மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம் - வடமாகாணம்

இடைத் தவணைப் பரீட்சை – மே 2017

தரம் :- **13 (2017)**	இணைந்தகணிதம் – I	நேரம்:-3.00மணித்தியாலங்கள்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதிA இன் எல்லாவினாக்களுக்கும் விடைஎழுதுக. ஒவ்வொருவினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின்,நீர்மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதிB இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத்திரம் விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டநேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதிAஆனதுபகுதிBயிற்குமேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சைமண்டபமேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதிBயைமாத்திரம் பரீட்சைமண்டபத்திலிருந்துவெளியேஎடுத்துச் செல்வதற்குஅனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம் - I		
பகுதி	**வினாஎண்**	**கிடைத்தபுள்ளிகள்**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்தகணிதம் I	
இணைந்தகணிதம் II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

எல்லாவினாக்களுக்கும் விடைதருக

பகுதி - A

01) கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்திஎல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $n^3 + 11n$ ஆனது 6 இனால் வகுபடத்தக்கதென நிறுவுக.

02) சமனிலி $|5 - 2x| > 3 - 2x$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

03) ஒரேஆகன் வரிப்படத்தில்

(i) $Arg(z + i) = \frac{\pi}{4}$ (ii) $Re(z - 4) = 1$

ஆகியவற்றைதிருப்தியாக்கும் சிக்கலெண் z ஐ வகைகுறிக்கும் புள்ளிகளின் ஒழுக்குகளைப் பரும்படியாகவரைந்து இவ்வொழுக்கின் வெட்டுப்புள்ளியினால் வகைகுறிக்கப்படும் சிக்கலெண்ணைக் காண்க.

04) $MULTIPLE$ என்ற சொல்லில் உள்ள எல்லா எழுத்துக்களையும் எடுத்து செய்யத்தக்க வரிசை மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

இவற்றுள் இரு L கள் ஒருமித்து இருக்கும் எண்ணிக்கை யாது?

அவைமுதலில் இருக்கும் எண்ணிக்கையாது?

05) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^3 x}{\sqrt{x^2+9}-3} = 9$ எனக் காட்டுக.

....

....

06) $y = 5x^2$, $y = 2x^2 + 3$ ஆகிய இரு வளையிகளையும் ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. இரு வளையிகளினாலும் உள்ளடக்கப்பட்ட பிரதேசத்தின் பரப்பளவு 4 சதுர அலகுகள் எனக் காட்டுக.

....

....

07) வளையிC இன் சமன்பாடு $x^2 + xy + y^2 = k$ ஆகும். இங்கு k மாறிலி. $\frac{dy}{dx}$ ஐ x, y சார்பில் காண்க. வளையி C ஆனது y அச்சிற்கு சமாந்தரமான தொடலிகளை கொண்டிருப்பின் $3y^2 = k$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

08) ஒரு இணைகரத்தின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகள் $2x + 3y = 0$, $2x + 3y - 5 = 0$, $3x - 4y = 0$, $3x - 4y - 3 = 0$ ஆகும். உற்பத்தியினூடு செல்லும் இவ் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

09) உற்பத்திO இலிருந்து $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ இற்கான தொடலிகள் OA, OB ஆகும். Pஎன்பது வட்டத்தின் மையம் ஆகும். நாற்பக்கல் $OAPB$ இன் பரப்பளவைக் காண்க.

10) $O < x < \frac{\pi}{2}$என்னும் வீச்சினுள் சமன்பாடு $\cos 3x + \cos 2x = \sin\frac{3x}{2} + \sin\frac{x}{2}$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

பகுதி- B

விரும்பியஐந்துவினாக்களுக்கு மட்டும் விடைதருக

11) (a) இருபடிச் சமன்பாடு $(2b^2-a^2)x^2+6abx+2(a^2+b^2)=0$ இன் மூலங்கள் கற்பனையானவை ஆக இருந்தால் இருந்தால் மாத்திரம் இருபடிச் சமன்பாடு $ax^2+2bx+2a=0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவையும் வேறுவேறானவையும் எனக் காட்டுக.

$ax^2+2bx+2a=0$இன் மூலங்கள் α,β எனக் கொள்வோம். $\alpha(\alpha+1)$, $\beta(\beta+1)$ என்பவற்றை மூலங்களாகவுடைய இருபடிச் சமன்பாட்டை a,b இன் உறுப்புகளில் காண்க.

(b) $a,b,c\in\mathbb{R}$எனவும் $f(x)\equiv ax^3+bx+c$ எனவும் கொள்வோம். $f(x)$ ஐ $x-2$, $x+1$, $x+3$ இனால் வகுக்க வரும் மீதிகள் முறையே $1,2,-4$ எனின் a,b,c இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.
சமன்பாடு$f(x)=0$ இன் மூலங்களைக் காண்க.

12) (a) $\frac{2.1^2-1}{1.3}+\frac{2.2^2-1}{3.5}+\frac{2.3^2-1}{5.7}+$......... என்றதொடரிக் rஉம் உறுப்புU_r ஐ எழுதுக. U_r ஐ பகுதிப் பின்னங்களாக்குக. இதிலிருந்து$\sum_{r=1}^{n}U_r=\frac{1}{4}\left\{2n-1+\frac{1}{2n+1}\right\}$ எனக் காட்டுக.தொடர் ஒருங்குமா காரணம் தருக

(b) தொடர் ஒன்றின் r ஆம் உறுப்பு$U_r=\frac{1}{(n-r+1)(n-r+2)(n-r+3)}$ எனக் கொள்வோம்;
இங்கு$n\in\mathbb{Z}^+$ ஆகும்.
$U_r=V_r-V_{r-1}$ ஆகுமாறு V_r ஐக் காண்க.
$$\sum_{r=1}^{n}U_r=\frac{1}{4}-\frac{1}{2(n+1)(n+2)}$$ எனக்காட்டுக.
இதிலிருந்து
$$\sum_{r=1}^{2n}\frac{1}{r(r+1)(r+2)}$$ ஐக் காண்க.

13) (a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ஓர் 2×2 தாயமெனக் கொள்வோம். தாயம் A^2 ஐக் காண்க. $A^2 - 5A + 7I = 0$ எனக் காட்டுக.

இங்குI ஆனது 2×2 சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

இதிலிருந்து $A^3 = 18\,A - 35I$ எனக் காட்டுக.

$(18\,I - A^2)^{-1} = \frac{1}{35}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ என்பதை உய்த்தறிக.

(b) Z_1 , Z_2 , Z_3என்னும் சிக்கலெண்கள் ஆகன்வரிப்படத்தில் P_1, P_2, P_3என்னும் புள்ளிகளினால் வகைகுறிக்கப்படுகின்றன. $\frac{Z_1 - z_3}{Z_2 - z_3} = \frac{1+\sqrt{3}\boldsymbol{i}}{2}$ எனின் $P_1P_2P_3$ ஓர் சமபக்க முக்கோணி எனக் காட்டுக.

(c) $Z \in C$ எனவும் $\omega = \frac{2}{1+\boldsymbol{i}} + \frac{10\,Z}{3+\boldsymbol{i}}$எனவும் கொள்வோம். $Im\,(\omega) = -1$எனவும் $|\omega - 1 + \boldsymbol{i}| = 10$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. $Z = \pm(3 + \boldsymbol{i})$எனக் காட்டுக.

14) (a) $x \neq \pm 1$ இற்கு $f(x) = \frac{(x-4)^2}{(x^2-1)}$ எனக் கொள்வோம்.

$f'(x) = \frac{2(x-4)(4x-1)}{(x^2-1)^2}$எனக் காட்டுக.

சார்பின் திரும்பற் புள்ளிகளையும் அணுகுகோடுகளையும் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபை பருமட்டாக வரைக.

(b) $ABCD$என்பது ஓர் செவ்வகம் $AB = a\,m$ $BC = b\,m$ ஆகும். Pஎன்னும் புள்ளி CD இல் ஒருமாறுகின்றபுள்ளியாகும். $PA^2 + PB^2$ இழிவாகுமாறு P இன் நிலையைக் காண்க.

15) (a) $t = \tan\frac{\theta}{2}$ எனும்பிரதியீட்டைப்பயன்படுத்தி$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{3+5\cos\theta}\,d\theta = \frac{1}{4}\ln 3$ எனக்காட்டுக.

$P = \frac{5\sin\theta}{3+5\cos\theta}$எனின்$\frac{dp}{d\theta} = \frac{16}{(3+5\cos\theta)^2} + \frac{3}{(3+5\cos\theta)}$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(3+5\cos\theta)^2}\,d\theta$ ஐக் காண்க.

(b) $\frac{3x+1}{(x^2-4)\,(x+2)}$ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாகஎடுத்துரைத்து இதிலிருந்து $\int \frac{3x+1}{(x^2-4)\,(x+2)}\,dx$ஐக்காண்க.

(c) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி$\int x^2 \sin x\;dx$ ஐக்காண்க.

16) (a) (α , β) எனும் புள்ளியிலிருந்து $ax + by + c = 0$ இற்கான செங்குத்துத்தூரம் $\frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$எனக் காட்டுக.

$A(0,0),\ B(-3,-1),\ C\,(-1,-3)$என்பன $\Delta\, ABC$ இன் உச்சிகள் ஆகும். BC இற்கு சமாந்தரமாக $AB,\ AC$ ஐ இடைவெட்டுவதும் உற்பத்தியிலிருந்தான தூரம் $\frac{1}{2}$ ஆகவுமுள்ளகோட்டின் சமன்பாடு $x + y + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$ எனக் காட்டுக.

(b) $S_1 \equiv x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c\,,\quad S_2 \equiv x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2$ ஆகும்.$S_1 = 0,\ S_2 = 0$என்னும்வட்டங்கள்இடைவெட்டும்புள்ளியினூடு செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு$S_1 + \lambda S_2 = 0$ என நிறுவுக. $\lambda \neq -1$ ஆகவுள்ள - பரமானம்

$x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0,\ x^2 + y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$ என்னும் வட்டங்கள் இடைவெட்டும் புள்ளியினூடு செல்வதும் $2x - y + 3 = 0$ என்னும் கோட்டை தொடுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

17) (a) $a, b \in |R^+$எனவும் $a < b$ எனவும் கொள்வோம்.

$\tan\left[\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{a}{b}\right] + \tan\left[\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{a}{b}\right] = \frac{2b}{a}$எனக் காட்டுக.

(b) $A + B + C = \pi$எனின் $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4\sin A \sin B \sin C$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து,$\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \pi$எனின்

$x\sqrt{1 - x^2} + y\sqrt{1 - y^2} + z\sqrt{1 - z^2} = 2xyz$ எனக் காட்டுக.

(c) வழமையானகுறியீடுகளுடன் யாதாயினும் ஒருமுக்கோணிABC யிற்கு சைன் நெறியைக் கூறிநிறுவுக.

வழமையானகுறியீடுகளுடன்

(i) $\frac{(c-a)}{(c+a)}\tan\left(\frac{C+A}{2}\right) = tan\left(\frac{C-A}{2}\right)$எனக்காட்டுக.

(ii) $B = 3C$எனின் $\cos C = \sqrt{\frac{b+c}{4c}}$ எனவும் $\sin\frac{A}{2} = \frac{b-c}{2c}$எனவும்காட்டுக.

மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்- வடமாகாணம்

இடைத் தவணைப் பரீட்சை – மே 2017

தரம் :- 13 (2017)	இணைந்தகணிதம் – II	நேரம்:-3.00மணித்தியாலங்கள்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதிA இன் எல்லாவினாக்களுக்கும் விடைஎழுதுக. ஒவ்வொருவினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின்,நீர்மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதிB இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத்திரம் விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டநேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதிAஆனதுபகுதிBயிற்குமேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சைமண்டபமேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதிBயைமாத்திரம் பரீட்சைமண்டபத்திலிருந்துவெளியேஎடுத்துச் செல்வதற்குஅனுமதிக்கப்படும்.

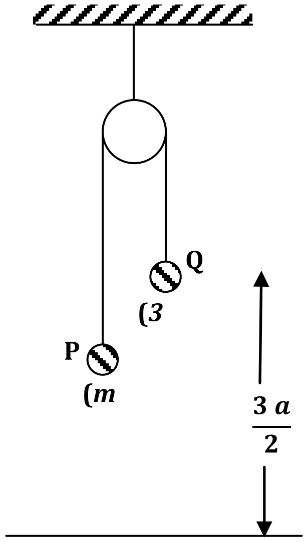
இணைந்தகணிதம் - II		
பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்தபுள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்தகணிதம் I	
இணைந்தகணிதம் II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

எல்லாவினாக்களுக்கும் விடைதருக

பகுதி - A

01) ஒருநீளா இழையின் இரு நுனிகளில் $m, 3m$ திணிவுகளை உடைய P, Q என்னும் துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டியவாறு இழைகள் இறுக்கமாகவும் நிலைக்குத்தாகவும் இருக்குமாறு பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகின்றது. சக்திச் சமன்பாட்டை மாத்திரம் பயன்படுத்திதுணிக்கைQ நிலத்தை அடிக்கும் கணத்தில் வேகத்தைக் காண்க.இழை தொய்யாது எனக் கொள்க



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

02) நண்பகல் இரு கப்பல்கள் A, B என்பன A யிலிருந்து $60°$ என்னும் திசைகோளில் B இருக்க $12\ km$ இடைத்தூரத்தில் இருக்கின்றன. கப்பல் B $10\ km\ h^{-1}$ என்னும் மாறாக் கதியில் வடக்கு நோக்கிச் செல்கின்றது. கப்பல் A $18\ km\ h^{-1}$என்னும் மாறாக் கதியில் B யை இடைமறிப்பதற்குச் செல்கின்றது.சார்பு வேகமுக்கோணியை வரைந்து

(i) A செலுத்த வேண்டிய திசையைக் காண்க.

(ii) A யானது B யை இடைமறிப்பதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

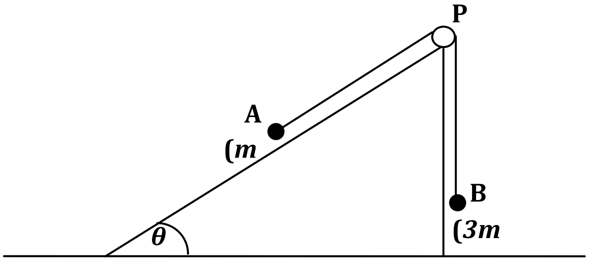
03) ஒரு துணிக்கை ஓர் ஒப்பமானகிடைத்தரைக்குமேலேh உயரத்தில் ஓய்விலிருந்துவிடப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் அதுதரையில் ஓய்வடையும் வரை இயங்கியமொத்தத் தூரம் $\left(\frac{1+e^2}{1-e^2}\right) h$எனக் காட்டுக; இங்கு e மீளமைவுக் குணகம் ஆகும்.

04) $6\ 000\ kg$ திணிவுள்ள ஒரு வண்டி கிடையுடன் α சாய்வுள்ள தளத்தின் மீது மேல்நோக்கிச் செல்கின்றது; இங்கு $\sin\alpha = \frac{6}{49}$ வண்டியின் எஞ்சின் $P\ W$ என்னும் மாறா வலுவில் தொழிற்படுகின்றது. வண்டியின் இயக்கத்துக்கான மாறாத் தடை $R\ N$ ஆகும். வண்டி $\frac{16}{5} ms^{-1}$ உடன் செல்லும் கணத்தில் அதன் ஆர்முடுகல் $2\ ms^{-2}$ ஆகும். வண்டியின் உயர் வேகம் $\frac{16}{3} ms^{-1}$ ஆகும். P, R ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

05) கிடைத் தரையில் உள்ளபுள்ளிஒன்றில் இருந்துகிடை,நிலைக்குத்துவேகங்கள் முறையே u, v ஆகுமாறுஒருநிலைக்குத்துத் தளத்தில் எறியப்படும் துணிக்கைஎறியற் புள்ளியுடனானகிடைத் தரையை A என்னும் புள்ளியில் அடிக்கின்றது. B என்பது $O\hat{B}A = \frac{\pi}{2}$ ஆகுமாறு எறியற் பாதையின் அதியுயர் புள்ளி எனின் $\frac{u}{v} = \frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.

06) a, b, c என்பன $|\underline{\boldsymbol{a}}| = 9$, $|\underline{\boldsymbol{b}}| = 12$, $|\underline{\boldsymbol{c}}| = 15$ ஆகவும் $\underline{\boldsymbol{a}} + \underline{\boldsymbol{b}} + \underline{\boldsymbol{c}} = 0$ ஆகவும் உள்ள மூன்று காவிகள் ஆகும். $\underline{\boldsymbol{a}}.\underline{\boldsymbol{b}} + \underline{\boldsymbol{b}}.\underline{\boldsymbol{c}} + \underline{\boldsymbol{c}}.\underline{\boldsymbol{a}}$ ஐக் காண்க.

07)



m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை கிடையுடன் α சாய்வான கரடான தளத்தின் மீது ஓய்வில் உள்ளது, இங்கு $tan\,\alpha = \frac{3}{4}$ துணிக்கை ஓர் இலேசான நிளா இழையின் ஒரு முனைக்கு இணைக்கப்பட்டு தளத்தின் அதியுயர் சரிவுக் கோட்டின் வழியே தளத்தின் உச்சியில் இணைக்கப்பட்ட ஒரு சிறிய ஒப்பமான இலேசான கப்பி P யிற்கூடாகச் சென்றுபடத்தில் காட்டியவாறு இழையின் மறு முனையில் $3\,m$ திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு P யிற்குக் கீழே சுயாதீனமாகத் தொங்குகின்றது. துணிக்கை A யானது எல்லைச் சமநிலையில் இருப்பின் துணிக்கை A யிற்கும் தளத்திற்கும் இடையேயான உராய்வுக் குணகத்தைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

08) ஒருகிடைக்கோட்டில் c இடைத் தூரத்தில் இருக்கும் இரு சிறு முளைகளுக்கு மேலாகத் தொங்கிக் கொண்டிருக்கும் முனை அற்ற l நீளமான ஒரு இலேசானநீளா இழைக்குஒருநிறை w இணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு முளையின் மீதும் உள்ள உதைப்பின் பருமன் $w\left[\frac{\ell-c}{2(\ell-2c)}\right]^{\frac{1}{2}}$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

09) $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(A\cup B)=\frac{3}{5}$, $P(B)=p$ ஆகுமாறு A, Bஎன்பனநிகழ்ச்சிகள்.

(i) நிகழ்ச்சிகள் தம்முள் புறநீங்கும்

(ii) நிகழ்ச்சிகள் சாராமை

ஆயிருப்பின் p ஐக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10) 10 முட்டைகளில் 4 பழுதடைந்த முட்டைகளைக் கொண்ட ஒரு தொகுதியிலிருந்து பிரதி வைப்பு இன்றி அடுத்தடுத்து மூன்று முட்டைகள் எடுக்கப்படுகின்றன. ஆகக் குறைந்தது ஒரு முட்டையாவது பழுதடையாதிருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

பகுதி- B ($g = 9.8\ ms^{-2}$)

விரும்பியஐந்துவினாக்களுக்குமட்டும் விடை விடைதருக

11) (a) A, B என்பன ஒரு நேர்ப் பாதையில் S இடைத்தூரத்தில் உள்ள இரண்டு நகரங்களின் எல்லைகள் ஆகும். ஒருகார் P யானது A யை u_1 வேகத்தில் கடந்து f_1என்னும் சீரானஆர்முடுகலுடன் நகரம் B யை நோக்கிச் செல்கின்றது. கார் P யானது A யைக் கடக்கும் அதேவேளை இன்னொரு கார் Q வானது நகரம் B யை $u_2(> u_1)$ வேகத்தில் கடந்து f_2 என்னும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் நகரம் A யை நோக்கிச் செல்கின்றது. P, Q என்பன ஒன்றையொன்று பாதை AB யின் நடுவில் விலத்திச் சென்று அவை எல்லைகள் B, A என்பவற்றை ஒரே வேகத்தில் கடந்து செல்கின்றன.

(i) கார்கள் P, Q வின் இரு நகர எல்லைகள் A, B யிற்கு இடையிலான வேக - நேர வளையிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

வளையிகளில் இருந்து

(ii) அவைஒன்றையொன்று$\dfrac{2(u_2 - u_1)}{f_1 - f_2}$நேரத்தில் விலத்தும் எனக் காட்டுக.

(iii) $S = \dfrac{u_2^2 - u_1^2}{2\,(f_1 - f_2)}$எனக் காட்டுக.

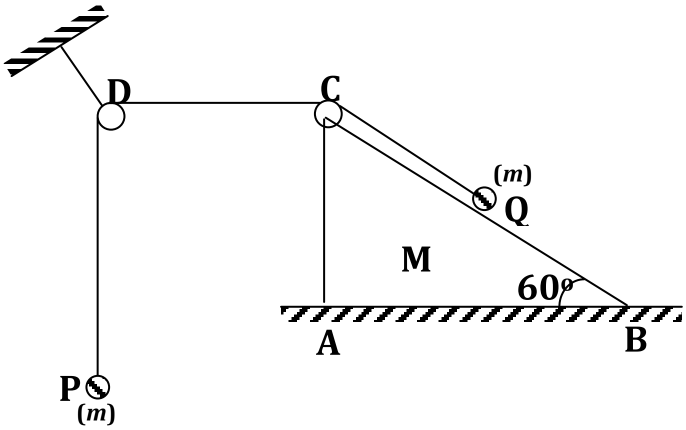
(iv) (iii) ஐப் பயன்படுத்தி$(u_1 + u_2)(f_1 - f_2) = 8\,(f_1u_2 - f_2u_1)$ ஐப் பெறுக.

(b) $S,\ S^1$என்ற இரு கப்பல்கள் S^1 இற்கு வடக்கே S இருக்குமாறு $d\ km$ இடைத் தூரத்தில் இருக்கின்றன. கப்பல் S கிழக்கு நோக்கி $u\ km\ h^{-1}$ இல் செல்கின்றது. கப்பல் S^1 $\theta\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ என்னும் திசைகோளில் $\frac{u}{2}\ km\ h^{-1}$ இல் செல்கின்றது. S சார்பாக S^1 இன் வேகம் வடக்கிற்கு α மேற்குத் திசையில் உள்ளது. .சார்பு வேகமுக்கோணியை வரைந்து $\tan\alpha = \dfrac{2-\sin\theta}{\cos\theta}$ எனக் காட்டுக.

α இன் இழிவுப் பெறுமானம் $\frac{\pi}{3}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து$S,\ S^1$ இற்கு இடையிலான மிகக் கிட்டிய தூரத்தைக் காண்க.

12) (a)



தரப்பட்டஉருவில் உள்ளமுக்கோணிABC யானது திணிவு M ஐ உடையஒருசீரானஒப்பமானஆப்பின் புவியீர்ப்புமையத்தின் ஊடாகஉள்ளஒருநிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டைவகைகுறிக்கின்றது. கோடுBC யானது அதனைக் கொண்ட முகத்தின் அதியுயர் சரிவுக் கோடாக இருக்கும் அதேவேளை $B\hat{A}C = \frac{\pi}{2}$, $A\hat{B}C = \frac{\pi}{3}$ ஆகும். AB யைக் கொண்ட முகம் ஓர் ஒப்பமான மேசை மீது வைக்கப்பட்டு m திணிவுள்ள P, Q ஆகிய துணிக்கைகள் ஒரு மெல்லிய நீளா இழையின் முளைகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது ஆப்பின் உச்சி C யில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஓர் ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் சென்று ஆப்பின் உயரத்தின் மட்டத்தில் நிலையாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட கப்பியின் மேலாகச் சென்று ஆரம்பத்தில் துணிக்கை Q வானது முகம் BC யில் இருக்குமாறும் துணிக்கை P இணைக்கப்பட்ட இழையின் பகுதி நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறும் இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்குமாறும் பிடிக்கப்பட்டுமெதுவாகவிடுவிக்கப்படுகின்றது.

(i) ஆப்பு, துணிக்கைகள் P, Q வில் தாக்கும் விசைகளையும் அவற்றின் ஆர்முடுகல்களையும் குறிக்க.

(ii) ஆப்பின் ஆர்முடுகல், இழையில் உள்ள இழுவைஎன்பவற்றைத் துணிவதற்கான இயக்கச் சமன்பாடுகளைஎழுதுக.

(iii) ஆப்பின் ஆர்முடுகல் $\left(\frac{2+3\sqrt{3}}{8\,M + 7\,m}\right) mg$ எனக் காட்டுக.

(b) m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை P யானது a நீளமுள்ள ஓர் இலேசானநீட்டமுடியாத இழையில் ஒருமுனைக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனைஒருநிலைத்தபுள்ளிO விற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. PயானதுO விற்குக் கீழே ஓய்வில் தொங்குகின்றது. அது கிடையாக எறியப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கை அதன் அதியுயர் புள்ளியில் கதி u ஆகும். அது ஒரு பூரண நிலைக்குத்து வட்டத்தை ஆற்றுகின்றது.

(i) uவின் சாத்தியமான அதி குறைந்த பெறுமானம் $\sqrt{a\,g}$ எனக் காட்டுக.

(ii) $u = \sqrt{a\,g}$எனத் தரப்பட்டுள்ளது. P யானது தன் பாதையில் அதி தாழ்ந்த புள்ளியின் ஊடாகச் செல்லும் போது அது $\frac{1}{4}\,m$ திணிவுள்ள ஒரு நிலையான துணிக்கையுடன் மோதி இணைகின்றது. மொத்தலுக்கு சற்றுப் பின்னர் இணைந்ததுணிக்கையின் கதியைக் காண்க.

(iii) தொடரும் இயக்கத்தில் OP கிடையாக வரும்போது இழையில் உள்ள இழுவை T ஆகும். Tயிற்கான கோவை ஒன்றை $m\,,g$ சார்பில் காண்க.

13) A,B என்பன ஓர் ஒப்பமான கிடைத்தளத்தில் $3\,a$ இடைத் தூரத்தில் உள்ள இரண்டு புள்ளிகள் ஆகும். இயற்கை நீளம் a ஆகவும் மீள்தன்மை மட்டு mg ஆகவும் உள்ள ஓர் இலேசான மிள்தன்மை இழையின் ஒரு முனை புள்ளி A யிற்கு இணைக்கப்பட்டு அதன் மறுமுனையில் $m\,kg$ திணிவுள்ள துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இயற்கை நீளம் kaஆகவும் மீள்தன்மைமட்டு$2\,mg$ ஆகவும் உள்ள இன்னோர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு முனை புள்ளி B யிற்கு இணைக்கப்பட்டும் மற்றைய முனை துணிக்கை P யிற்கும் இணைக்கப்பட்டு இழை இறுக்கமாக இருக்க துணிக்கையானது AB யின் நடுப்புள்ளி Mஇல் சமநிலையில் உள்ளது.

(i) kஇன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) துணிக்கைP யானது M இல் இருந்து AB வழியே $0.2\,a$ தூரம் இடப்பெயர்ச்சிக்கு உட்படுத்தப்பட்டு மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகின்றது.

- ✶ விடுவிக்கப்படும் கணத்தில் இரு இழைகளும் இறுக்கமாக இருக்கும் எனக் காட்டுக.
- ✶ துணிக்கைP யானது M இல் இருந்து x தூரத்தில் உள்ளபோது துணிக்கை P யிற்கான இயக்கச் சமன்பாட்டை எழுதி அது $\ddot{x} = \frac{-8\,g}{3\,a}\,x$ எனும் எளிமை இசை இயக்கச் சமன்பாட்டைத் திருப்தியாக்குகின்றதுஎனக் காட்டுக.

(iii) இவ் இயக்கச் சமன்பாட்டின் தீர்வு $\dot{x}^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$ எனத் தரப்படின் A,ω ஐக் கண்டு துணிக்கை பூரண எளிமை இசை இயக்கத்தில் இயங்குகின்றதுஎனக் காட்டுக.

(iv) துணிக்கைP யானது M இல் இருந்து $0.05\,a$ மீற்றர் தூரத்தில் உள்ள போது அதன் வேகம் $0.7\,ms^{-1}$ எனின் aயைக் காண்க.

(v) துணிக்கை P யானது விடுவிக்கப்படும் கணத்தில் இருந்து முதன் முதலாக $0.7\,ms^{-1}$ வேகத்தை அடையஎடுக்கும் நேரம்யாது?

14) (a) O குறித்து A, B யின் தானக் காவிகள் முறையே $\underline{\boldsymbol{a}}, \underline{\boldsymbol{b}}$ ஆகும். C யானது $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OB}$ ஆகுமாறும் D யானது $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ஆகுமாறும் உள்ள புள்ளிகள் ஆகும்.

(i) $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ ஐ $\underline{\boldsymbol{a}}, \underline{\boldsymbol{b}}$யில் கண்டு$A, C, D$ ஒரே நேர்கோட்டில் உள்ளனஎனக் காட்டுக.

(ii) $\overrightarrow{AP} = \lambda\,\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{OQ} = \mu\,\overrightarrow{OD}$ ஆக உள்ளபோது P, C, Q ஒரே நேர்கோட்டில் இருப்பின் $\lambda + \mu = 1$ எனக் காட்டுக.

(b) $ABCD$ஒரு செவ்வகம். $AB = 5\,cm$, $BC = 12\,cm.$ 4 , 3 , 12 , 13 Nவிசைகள் முறையே $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DB}$ வழியே தாக்குகின்றன.

(i) தொகுதியின் விளையுளின் பருமனைக் காண்க.

(ii) விளையுள் R ஆனது AB யுடன் அமைக்கும் கோணம் யாது?

(iii) விளையுள் AB யை வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

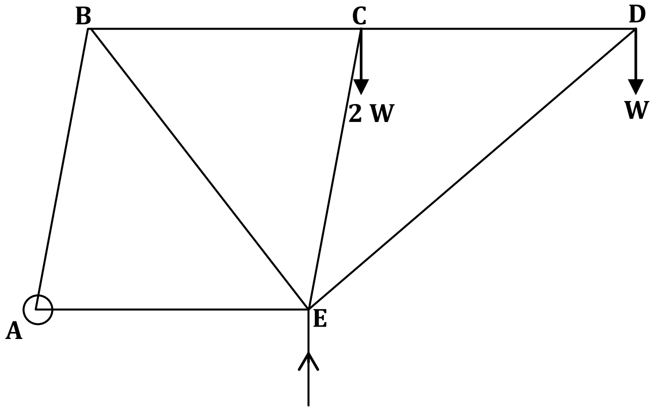
(iv) இத்தொகுதிக்குசமவலுவாகD ஊடாக செயற்படும் ஒரு விசை R ஆகவும் இணை G ஆகவும் ஒடுக்குக.

15) (a) ஒருநாற்பக்கல் $ABCD$ யானது நான்கு ஒப்பமான கோல்கள் அவற்றின் முனைகளோடு சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்டு உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. கோல்கள் AB, AD ஆகியவை சம நிளமுள்ளவை. கோல்கள் BC, CD ஆகியவை சம நீளமுதுடையவை. தொகுதி மூட்டு A யிலிருந்து சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்படுகின்றது. ABC ஒரு செங்கோண முக்கோணி ஆகுமாறு A யும் C யும் ஓர் இழையால் இணைக்கப்பட்டுள்ளது; இங்கு w என்பது மேலேயுள்ள ஒவ்வொரு கோல்களின் நிறையும் w^1 என்பது கீழேயுள்ள கோல்களின் ஒவ்வொரு நிறையும் $B\hat{A}D = 2\theta$ உம் ஆகும்.

I. இழை AC யில் உள்ள இழுவை $(w + w^1)\sin^2\theta + w^1$ எனக் காட்டுக.

II மூட்டுB யில் உள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க..

(b)



ஏழு இலேசானகோல்களைஒப்பமாக இணைப்பதன் மூலம் சட்டப்படல் $ABCDE$ அமைக்கப்பட்டுள்ளது; இங்கு $AB = AE = BE = BC = CE = CD$ ஆகும். A இல் சுயாதீனமாக இணைக்கப்பட்டிருக்கும் இச்சட்டப்படல் AE உம் BCD உம் கிடையாக இருக்குமாறு E இல் பிரயோகிக்கப்படும் நிலைக்குத்து விசையினாலும் ஒருநிலைக்குத்துத் தளத்திலேஉள்ளது. D, C ஆகிய மூட்டுகளில் முறையே W, $2W$ சுமைகள் தொங்கவிடப்பட்டள்ளன.

(i) E இல் பிரயோகிக்கப்படும் நிலைக்குத்து விசையையும் பிணையல் A இல் உள்ளமறுதாக்கத்தையும் காண்க.

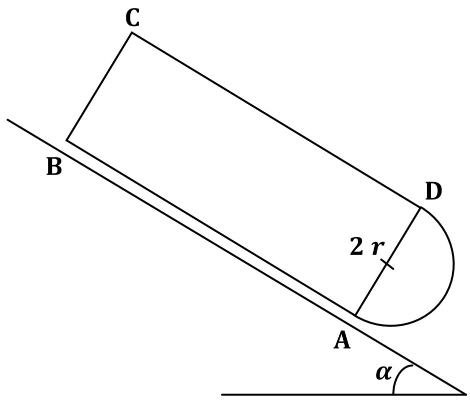
(ii) போவின் குறிப்பீட்டைப் பிரயோகிப்பதன் மூலம் AE, BE, BC ஆகிய கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளைக் கண்டு அவை இழுவைகளா, உதைப்புகளா எனத் தீர்மானிக்க.

இப்போது மூட்டுB இல் W சுமை தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. கோல் BC இல் உள்ளபுதியதகைப்பைக் காண்க.

16) $2\,r$ ஆரை உடையதும் மையத்தில் $2\,\alpha$ கோணத்தை அமைப்பதுமான ஆரைச் சிறையின் திணிவு மையத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து$2\,r$ ஆரை உடைய அரைவட்ட அடரின் திணிவு மையத்தை உய்த்தறிக.

h நீளமும் $4\,r$ அகலமும் உடைய செவ்வக அடரின் அகலப் பக்கத்தில் அதே பதார்த்தத்தால் ஆன $2r$ ஆரை உடைய அரைவட்ட அடர் ஒரே தள அடராக அமையுமாறு சமச்சீராக ஒட்டப்படுகிறது. இவ் அடரின் திணிவு மையத்தை அரைவட்ட அடரின் மையத்தில் இருந்து காண்க.



படத்தில்உள்ளவாறுஅடர்கரடானசாய்தளத்தில்வைக்கப்பட்டுசாய்வுபடிப்படியாகஅதிகரிக்கப்படுகிறது. வழுக்கதலைத் தடுப்பதற்குபோதியஉராய்வு இருப்பின் கவிழாதிருக்க$h = 2\ r$ ஆக α இன் உயர் சாய்வைக் காண்க.

17) மொத்தநிகழ்தகவுத் தேற்றத்தைக் கூறிநிறுவுக.

ஒருகோடாதநாணயம் சுண்டப்படுகின்றது. தலைவிழுந்தால்,ஒருசோடிகோடாததாயக்கட்டைகள் உருட்டப்பட்டு அதன் இரு முகங்களில் உள்ள இலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகைகுறிக்கப்படுகின்றது. பூ விழுந்தால்,$2, 3, 4,$ .... 12 என இலக்கமிடப்பட்ட பதினொரு அட்டைகளைக் கொண்ட நன்கு குலுக்கப்பட்டதொகுதியிலிருந்துஓர் அட்டைஎடுக்கப்பட்டுஅதன் இலக்கம் குறிக்கப்படுகிறது.

I. குறிக்கப்படும் இலக்கம் 7 ஆகவோ அன்றி 8 ஆகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

II. குறிக்கப்படும் இலக்கம் 7 அல்லது 8 எனத் தரப்படும்போது அது அட்டையில் பெறப்பட்ட எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.