவட்ட அடர் ADE ஆனது AD உடன் மேற்பொருந்துமாறு சேர்க்கப்படும் அதேவேளை வட்டவில் CFG ஆனது பக்கம் CD உடன் பொருத்தப்பட்டுள்ளது.



அடர்களின் மேற்பரப்பு அடர்த்தி ρ ஆவதோடு, கம்பியின் அலகு நீளத் திணிவு $a\rho$ உம் ஆகும். இவ் அமைப்பின் திணிவு மையம் oy இலிருந்து $\underline{x}$ தூரத்திலும், ox இலிருந்து $\underline{y}$ தூரத்திலும் அமைகின்றது.

, எனக் காட்டுக.

அமைப்பை E இல் தொங்கவிடும்போது AD ஆனது நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் சாய்வைக் காண்க.

17. (a) நிறத்தைத் தவிர அனைத்துவகையிலும் ஒரேமாதிரியான ஐந்து கறுப்பு பந்துகளும் ஏழு வெள்ளைப்பந்துகளும் இரு பைகள் A, B என்பன சம எண்ணிக்கையான பைகளைக் கொண்டுள்ளன. பை A வேறுபட்ட நிறங்களைக்கொண்டுள்ளன.

தற்போது 1,2,3,4,5 வரை இலக்கமிடப்பட்ட ஐந்து மட்டைகளில் இருந்து எழுமாற்றாக எடுக்கப்படுகிறது.

[பக். 11ஐப் பார்க்க

ஒற்றை எண்பெறப்படும் போது பை A இலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்பட்டு பை B இல் இடப்படுகிறது. பின்னர் பை B இலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்பட்டு கலர்குறிக்கப்படுகிறது.

இரட்டை எண் பெறப்படும்போது பை B இலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்பட்டு பின்னர் பை A இனுள் இடப்படுகிறது. பின்னர் பை A இலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்பட்டு நிறம் குறிக்கப்படுகிறது.

(i)இரண்டாம் தடவை எடுக்கப்பட்ட பந்து வெள்ளையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii)இரண்டாம் தடவை எடுக்கப்பட்ட பந்து கறுப்பெனத் தரப்படின் இரட்டை எண் கிடைக்கப்பட்டதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(b) கணிதப் பாட பரீட்சைக்கு 100 மாணவர்கள் தோற்றியதோடு அவர்களில் 30 பேர் சித்தியடையவில்லை. சித்திப் புள்ளி 30 ஆக இருந்ததோடு சித்தியடைந்தோரின் புள்ளிப் பரம்பல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

புள்ளி	மாணவர் எண்ணிக்கை
30-40	5
40-50	10
50-60	15
60-70	30
70-80	5
80-90	5

பொருத்தமான உருமாற்றத்தைப்பயன்படுத்தி இடை மற்றும் மாறற்றிறன்களைக் கணிக்க.

சித்தியடைந்தோரின் இடை, மாறற்றிறன் என்பவற்றைக் கணிக்க.

சித்தியடையாத 30 மாணவர்களும் அடங்கலாக 100 மாணவர்களினதும் புள்ளிகளின் இடை, நியமவிலகல் முறையே 48, 21.5 எனின், சித்தியடையாத மாணவர்களின் புள்ளிகளின் இடை, மாறற்றிறன் என்பவற்றைக் காண்க.

குறிப்பு : $\sigma_z{}^2 = \frac{n\sigma_x{}^2+m\sigma_y{}^2}{m+n} + \frac{n(\underline{x}-\underline{z})^2+m(\underline{y}-\underline{z})^2}{m+n}$ இங்கு $\sigma_z{}^2$ – இணைந்த மாறற்றிறன் இணைந்த இடை

$x_1, x_2, \ldots x_n$ ஆகிய தரவுகளின் , $\overline{x}$ இடை ,$\sigma_x{}^2$ – மாறற்றிறன்

$y_1, y_2, \ldots y_m$ ஆகிய தரவுகளின், $\overline{y}$ இடை , $\sigma_y{}^2$ –மாறற்றிறன்

***