# 1 எண் கோலங்கள்

**இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்**

- இரு அடுத்துவரும் உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் சமமாக உள்ள ஓர் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பைக் காண்பதற்கும்
- ஓர் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு தரப்படும்போது எண் கோலத்தை எழுதுவதற்கும்
- எண் கோலங்களுடன் தொடர்புபட்ட பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

## எண் கோலங்களின் அறிமுகம்

கீழே சில எண் கோலங்கள் தரப்பட்டுள்ளன.

i. 3, 3, 3, 3, 3, ...

ii. 2, 4, 6, 8, 10, ...

iii. 5, 8, 11, 14, 17, ...

iv. 2, 4, 8, 16, 32, ...

v. 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, ...

vi. 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ...

முதலாம் எண் கோலம் மிகவும் எளிதானது. அக்கோலத்தில் இருக்கும் எல்லா எண்களும் 3 ஆகும்.

இரண்டாம் எண் கோலத்தில் முதலாவது எண் 2 ஆக இருக்கும் அதே வேளை அதன் பின்னர் இருக்கும் ஒவ்வோர் எண்ணும் அதற்கு முந்திய எண்ணுடன் 2 ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் பெறப்படுகின்றது.

மூன்றாம் எண் கோலத்தில் முதலாவது எண் 5 ஆக இருக்கும் அதே வேளை அதன் பின்னர் இருக்கும் ஒவ்வோர் எண்ணும் அதற்கு முந்திய எண்ணுடன் 3 ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் பெறப்படுகின்றது.

நான்காம் எண் கோலத்தில் முதலாவது எண் 2 ஆக இருக்கும் அதே வேளை அதன் பின்னர் இருக்கும் ஒவ்வோர் எண்ணும் அதற்கு முந்திய எண்ணை 2 இனால் பெருக்குவதன் மூலம் பெறப்படுகின்றது.

ஐந்தாம் எண் கோலத்திற்கும் ஆறாம் எண் கோலத்திற்கும் அவற்றுக்கே உரிய இயல்புகள் உள்ளன.

எண் கோலங்களில் உள்ள எண்கள் அந்த எண் கோலத்தின் உறுப்புகள் எனப்படும். உதாரணமாக மேற்குறித்த முதலாவது எண் கோலத்தில் ஒவ்வோர் உறுப்பும் 3 ஆகும்.

இரண்டாம் எண் கோலத்தில் முதலாம் உறுப்பு 2 உம் இரண்டாம் உறுப்பு 4 உம் மூன்றாம் உறுப்பு 6 உம் ஆகும். இந்த எண் கோலத்தில் முதலாம் உறுப்புக்குப் பின்னால் இருக்கும் ஒவ்வோர் உறுப்பும் அதற்கு முந்திய உறுப்புடன் 2 ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் பெறப்படுகின்றது.

மூன்றாம் எண் கோலத்தில் முதலாம் உறுப்பு 5 உம் இரண்டாம் உறுப்பு 8 உம் மூன்றாம் உறுப்பு 11 உம் ஆகும். இந்த எண் கோலத்தில் முதல் உறுப்புக்குப் பின்னால் இருக்கும் ஒவ்வோர் உறுப்பும் அதற்கு முந்திய உறுப்புடன் 3 ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் பெறப்படுகின்றது.

நான்காம் எண் கோலத்தில் முதல் உறுப்புக்குப் பின்னால் இருக்கும் ஒவ்வோர் உறுப்பும் அதற்கு முந்திய உறுப்பை 2 இனால் பெருக்குவதன் மூலம் பெறப்படுகின்றது. இவ்வாறாக ஐந்தாம் எண் கோலத்தினதும் ஆறாம் எண் கோலத்தினதும் உறுப்புகள் பெறப்படும் விதங்களையும் விவரிக்கத்தக்கதாக இருக்கின்ற போதிலும் அவை ஓரளவுக்குக் கடினமாக இருக்கலாம்.

மேற்குறித்த எண் கோலங்களில் உறுப்புகள் காற்புள்ளிகளினால் வேறாக்கப் பட்டிருப்பதையும் இறுதியில் மூன்று குற்றுகள் இடப்பட்டிருப்பதையும் அவதானிக்க. இது பொதுவாக எண் கோலங்கள் எழுதப்படும் விதமாகும். மூன்று குற்றுகளும் கோலம் தொடர்ந்து செல்வதைக் காட்டுகின்றன.

கணிதத்தில் கோலம் என்னும் பதத்திற்குப் பதிலாகத் **தொடரி** என்னும் பதம் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. அதற்கேற்ப மேலே ஆறு எண் தொடரிகள் (அதாவது சுருக்கமாகக் கூறினால் தொடரிகள்) உள்ளன. தொடரியின் உறுப்புகளின் ஒழுங்குமுறை முக்கியமானதாகும். ஓர் உதாரணமாக

1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, ...

என்னும் தொடரியிலும்

1, 2, 1, 2, 3, 4, 3, 4, 5, 6, 5, 6, ...

என்னும் தொடரியிலும் ஒரே எண்கள் இருந்தாலும் அத்தொடரிகள் ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட தொடரிகளாகும்.

மேற்குறித்த தொடரிகளில் சில முதல் உறுப்புகள் மாத்திரம் அவற்றின் கோலத்தை விவரிக்கின்றன. எனினும் ஒரு தொடரியின் முதல் சில உறுப்புகளை மாத்திரம் கொண்டு அத்தொடரியின் கோலத்தை ஊகித்தல் உகந்ததன்று. ஓர் உதாரணமாக

1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5, ...

என்னும் எண் கோலத்தின், அதாவது தொடரியின் முதல் ஐந்து உறுப்புகளையும் மாத்திரம் எழுதி (அதாவது 1, 2, 3, 4, 5, ... ஐ எழுதி) அதன் அடுத்த உறுப்பு யாதென வினவினால் அது 6 என்னும் பிழையான விடை கிடைக்கலாம். ஆகவே ஒரு தொடரியின் முதல் சில உறுப்புகளைத் தந்து அதன் அடுத்த உறுப்பை (அல்லது சில உறுப்புகளை) க் கேட்டல் கணிதரீதியில் சரியானதன்று.

மேலே தரப்பட்டுள்ள ஆறு தொடரிகளில் இரண்டாம் தொடரியினதும் மூன்றாம் தொடரியினதும் சிறப்பியல்பை ( அல்லது இயல்பை) விவரிக்கலாம்.

இரண்டாம் தொடரியில் முதல் உறுப்புக்குப் பின்னால் வரும் ஒவ்வோர் உறுப்பும் அதற்கு முந்திய உறுப்புடன் மாறாப் பெறுமானம் 2 ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் பெறப்படுகின்றது. இதனைப் பின்வருமாறு எடுத்துக் காட்டலாம்.

2 4 6 8 10

+2 +2 +2 +2

மூன்றாம் தொடரியில் முதல் உறுப்புக்குப் பின்னால் வரும் ஒவ்வோர் உறுப்பும் அதற்கு முந்திய உறுப்புடன் மாறாப் பெறுமானம் 3 ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் பெறப்படுகின்றது. இதனைப் பின்வருமாறு எடுத்துக் காட்டலாம்.

5 8 11 14 17

+3 +3 +3 +3

இவ்விரு தொடரிகளினதும் உறுப்புகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் மாறாப் பெறுமானமாக இருப்பது சிறப்பியல்பாகும்.

யாதாயினும் ஓர் உறுப்பிலிருந்து (முதல் உறுப்பைத் தவிர ) அதற்கு முந்திய உறுப்பைக் கழிக்கும்போது கிடைக்கும் பெறுமானம் ''மாறிலி'' ஆகும். அதாவது மாறிலி என்பது மாறாப் பெறுமானம் ஆகும்.

தொடரி 2, 4, 6, 8, 10, ... இல் இம்மாறிலியின் பெறுமானம் 2 ஆகும்.

($4 - 2 = 6 - 4 = 8 - 6 = 10 - 8 = 2$ ஆகையால்).

5, 8, 11, 14, 17, ... இல் இம்மாறிலியின் பெறுமானம் 3 ஆகும்.

($8 - 5 = 11 - 8 = 14 - 11 = 17 - 14 = 3$ ஆகையால்).

இத்தகைய இரு உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் மாறாப் பெறுமானமாக உள்ள தொடரிகள் பற்றி மேலும் கூறுவோம்.

இம்மாறாப் பெறுமானம் **பொது வித்தியாசம்** எனப்படும். இதற்கேற்ப,

**பொது வித்தியாசம் = முதல் உறுப்பல்லாத யாதாயினுமோர் உறுப்பு – அதற்கு முன்னைய உறுப்பு**

மேலே தொடக்கத்தில் உள்ள தொடரி 3, 3, 3, 3, 3, ... இதற்கும் இவ்வியல்பு இருப்பதை அவதானிக்கலாம்.

3 3 3 3 3

+0 +0 +0 +0

இங்கு கூட்டப்படும் மாறாப் பெறுமானம் (அதாவது பொது வித்தியாசம்) 0 எனக் கருதலாம்.

அவ்வியல்பு உள்ள வேறொரு தொடரி கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

17 12 7 2 − 3...

−5 −5 −5 −5

அதன் முதல் உறுப்பு 17 ஆகும். அதன் பின்னால் வரும் ஒவ்வோர் உறுப்பும் அதற்கு முந்திய உறுப்பிலிருந்து 5 ஐக் கழிப்பதன் மூலம், அதாவது முந்திய உறுப்புடன் (−5) ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் பெறப்படுகின்றது. இதற்கேற்ப இத்தொடரியின் பொது வித்தியாசம் (−5) ஆகும். அதாவது

பொது வித்தியாசம் $= 12 - 17 = 7 - 12 = 2 - 7 = -3 - 2 = -5$.

இத்தகைய ஒரு பொது வித்தியாசம் உள்ள ஒரு தொடரியின் பொது வித்தியாசத்தின் பெறுமானமும் முதல் உறுப்பும் அறியப்பட்டிருப்பின், அதன் சில உறுப்புகளை எளிதாக எழுதலாம். அதற்குச் சில உதாரணங்களைப் பின்வருமாறு காட்டலாம்.

**உதாரணம் 1**

முதல் உறுப்பு 4 ஆகவும் பொது வித்தியாசம் 3 ஆகவும் உள்ள தொடரியின் முதல் 3 உறுப்புகள் முறையே 4, 7, 10 ஆகும்.

**உதாரணம் 2**

முதல் உறுப்பு 7 ஆகவும் பொது வித்தியாசம் −4 ஆகவும் உள்ள தொடரியின் முதல் 5 உறுப்புகள் முறையே 7, 3, −1, −5, −9 ஆகும்.

இவ்வாறு பொது வித்தியாசமும் முதல் உறுப்பும் தெரிந்த தொடரியின் சில உறுப்புகளை எளிதாக எழுதலாம். ஆனால் அதன் 50 ஆம் உறுப்பை அல்லது 834 ஆம் உறுப்பைக் காணல் எளிதானதன்று. அதற்குக் காரணம் 50, 834 போன்ற எண்கள் பெரிதாக இருப்பதாகும். ஆகவே இவ்வாறான பெரிய உறுப்பைக் காண்பதற்கு ஒரு முறையைக் காணவேண்டும். அதற்காகப் பொது உறுப்பைக் காண வேண்டும். அதை எவ்வாறு காணலாம் எனப் பார்ப்போம்.

## ஓர் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு

முதலில் ஒவ்வோர் உறுப்பையும் காட்டுவதற்கு ஒரு குறிப்பீட்டைப் பயன் படுத்துவோம். அதற்காக ஒரு தரப்பட்டுள்ள தொடரியின்

முதல் உறுப்பை $T_1$ இனாலும்
இரண்டாம் உறுப்பை $T_2$ இனாலும்
மூன்றாம் உறுப்பை $T_3$ இனாலும் காட்டுவோம்.

உதாரணமாகத் தொடரி

$5, 11, 17, 23, \ldots$ இல்

முதலாம் உறுப்பு $= T_1 = 5$

இரண்டாம் உறுப்பு $= T_2 = 11$

மூன்றாம் உறுப்பு $= T_3 = 17$

நான்காம் உறுப்பு $= T_4 = 23$

என எழுதலாம்.

கணிதத்தில் நாம் பெரும்பாலும் ஒரு குறித்த தொடரியின் $n$ ஆம் உறுப்பைக் கருதுவோம். இங்கு $n$ இன் மூலம் யாதாயினும் ஒரு நேர் நிறைவெண் பெறுமானம் காட்டப்படுகின்றது. அதற்குக் காரணம் $n$ எடுக்கத்தக்க பெறுமானங்கள் $1, 2, 3, \ldots$ ஆகிய நேர் நிறைவெண்களாக இருப்பதாகும். இங்கு $\frac{1}{2}$ ஆம் உறுப்பு, $-4$ ஆம் உறுப்பு, 3.5 ஆம் உறுப்பு ஆகியவற்றுக்குக் கருத்தில்லை. இவ்வாறு ஓர் $n$ பெறுமானத்தைக் கருதும்போது அதனை ஒத்த $n$ ஆம் உறுப்பு $T_n$ இனால் காட்டப்படும். இந்த $T_n$ ஆனது **பொது உறுப்பு** எனப்படும்.

## 1.1 பொது உறுப்பு தரப்படும்போது அதிலிருந்து தொடரியைக் காணல்

இதற்கு முன்னர் ஒரு தொடரியின் உறுப்புகளின் குறிப்பீடுகளையும் பொது உறுப்பின் குறியீட்டையும் பார்த்தோம். இப்போது சில உதாரணங்களினூடாகத் தொடரியின் பொது உறுப்பு தரப்படும்போது அத்தொடரியைக் காண்பதற்கும் கேட்கப்படும் உறுப்புகளைக் காண்பதற்கும் கற்போம். இதனைச் சில உதாரணங்களின் மூலம் பார்ப்போம்.

**உதாரணம் 1**

பொது உறுப்பு $2n + 3$ ஆகவுள்ள எண் தொடரியின்
(i) முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் எழுதுக.
(ii) இருபதாம் உறுப்பைக் காண்க.
(iii) 123 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?
(iv) $(n + 1)$ ஆம் உறுப்பை $n$ இன் சார்பில் தருக.

(i) பொது உறுப்பு $2n + 3$ ஆகையால்

$n = 1$ ஆக இருக்கும்போது, முதலாம் உறுப்பு $(2 \times 1) + 3 = 2 + 3 = 5$
$n = 2$ ஆக இருக்கும்போது, இரண்டாம் உறுப்பு $(2 \times 2) + 3 = 4 + 3 = 7$
$n = 3$ ஆக இருக்கும்போது, மூன்றாம் உறுப்பு $(2 \times 3) + 3 = 6 + 3 = 9$
$\therefore$ கோலத்தின் முதல் மூன்று உறுப்புகள் 5, 7, 9 ஆகும்.

(ii) $n = 20$ ஐ $2n + 3$ இல் பிரதியிடும்போது 20 ஆம் உறுப்புக் கிடைக்கும்.

$$\therefore \text{ இருபதாம் உறுப்பு} = (2 \times 20) + 3 = 40 + 3 = 43$$

(iii) 123 ஆனது $n$ ஆம் உறுப்பு எனக் கொள்வோம்.

அப்போது $2n + 3 = 123$

$$2n + 3 - 3 = 123 - 3$$
$$2n = 120$$
$$n = \frac{120}{2}$$
$$= 60$$

$\therefore$ 123 ஆனது இக்கோலத்தின் 60 ஆம் உறுப்பாகும்.

(iv) $n + 1$ ஆம் உறுப்பைப் பெறுவதற்கு $n$ இற்குப் பதிலாக $(n + 1)$ ஐப் பிரதியிடுவோம்.

$$T = 2n + 3$$
$$T_{n+1} = 2(n + 1) + 3$$
$$= 2n + 2 + 3$$
$$= 2n + 5$$

$\therefore$ $(n + 1)$ ஆம் உறுப்பு $2n + 5$ ஆகும்.

**உதாரணம் 2**

$56-4n$ ஆனது பொது உறுப்பாக உள்ள எண் தொடரியில்

(i) முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் எழுதுக.
(ii) 12 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.
(iii) 0 இந்த எண் தொடரியின் ஓர் உறுப்பெனக் காட்டுக.
(iv) 18 இந்த எண் தொடரியின் ஓர் உறுப்பன்று எனக் காட்டுக.

(i) பொது உறுப்பு $56-4n$ ஆகையால்

$n=1$ ஆக இருக்கும்போது, முதலாம் உறுப்பு $= 56-(4\times 1) = 56-4 = 52$

$n=2$ ஆக இருக்கும்போது, இரண்டாம் உறுப்பு $= 56-(4\times 2) = 56-8 = 48$

$n=3$ ஆக இருக்கும்போது, மூன்றாம் உறுப்பு $= 56-(4\times 3) = 56-12 = 44$

$\therefore$ கோலத்தின் முதல் மூன்று உறுப்புகள் 52, 48, 44 ஆகும்.

(ii) இத்தொடரியின் 12 ஆம் உறுப்பு $= 56-4\times 12$
$= 56-48$
$= 8$

(iii) இந்த எண் தொடரியில், 0 ஓர் உறுப்பெனின்,

$56-4n=0$ ஆக இருத்தல் வேண்டும்.

$56-4n+4n=4n$ (இரு பக்கங்களுடனும் $4n$ ஐக் கூட்டல்)

$$\frac{56}{4}=\frac{4n}{4}$$

$$14=n$$

$$n=14$$

$\therefore$ 0 ஆனது இத்தொடரியின் 14 ஆம் உறுப்பாகும்.

(iv) இத்தொடரியில், 18 ஓர் உறுப்பெனின்,

$56-4n=18$ ஆக இருத்தல் வேண்டும்.

அப்போது $56-4n+4n=18+4n$

$$56-18=18-18+4n$$

$$38=4n$$

$$n=9\frac{1}{2}$$

18 ஆனது தொடரியின் ஓர் உறுப்பெனின், $n$ இன் பெறுமானம் ஒரு நிறைவெண்ணாக இருத்தல் வேண்டும். $n=9\frac{1}{2}$ ஆகையால் 18 ஆனது இந்த எண் தொடரியின் ஓர் உறுப்பன்று.

## பயிற்சி 1.2

1. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

| எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு | $n = 1$ ஆக இருக்கும்போது முதல் உறுப்பு | $n = 2$ ஆக இருக்கும்போது இரண்டாம் உறுப்பு | $n = 3$ ஆக இருக்கும்போது மூன்றாம் உறுப்பு | எண் கோலத்தின் முதல் மூன்று உறுப்புகள் |
|---|---|---|---|---|
| $3n + 2$ | $(3 \times 1) + 2 = 5$ | $(3 \times 2) + 2 = 8$ | $(3 \times 3) + 2 = 11$ | ..., ..., ... |
| $5n - 1$ | $(5 \times 1) - 1 = 4$ | ......................... | ......................... | ..., ..., ... |
| $2n + 5$ | ......................... | ......................... | ......................... | ..., ..., ... |
| $20 - 2n$ | ......................... | ......................... | ......................... | ..., ..., ... |
| $50 - 4n$ | ......................... | ......................... | ......................... | ..., ..., ... |
| $35 - n$ | ......................... | ......................... | ......................... | ..., ..., ... |

2. ஓர் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $4n - 3$ ஆகும். அக்கோலத்தின்
   (i) முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் எழுதுக.
   (ii) 12 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.
   (iii) 97 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?

3. ஓர் எண் கோலத்தின் $n$ ஆம் உறுப்பு $7n + 1$ ஆகும். அக்கோலத்தின்
   (i) முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் எழுதுக.
   (ii) 5 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.
   (iii) 36 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?
   (iv) $n + 1$ ஆம் உறுப்பை $n$ இன் சார்பில் காட்டுக.

4. பொது உறுப்பு $50 - 7n$ ஆன எண் கோலத்தின்
   (i) முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் எழுதுக.
   (ii) 10 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.
   (iii) $n + 1$ ஆம் உறுப்பை $n$ இன் சார்பில் காட்டுக.
   (iv) 7 ஆம் உறுப்புக்குப் பின்னால் கிடைக்கும் உறுப்புகள் மறை எண்கள் எனக் காட்டுக.

### 1.2 ஒரு எண் தொடரியின் பொது உறுப்பைக் $(T_n)$ காணல்

$T_n$ இற்கு $n$ சார்பில் ஒரு கோவையைப் பெறுதல் எமது நோக்கமாகும். அப்போது ஒரு தொடரியின் எந்தவோர் உறுப்பையும் அக்கோவையைப் பயன்படுத்தி எளிதாகக் காணலாம். இவ்வாறு ஒரு கோவையைப் பெறத்தக்க விதத்தை ஓர் உதாரணத்தின் மூலம் ஆராய்வோம்.

பொது வித்தியாசம் உள்ள ஒரு தொடரி 5, 11, 17, 23, ... இன் 80 ஆம் உறுப்பைக் காணவேண்டும் எனக் கொள்வோம். அதாவது, $T_{80}$ ஐக் காண வேண்டும். அதற்காகப் பின்வரும் அட்டவணையில் உள்ள கோலத்தை அவதானிப்போம்.

| $n$ | $T_n$ | பொது வித்தியாசம் 6, $n$ ஆகியவற்றின் சார்பில் $T_n$ ஐ எழுதத்தக்க விதம் |
|---|---|---|
| 1 | 5 | $6 \times 1 - 1$ அல்லது 5 |
| 2 | 11 | $6 \times 2 - 1$ அல்லது $5 + 1 \times 6$ |
| 3 | 17 | $6 \times 3 - 1$ அல்லது $5 + 2 \times 6$ |
| 4 | 23 | $6 \times 4 - 1$ அல்லது $5 + 3 \times 6$ |
| 5 | 29 | $6 \times 5 - 1$ அல்லது $5 + 4 \times 6$ |

மேற்குறித்த அட்டவணையில் நிரல் 3 இல் உள்ள $6 \times 1 - 1, 6 \times 2 - 1, 6 \times 3 - 1, \ldots$ கோவைகள் ஏன் அவ்வாறு எழுதப்பட்டுள்ளன என்பது உங்களுக்குப் பிரச்சினையாக இருக்கலாம். விசேடமாக 1 ஐக் கழிப்பதற்கான காரணம் விளக்கமற்று இருக்கலாம். அதனைப் பின்வருமாறு விளக்கலாம்.

தரப்பட்டுள்ள தொடரி 5, 11, 17, 23, ... இல் பொது வித்தியாசம் 6 ஆகையால் முதலில் தரப்பட்டுள்ள தொடரியையும் அதற்குக் கீழே 6 இன் சில மடங்குகளையும் எழுதுவோம்.

5, 11, 17, 23, 29, ...

6, 12, 18, 24, 30, ...

6 இன் மடங்குகளிலிருந்து 1 வீதம் கழித்து தொடரி பெறப்படுவதை நீங்கள் அவதானிக்கலாம்.

தொடரியின் 1 ஆம் உறுப்பு = 6 இன் முதலாம் மடங்கு −1
தொடரியின் 2 ஆம் உறுப்பு = 6 இன் இரண்டாம் மடங்கு −1
தொடரியின் 3 ஆம் உறுப்பு = 6 இன் மூன்றாம் மடங்கு −1

என்றவாறு எழுதலாம்.

இதற்கேற்ப

தொடரியின் $n$ ஆம் உறுப்பு = 6 இன் $n$ ஆம் மடங்கு −1

$$\therefore\ T_n = 6n - 1$$

அட்டவணைக்கேற்ப $T_{80}$ ஆனது $6 \times 80 - 1 = 479$ ஆகும். அதாவது

$T_{80} = 6 \times 80 - 1 = 479$ ஆகும்.

இதற்கேற்ப 80 ஆம் உறுப்பு 479 ஆகும். மேலும் இத்தொடரியின் பொது உறுப்பு $T_n$ இற்கான கோவையைப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$T_n = 6n - 1$$

இச்சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி இத்தொடரியின் எந்தவோர் உறுப்பையும் காணலாம். உதாரணமாகத் தரப்பட்டுள்ள தொடரியின் 24 ஆம் உறுப்பைக் காண்பதற்குச் சூத்திரத்தில் $n = 24$ எனப் பிரதியிட வேண்டும். அப்போது

$T_{24} = 6 \times 24 - 1 = 143$ ஆகும்.

$\therefore$ தொடரியின் 24 ஆம் உறுப்பு 143 ஆகும்.

இதனை மேலும் சில உதாரணங்களூடாகப் பார்ப்போம்.

**உதாரணம் 1**

முதல் நான்கு உறுப்புகள் 15, 19, 23, 27 ஆன பொது வித்தியாசம் உள்ள தொடரியின் $n$ ஆம் உறுப்பு $T_n$ இற்கு ஒரு கோவையைக் காண்போம்.

இங்கு பொது வித்தியாசம் $= 19 - 15 = 4$ ஆகும். தரப்பட்டுள்ள தொடரியின் முதற் சில உறுப்புகளையும் அதற்குக் கீழே 4 இன் சில மடங்குகளையும் (நேர் நிறைவெண் மடங்குகள்) எழுதுவோம்.

15, 19, 23, 27, ...
4, 8, 12, 16, ...

ஒவ்வொரு நான்கின் மடங்குடனும் 11 வீதம் கூட்டும்போது தரப்பட்டுள்ள தொடரி கிடைக்கும் என்பது தெளிவாகும்.

அதற்கேற்ப பொது உறுப்பு $T_n$ இற்கான சூத்திரம்

$T_n = 4n + 11$

எனக் கிடைக்கும். இச்சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி, இத்தொடரியின் 100 ஆம் உறுப்பைக் காண்போம்.

$T_{100} = 4 \times 100 + 11 = 411$

இப்போது பொது வித்தியாசம் ஒரு மறைப் பெறுமானமாகக் குறையும் உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு தொடரியைக் கருதுவோம்.

**உதாரணம் 2**

10, 7, 4, ... இன் பொது வித்தியாசம் = 7 − 10 = − 3 ஆகும்.

ஆகவே தரப்பட்டுள்ள தொடரியின் உறுப்புகளையும் − 3 இன் மடங்குகளையும் ஒன்றன் கீழ் ஒன்றாக எழுதுவோம்.

10, 7, 4, ...
− 3, − 6, − 9, ...

ஒவ்வொரு − 3 இன் மடங்குடனும் 13 வீதம் கூட்டும்போது தொடரியின் உறுப்புகள் கிடைப்பதை அவதானிக்கலாம்.

ஆகவே $T_n = -3n + 13$ எனப் பொது உறுப்பை எழுதலாம்.

அவ்வாறு இல்லாவிட்டால், முதலில் ஒரு நேர் உறுப்பு கிடைக்குமாறு $T_n = 13 - 3n$ எனவும் பொது உறுப்பை எழுதலாம்.

ஓர் உதாரணமாக இத்தொடரியின் 30 ஆம் உறுப்பைக் காண $T_n = 13 - 3n$ இல் $n = 30$ எனப் பிரதியிட வேண்டும். அப்போது
$T_{30} = -3 \times 30 + 13 = -77$ எனக் கிடைக்கும்.
எனவே 30 ஆம் உறுப்பு − 77 ஆகும்.

## பயிற்சி 1.2

**1.** பின்வரும் அட்டவணையைப் பயிற்சிப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து பூரணப்படுத்துக.

| கோலம் | இரு அடுத்துவரும் உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் | கோலத்தை உருவாக்குவதுடன் தொடர்புபட்ட மடங்கு |
|---|---|---|
| (i) 5, 8, 11, 14,... | 8 − 5 = 3 | 3 |
| (ii) 10, 17, 24, 31, ... | | |
| (iii) $2\frac{1}{2}$, 4, $5\frac{1}{2}$, 7, ... | | |
| (iv) 20, 17, 14, 11, ... | | |
| (v) 50, 45, 40, 35, ... | | |
| (vi) 0.5, 0.8, 1.1, 1.4, ... | | |

2. 10, 17, 24, 31, ... என்னும் எண் கோலத்தைக் கொண்டு அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

| உறுப்பு ஒழுங்குமுறை | உறுப்பு | பொது உறுப்பைப் பெறல் |
|---|---|---|
| 1 ஆம் உறுப்பு | 10 | $7 \times 1 + ...$ |
| 2 ஆம் உறுப்பு | 17 | $7 \times 2 + ...$ |
| 3 ஆம் உறுப்பு | 24 | ... + ... |
| 4 ஆம் உறுப்பு | 31 | ... + ... |
| $n$ ஆம் உறுப்பு | .... | ... + ... = ... |

3. பின்வரும் தொடரிகளின் பொது உறுப்பைக் காண்க.

**a.** 1, 4, 7, 10, ...
**b.** 1, 7, 13, 19, ...
**c.** 9, 17, 25, 33, ...
**d.** 4, 10, 16, 22, ...
**e.** 22, 19, 16, 13, ...
**f.** 22, 20, 18, 16, ...

## 1.3 எண் கோலங்கள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்

தரப்பட்டுள்ள தகவல்களைக் கொண்டு உருவாக்கப்படும் எண் கோலங்களைப் பயன்படுத்திப் பல்வேறு கணிதப் பிரசினங்களைத் தீர்க்கலாம்.

**உதாரணம் 1**

தூரம் ஓடுதலில் பயிற்சி ஒரு பெறும் விளையாட்டு வீரர் தினமும் பயிற்சியில் ஈடுபடுகின்றார். அவர் முதல் நாள் 500 m தூரம் ஓடும் அதே வேளை அதன் பின்னர் ஒவ்வொரு நாளும் முந்திய நாளிலும் பார்க்க 100 m வீதம் கூடுதலாக ஓடுகின்றார்.
(i) அவர் முதல் மூன்று நாட்களிலும் ஓடும் தூரங்களை வேறுவேறாக எழுதுக.
(ii) நாட்களின் எண்ணிக்கைக்கேற்ப ஓடும் தூரங்களுக்குப் பொது உறுப்பைக் காண்க.
(iii) 20 ஆம் நாளில் அவர் ஓடும் தூரத்தைக் காண்க.
(iv) அவர் எத்தனையாம் நாளில் 3 km தூரம் ஓடுகின்றார்.

(i) முதல் நாளில் ஓடும் தூரம் = 500 m
இரண்டாம் நாளில் ஓடும் தூரம் = 500 m + 100 m = 600 m
மூன்றாம் நாளில் ஓடும் தூரம் = 500 m + 100 m + 100 m = 700 m
எண் கோலத்தின் முதல் மூன்று உறுப்புகள் 500, 600, 700

(ii) நாட்களின் எண்ணிக்கை $n$ எனக் கொள்வோம்.
ஓடும் தூரங்களைக் காட்டும் எண் கோலத்திற்கேற்ப அது 100 இன் மடங்குகளில் உருவாகுகின்றது.
∴ பொது உறுப்பு $T_n = 100n + 400$

(iii) 20 ஆம் நாளில் ஓடும் தூரம் 20 ஆம் உறுப்பினால் காட்டப்படும் என்பது தெளிவாகும்.

∴ எண் கோலத்தின் 20 ஆம் உறுப்பு $T_{20} = (100 \times 20) + 400$

$= 2000 + 400$

$= 2400$ m

$= 2.4$ km

∴ 20 ஆம் நாளில் ஓடும் தூரம் 2.4 km ஆகும்.

(iv) 3 km = 3000 m.

$n$ ஆம் நாளில் 3000 m ஓடுகிறார் எனக் கொள்வோம்.

அப்போது $100n + 400 = 3000$

$100n + 400 - 400 = 3000 - 400$

$100\,n = 2600$

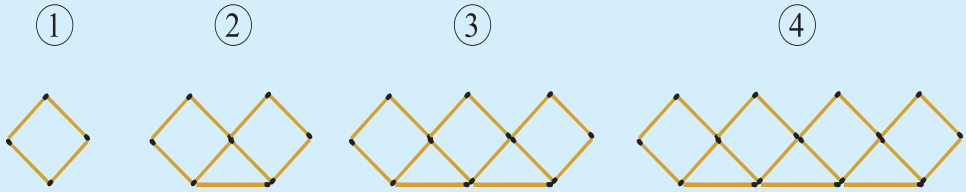
$\therefore n = \frac{2600}{100}$

$= 26$

∴ அதாவது 3 km தூரத்தை அவர் தனது பயிற்சியின் 26 ஆம் நாள் ஓடுவார்.

## பயிற்சி 1.3

**1.** தீக்குச்சிகளினால் அமைக்கப்படும் ஒரு கோலம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.



அதனைக் கொண்டு பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

| **கோலத்தின் எண்** | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| **தீக்குச்சிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை** | .... | 9 | .... | .... |

(i) இக்கோலத்தின் 20 ஆம் உருவை உருவாக்கத் தேவையான தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(ii) இக்கோலத்தின் எத்தனையாம் உருவை முழுமையாக உருவாக்குவதற்கு 219 தீக்குச்சிகள் தேவை?

(iii) உயர்ந்தபட்சம் 75 தீக்குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி இக்கோலத்தில் ஓர் உருவை உருவாக்கும்போது 1 தீக்குச்சி எஞ்சியிருக்குமெனக் காட்டுக.

2. தொழினுட்பர் ஒருவர் இரும்புக் கோல் துண்டுகளை உருகிணைத்துச் செய்யும் ஒரு படலைக்காக, 5m நீளமுள்ள இரும்புத் துண்டொன்றிலிருந்து ஒவ்வொன்றும் வேறுபட்ட நீளமுள்ள துண்டுகளை வெட்டுகிறார். மிகச் சிறிய துண்டு 15 cm ஆக இருக்கும் அதே வேளை, மற்றைய துண்டுகள் ஒவ்வொன்றும் இரு அடுத்திருக்கும் துண்டுகளிடையே உள்ள வித்தியாசம் 10 cm ஆக இருக்குமாறு வெட்டப்படுகின்றன.
   (i) வெட்டப்படும் நீளத்தில் சிறிய மூன்று துண்டுகளின் நீளங்களை முறையே எழுதுக.
   (ii) மிகச்சிறிய துண்டிலிருந்து நீளத்திற்கேற்ப ஏறுவரிசையில் எடுக்கும்போது 20 ஆம் துண்டின் நீளத்தைக் காண்க.
   (iii) நீளத்திற்கேற்ப ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தும்போது 50 ஆம் துண்டை வெட்டுவதற்கு 5m நீளமுள்ள இரும்பு கோல் போதியதன்றெனக் காட்டுக.

3. பாடசாலையில் நடைபெற்ற ஆண்டுச் சேமிப்புத் தினத்தில் கீதாவும் அன்வரும் முதலில் ரூ. 100 வீதம் தமது உண்டியலில் இட்டு பணத்தைச் சேமிக்கத் தொடங்கினர். அதன் பின்னர் அவர்கள் ஒரு வாரத்திற்கு ஒரு தடவை உண்டியலில் பணத்தை இடுகின்றனர். கீதா ரூ. 10 வீதமும் அன்வர் ரூ. 5 வீதமும் தவறாமல் குறித்த நாளில் உண்டியலில் இடுகின்றனர்.
   (i) 5 வாரங்களின் இறுதியில் கீதாவின் உண்டியலில் உள்ள பணம் யாது?
   (ii) 10 வாரங்களின் இறுதியில் அன்வரின் உண்டியலில் உள்ள பணம் யாது?
   (iii) 50 வாரங்களுக்குப் பின்னர் அவர்கள் தமது உண்டியல்களைத் திறந்து, அவற்றில் உள்ள பணத்தினைச் சோதித்தனர். கீதா சேமித்த பணம் அன்வர் சேமித்த பணத்திலும் பார்க்க எவ்வளவினால் கூடியது?

4. ஒரு நடன நிகழ்ச்சிக்காகத் திறந்தவெளி அரங்கில் ஆசனங்கள் ஒரு கோலத்தில் காணப்படுமாறு ஒழுங்குபடுத்தப்பட்டிருந்தன. அதில் முதல் நிரையில் 9 ஆசனங்களும் இரண்டாம் நிரையில் 12 ஆசனங்களும் மூன்றாம் நிரையில் 15 ஆசனங்களும் இருக்குமாறு 15 நிரைகள் அமைக்கப்பட்டிருந்தன.
   (i) முதல் 5 நிரைகளிலும் உள்ள ஆசனங்களின் எண்ணிக்கை யாது?
   (ii) 1 ஆவது நிரையில் உள்ள ஆசனங்களின் எண்ணிக்கையைப் போன்று 4 மடங்கு ஆசனங்கள் 10 ஆம் நிரையில் காணப்படுகின்றன எனக் காட்டுக.
   (iii) எத்தனையாவது நிரையில் 51 ஆசனங்கள் காணப்படும்?

## பலவினப் பயிற்சி

1. பின்வரும் எண் கோலங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் பொது உறுப்பைக் காண்க.

   (i) $-3, 1, 5, 9, \ldots$ (ii) $0, 4, 8, 12, \ldots$

   (iii) $1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}, \ldots$ (iv) $-6, -3, 0, 3, \ldots$

2. எண் கோலம் $42, 36, 30, 24, \ldots$ இன் பொது உறுப்பு $6(8-n)$ எனக் காட்டுக.

3. மோகன் ஒரு தனியார் நிறுவனத்தில் தொழில் செய்கிறார். அவருடைய தொடக்க மாதச் சம்பளம் ரூ. 25000 ஆகும். இரண்டாம் ஆண்டுத் தொடக்கத்திலிருந்து ஆண்டுதோறும் அவருக்கு ரூ. 2400 சம்பள ஏற்றம் உரித்தாகும்.
   (i) இரண்டாம் ஆண்டுத் தொடக்கத்தில் அவருடைய மாதச் சம்பளம் எவ்வளவு?
   (ii) முதல் மூன்று ஆண்டுகளிலும் மோகனின் மாதச் சம்பளங்களின் பெறுமானங்களை வேறுவேறாக எழுதுக.
   (iii) $n$ ஆம் ஆண்டின் சம்பளத்தைக் காட்டும் கோவையை $n$ இன் சார்பில் தருக.
   (iv) 5 ஆண்டுகளின் இறுதியில் அவருடைய மாதச் சம்பளத்தை மேலே (iii) இல் பெற்ற பொது உறுப்பைக் கொண்டு காண்க.

4. சில எண் கோலங்களின் பொது உறுப்புகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

   (a) $3n-5$ (b) $6n+5$ (c) $6n-5$

   அந்த எண் கோலங்கள் ஒவ்வொன்றினதும்
   (i) முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் எழுதுக.
   (ii) 20 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.
   (iii) $n-1$ ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

### பொழிப்பு

- எண் கோலத்தில் உறுப்புகளுக்கிடையே காணப்படும் தொடர்பைக் காண்பதன் மூலம் அக்கோலத்தின் ஏனைய உறுப்புகளைப் பெற முடியும்.
- ஓர் எண் தொடரியின் $n$ ஆம் உறுப்பான $T_n$ ஆனது அதன் பொது உறுப்பு எனப்படும்.
- எண் தொடரியின் பொது உறுப்பிலிருந்து அத்தொடரியைக் காணமுடியும்.