



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
ஆறாம் தவணைப் பரீட்சை - 2021
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
6th Term Examination - 2021

தரம் :- 13 (2021)

இணைந்த கணிதம் I - A

நேரம் : முன்றுமணித்தியாலம்
பத்து நிமிடம்

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள்

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சைமண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

பகுதி - I A

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $2^{n-1} \leq n!$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ஒரே வரிப்படத்தில் $y = x^2$, $y = 4 - 2|x - 2|$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளைப் பரும்படியாக வரைக. இதிலிருந்து, சமனிலி $x^2 > 1 - |x - 1|$ ஐத் திருப்திப்படுத்தும் x இன் மெய்ப்பெறுமானங்களைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ஒரே ஆகண் வரிப்படத்தில்

(i) $\text{Arg}(z - \sqrt{3}) = \frac{5\pi}{6}$

(ii) $|z - i| = 1$

என்பவற்றைத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள் Z ஐ வகைகுறிக்கும் புள்ளிகளின் ஒழுக்குகளைப் பரும்படியாக வரைக.

இதிலிருந்து,	இவ்வொழுக்குகளின்	வெட்டுப்	புள்ளிகளினால்	வகைகுறிக்கப்படும்
சிக்கலெண்களை	$r(\cos \theta + i \sin \theta)$	வடிவில்	எடுத்துரைக்க; இங்கு	$r > 0$ உம்
$0 < \theta < \pi$ உம் ஆகும்.				

4. $(\sqrt{7} + \sqrt[5]{3}x)^{11}$ என்பதன் x இன் ஏறுவலுக்களிலான விரியில் உள்ள x^r இன் குணகத்தை எழுதுக. x^r இன் குணகம் ஒரு விகிதமுறு எண் எனின் r இன் பெறுமானத்தையும் விகிதமுறு குணகத்தையும் காண்க.

வளையி C யில் உள்ள புள்ளி $P \equiv \left(6, \frac{3}{2}\right)$ இல் வரையப்பட்ட செவ்வன் வளையி C ஐ மறுபடியும் $Q \equiv \left(3T, \frac{3}{T}\right)$ இல் சந்திப்பின் $8T^2 - 15T - 2 = 0$ எனக் காட்டுக.

8. $A(2, 3)$ என்ற புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் நேர்கோடு $l \equiv 3x - 4y + 6 = 0$ மீதுள்ள யாதாயினும் ஒரு புள்ளி P யின் ஆள்கூறுகளை வடிவம் $(4t + 2, 3t + 3)$ இல் எடுத்துரைக்கலாம் எனக் காட்டுக; இங்கு $t \in \mathbb{R}$. $AP = 5|t|$ எனக் காட்டுக. புள்ளி A யில் இருந்து 10 அலகுகள் தூரத்தில் l மீதுள்ள இரு புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

9. முதலாம் காலவட்டத்தில் மையத்தைக் கொண்டுள்ளதும் 3 அலகுகள் ஆரையுடையதுமான S என்னும் வட்டம் x அச்சை $(4, 0)$ என்னும் புள்ளியில் தொடுகின்றது. S இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. வட்டம் S ஐத் தொடுவதும் உற்பத்தியை மையமாகக் கொண்டதுமான இரு வட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. $0 \leq x \leq \pi$ இற்குச் சமன்பாடு $\sin \frac{3x}{2} + \sin \frac{x}{2} = \cos \frac{3x}{2} + \cos \frac{x}{2}$ ஐத் தீர்க்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
ஆறாம் தவணைப் பரீட்சை - 2021
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
6th Term Examination - 2021

தரம் :- 13 (2021)

இணைந்த கணிதம் I - B

சுட்டெண்

11. (a) k என்பது பூச்சியமல்லாத ஒரு மெய்யெண் எனவும் $f(x) = kx^2 + (k - 1)x + 1 - 2k$ எனவும் கொள்வோம்.
- (i) $f(x) = 0$ இன் பிரித்துக் காட்டியை எழுதுக. இதிலிருந்து, k இன் எல்லாப் பெறுமானங்களிற்கும் $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவை எனக் காட்டுக.
- (ii) $f(x) = 0$ இன் மூலங்களின் வர்க்கங்களை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டை k இன் சார்பில் காண்க.
- (iii) $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் இரண்டும் நேராக இருப்பதற்கான k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.
- (iv) $f(x) = 0$ இன் ஒரு மூலம் மற்றையதன் மூன்று மடங்கெனின் k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.
- (b) $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 4$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு a, b, c என்பன மெய்ய் மாறிலிகள் ஆகும். $g(x)$ இன் ஒரு காரணி $x^2 - 4$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $b = 1$ எனக் காட்டுக.
- மேலும் $g(x)$ ஆனது $2x^2 - kx$ இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி $8x - 4k$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு k ஒரு மெய்ய்மாறிலி ஆகும். k, a, c ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் கண்டு $g(x)$ ஐ மூன்று ஏகபரிமாணக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுக.
12. (a) பரீட்சைக்குத் தோற்றும் ஒருவர் A, B, C என்னும் மூன்று பகுதிகளின் கீழ் ஒவ்வொரு பகுதியிலும் 5 வினாக்கள் வீதம் தரப்பட்டுள்ள 15 வினாக்களில் ஆறு வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும்.
- (i) ஒவ்வொரு பகுதியிலும் இரு வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டுமெனின்,
- (ii) ஒவ்வொரு பகுதியிலும் முதலாம் வினா உட்பட இரு வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டுமெனின்,
- (iii) ஒவ்வொரு பகுதியிலும் குறைந்தபட்சம் ஒரு வினாவிற்கேனும் விடையளிக்கவேண்டுமெனின்,
- (iv) ஒவ்வொரு பகுதியிலும் ஆகக்கூடுதலாக 4 வினாக்களுக்கு மேற்பட விடையளிக்க முடியாததெனின்,
- அப்பரீட்சார்த்தி ஆறு வினாக்களைத் தெரிந்தெடுக்கத்தக்க வெவ்வேறு வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{r-1}{(r+1)!} \cdot 2^r$ எனக் கொள்வோம்.

A, B என்பன மாநிலிகளாக இருக்க $r-1$ ஐ $A(r+1) + B$ என்னும் வடிவில் எடுத்துரைப்பதன் மூலம் $U_r = f(r) - f(r+1)$ ஆகுமாறு சார்பு $f(r)$ ஐக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\sum_{r=1}^n U_r = 2 - \frac{2^{n+1}}{(n+1)!}$ எனக் காட்டுக.

$n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $2^{n-1} \leq n!$ ஐப் பயன்படுத்தி $0 < \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} \leq \frac{4}{n+1}$ ஐ நிறுவுக.

இதிலிருந்து, முடிவில் தொடர் $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்கும் எனக் காட்டி, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $V_r = \frac{r}{(r+2)!} \cdot 2^r$ எனக் கொள்வோம். $\sum_{r=1}^n V_r = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{n+1} U_r$ எனக் காட்டி, முடிவில் தொடர் $\sum_{r=1}^{\infty} V_r$ ஆனது 1 என்னும் பெறுமானத்திற்கு ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டுக.

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ a & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & c \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a, b, c \in \mathbb{R}$.

$A^T B$ ஆனது ஓர் ஓராயச் சமச்சீர்த் தாயம் எனின் $a = -1, b = 4$ எனக் காட்டுக.

மேலும் $B^T A P$ ஆனது சமச்சீர்த் தாயம் எனின் $c = -3$ எனக் காட்டுக.

c இன் இப் பெறுமானத்திற்கு P^{-1} உளதாக இருக்கும் எனக் காட்டி, P^{-1} ஐ எழுதுக.

மேலே கண்ட a, b, c இன் பெறுமானங்களிற்கு $P D = A^T B P$ ஆகுமாறு வரிசை 2 இல் உள்ள சதுரத் தாயம் D ஐக் காண்க.

(b) $z, w \in \mathbb{C}$ எனக் கொள்வோம்.

(i) $|z|^2 = z\bar{z}$ எனவும்

(ii) $z + \bar{z} = 2 \operatorname{Re} z$ எனவும்

நிறுவுக. இதிலிருந்து,

$|z + w|^2 = |z|^2 + 2 \operatorname{Re}(z\bar{w}) + |w|^2$ ஐ நிறுவுக.

$|z + (z - 2i)|^2 = |z|^2 + 2 \operatorname{Re} z(\bar{z} + 2i) + |z - 2i|^2$ என்பதையும்

$|z - (z - 2i)|^2 = |z|^2 - 2 \operatorname{Re} z(\bar{z} + 2i) + |z - 2i|^2$ என்பதையும்

உய்த்தறிக.

மேலே உய்த்தறியப்பட்ட முடிவுகளிலிருந்து, $2|z - i|^2 + 2 = |z|^2 + |z - 2i|^2$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $|z|^2 + |z - 2i|^2 = 4$ ஆக இருந்தால், இருந்தால் மாத்திரம் $|z - i| = 1$ எனக் காட்டுக.

(c) $z = 1 + \cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12}$ எனக் கொள்வோம். $|z| = 2 \cos \frac{5\pi}{24}$ எனவும் $\operatorname{Arg}(z) = \frac{5\pi}{24}$ எனவும் காட்டுக.

மேலே உள்ள முடிவையும் தமோய்வரின் தேற்றத்தையும் பயன்படுத்தி

$z^{24} = -2^{24} \cos \frac{5\pi}{24}$ எனக் காட்டுக.

14. (a) $x \neq -1$ இற்கு $f(x) = \frac{x(x+3)}{(x+1)^2}$ எனக் கொள்வோம்.

$x \neq -1$ இற்கு $f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)$ ஆனது $f'(x) = \frac{3-x}{(x+1)^3}$ இனால் தரப்படுகின்றது எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $f(x)$ அதிகரிக்கின்ற ஆயிதையையும் குறைகின்ற ஆயிதையையும் காண்க.

மேலும் $f(x)$ இன் திரும்பற்புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

$x \neq -1$ இற்கு $f''(x) = -\frac{2(x-5)}{(x+1)^4}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$y = f(x)$ இன் வரைபின் விபத்திப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

அணுகுகோடுகள், திரும்பற் புள்ளி, விபத்திப் புள்ளி ஆகியவற்றைக் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபைப் படும்படியாக வரைக.

(b) a நீளமுள்ள கம்பித்துண்டொன்று இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு ஒன்று சதுரமாகவும் மற்றையது வட்டமாகவும் வளைக்கப்படுகின்றது. சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளம் x எனவும் வட்டத்தின் ஆரை r எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. $0 < x < \frac{a}{4}$ இற்கு $r = \frac{1}{2\pi}(a - 4x)$ எனக் காட்டுக. சதுரத்தினதும் வட்டத்தினதும் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகை A எனின் $0 < x < \frac{a}{4}$ இற்கு $A = x^2 + \frac{1}{4\pi}(a - 4x)^2$ எனக் காட்டுக. A இழிவாக இருக்கும் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

15. (a) எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும்

$$x^3 + 5x^2 + 14x + 29 \equiv A(x+2)(x^2+9) + (2x+B)(x+2) + (x^2+9)$$

ஆகுமாறு A, B என்னும் மாறிலிகள் உள்ளனவெனத் தரப்பட்டுள்ளது. A, B இன்

பெறுமானங்களைக் காண்க. **இதிலிருந்து,** $\frac{x^3+5x^2+14x+29}{(x+2)(x^2+9)}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களில்

எழுதி $\int \frac{x^3+5x^2+14x+29}{(x+2)(x^2+9)} dx$ ஐக் காண்க.

(b) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி $\int_0^\pi e^x \sin 2x dx = -\frac{2}{5}(e^\pi - 1)$ எனக் காட்டுக.

இம்முடிவையும் பகுதிகளாகத் தொகையிடலையும் பயன்படுத்தி,

$$\int_0^\pi e^x \cos^2 x dx = \frac{3}{5}(e^\pi - 1)$$
 எனக் காட்டுக.

(c) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ இற்கு $x = 2 \cos 2\theta$ என்னும் பிரதியீட்டைப்பயன்படுத்தி, $\int_0^2 \sqrt{\frac{2-x}{2+x}} dx = \pi - 2$

எனக் காட்டுக.

$\int_0^{\sqrt{2}} x \sqrt{\frac{2-x^2}{2+x^2}} dx$ இன் பெறுமானத்தை உய்த்தறிக.

16. முக்கோணி ABC இன் உச்சிகள் $A \equiv (9, 10)$, $B(1, 6)$, $C(4, 0)$ ஆகும்.

(i) $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ எனக் காட்டுக.

(ii) B, C இனாடாகச் செல்லும் கோடு l_1 இன் சமன்பாட்டையும் A, C இனாடாகச் செல்லும் கோடு l_2 இன் சமன்பாட்டையும் காண்க.

(iii) l_1 மீது B இற்கும் C இற்கும் இடையே உள்ள எந்தவொரு புள்ளி P இன் ஆள்கூறுகளை வடிவம் $(t + 1, -2t + 6)$ இல் எடுத்துரைக்கப்படலாம் எனக் காட்டுக; இங்கு t என்பது $0 < t < 3$ ஆகுமாறுள்ள ஒரு பரமானம் ஆகும்.

இதிலிருந்து, கோணம் $\angle CAB$ இன் இருகூறாக்கியானது BC ஐ D இல் இடைவெட்டும் எனின் $D \equiv \left(\frac{7}{3}, \frac{10}{3}\right)$ எனக் காட்டுக.

(iv) $D \equiv \left(\frac{7}{3}, \frac{10}{3}\right)$ ஐ மையமாகவும் AB, AC ஆகிய பக்கங்களைத் தொட்டுக்கொண்டு செல்லும் வட்டம் S இன் சமன்பாடு $S \equiv 3x^2 + 3y^2 - 14x - 20y + 23 = 0$ எனக் காட்டுக.

(v) $C \equiv (4, 0)$ ஐ மையமாகவும் வட்டம் S ஐ நிமிர்கோண முறையாக வெட்டும் வட்டம் S' இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

17. (a) $\sin(A + B)$ ஐ $\sin A, \cos A, \sin B, \cos B$ ஆகியவற்றில் எழுதி $\sin(A - B)$ இற்கு ஓர் இயல்பொத்த கோவையைப் பெறுக.

$$\frac{\sin 5\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 5\theta}{\cos \theta} = 4 \cos 2\theta \text{ ஐ நிறுவுக.}$$

$\theta = 72^\circ$ என பிரதியிடுவதன் மூலம் $4 \cos 72^\circ \cos 144^\circ = -1$ என நிறுவுக.

இம்முடிவைப் பயன்படுத்தி $\cos 72^\circ$ ஆனது சமன்பாடு $8x^3 - 4x + 1 = 0$ இன் ஒரு மூலமென நிறுவுக. $8x^3 - 4x + 1 = (2x - 1)(4x^2 + 2x - 1)$ என மேலும் தரப்படும்போது, $\cos 72^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ என்பதை உய்த்தறிக.

(b) வழக்கமான குறிப்பீட்டில் ஒரு முக்கோணி ABC இற்கு சைன் நெறியைக் கூறுக.

முக்கோணி ABC இல் $\angle BAC = \theta$, $\angle ABC = 5\theta$, $AC = 3BC$ எனின் $\sin 5\theta = 3 \sin \theta$ எனக் காட்டி $\cos 4\theta + \cos 2\theta = 1$ என்பதை உய்த்தறிக.

(c) $\sin x > 0$ இற்கு $2\tan^{-1}(\sin x) + \tan^{-1}(\sin^3 x) = \frac{\pi}{2}$ என்னும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
ஆறாம் தவணைப் பரீட்சை - 2021
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
6th Term Examination - 2021

தரம் :- 13 (2021)

இணைந்த கணிதம் II - A

நேரம் : மூன்று மணித்தியாலம்
பத்து நிமிடம்

கூட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள்

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத்திரம் விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டநேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம் II		
பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

பகுதி - II A

- 1) சம ஆரையும் முறையே 2m, 4m திணிவுகளை உடைய A, B என்னும் இரு சிறிய ஒப்பமான கோளங்கள் ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது குறித்த இடைவெளியில் வைக்கப்பட்டு அவற்றுக்கு ஒன்றை ஒன்று நோக்கி இயங்குமாறு ஒரு நேர் கோட்டில் முறையே 3v, 2v கதிகள் கொடுக்கப்படுகின்றன. A, B என்பன ஒன்றை ஒன்று மோதுவதால் ஏற்படும் கணத்தாக்கு 7mv எனில் மோதுகைக்கு சற்றுப்பின் A, B இன் வேகங்களையும், அவற்றுக்கு இடையிலான மீளமைவுக் குணகத்தையும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) கிடைத்தரையில் உள்ள ஒருபுள்ளி O இல் இருந்து கிடை நிலைக்குத்து வேகங்கள் முறையே u, v ஆகுமாறு ($v > u$) நிலைக்குத்து தளம் ஒன்றில் மேல்நோக்கி எறியப்படும் துணிக்கை எறியப்பட்டு $\frac{2u}{g}$ நேரத்தில் அதன் கிடைநிலைக்குத்து கதிகள் சமன் எனில் கிடைத்தரையில் இருந்து துணிக்கை அடைந்த அதி உயர் உயரத்துக்கும் எறியற் புள்ளியுடனான கிடைவீச்சுக்குமான விகிதத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) முறையே 5m, 3m திணிவுகளை உடைய P, Q ஆகிய இரு துணிக்கைகள் ஒரு இலேசான நீளா இழையின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு இரு துணிக்கைகளும் ஒரு கரடான கிடை மேசை மீது இழை இறுக்கமாக இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டு துணிக்கை Q க்கு $\overline{PQ}$ திசையில் $40mg$ விசை பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கைகள் P, Q க்கும் மேசைக்கும் இடையிலான உராய்வுக் குணகம் 2 எனில்

- i) P, Q என்பவற்றின் ஆர்முடுகங்கள்.
- ii) இழையில் உள்ள இழுவை என்பவற்றைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) $2600kg$ திணிவுடைய கார் ஒன்று அதன் வேகம் $V ms^{-1}$ ஆக உள்ள போது அதன் இயக்கத்திற்கான தடைவிசை $(800 + 5V^2)N$ ஆகுமாறு இயங்குகின்றது. காரின் எஞ்சின் ஆனது தனது வேகத்தை எப்போதும் $18 ms^{-1}$ ஆகுமாறு பேணுகின்றது. எனில்

- i) காரானது கிடையான தரையில் செல்லும் போது காரின் எஞ்சின் இயங்கும் வலு யாது?
- ii) காரானது கிடையுடன் 30° சாய்வின் மேல்நோக்கி இயங்கும் போது காரின் எஞ்சின் இயங்கும் வலுவைக் காண்க. ($g = 10 ms^{-2}$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

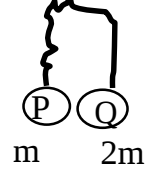
.....

.....

.....

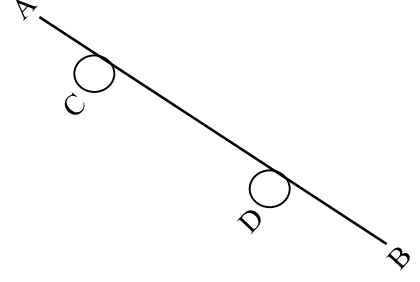
.....

- 5) முறையே $m, 2m$ திணிவுகள் உடைய P, Q ஆகிய துணிக்கைகள் $5V^2/29$ நீளமுடைய ஒரு இலேசான நீளா இழையின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஒரு கிடைத்தரையில் அருகருகே வைக்கப்பட்டு துணிக்கை Q இற்கு நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி $3V$ வேகம் கொடுக்கப்படுகின்றது. இழை இறுக்கும் கணத்தில் இழையில் ஏற்படும் கணத்தாக்கை காண்பதற்கு போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக.



- 6) உற்பத்தி O ஐ மையமாகவும் 2 அலகு ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டத்தில் A, B, C என்பன $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ ஆகவும் A ஆனது முதலாம் கால் வட்டத்தில் அமையுமாறு பருதியில் உள்ள புள்ளிகள் ஆகும். இங்கு $\vec{OA} = \sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}$ ஆகும். $\vec{OC} \perp \vec{AB}$ எனில் O குறித்து B, C இன் தானக் காவிகளைக் காண்க.

7) $9a$ நீளமும் w நிறையுடைய சீரான கோல் AB ஆனது படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு இரு கரடான முனைகள் C , D இன் மீது தங்க வைக்கப்பட்டு எல்லைச் சமனிலையில் உள்ளது. முனை C இல் இருந்து முனை D ஆனது $2a$ நிலைக்குத்து தூரத்தில் உள்ளது. $AC = 2a, BD = 3a$, எனில்



- C, D முனைகள் மீதான செல்வன் மறுதாக்கங்களைக் காண்க.
- கோலுக்கும் முனைகளுக்கும் இடையிலான உராய்வுக்குணகம் μ எனில் μ ஐ காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8) கிடையுடன் α சாய்வுள்ள ஓர் ஒப்பமான சாய்தளத்தின் மீது w நிறையுடைய ஓர் சீரான ஒப்பமான கோளம் வைக்கப்பட்டு ஓர் நீளா இழையின் ஒரு முனை கோளத்தின் மேற்பரப்பில் உள்ள ஒரு புள்ளிக்கும் மற்றைய முனை சாய்தளத்தின் மீதுள்ள புள்ளிக்கும் இணைக்கப்பட்டு சமனிலையில் உள்ளபோது இழையானது சாய்தளத்துடன் ஒரு சாய்வுக்கோணம் β இல் ($\beta > \alpha$) சாய்வில் இருப்பின் இழையில் உள்ள இழுவையையும் கோளத்தின் மீதான செவ்வன் மறுதாக்கத்தையும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9) A, B, C என்பன எழுமாற்று பரிசோதனையின் மூன்று நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.

$$P(A) = \frac{3}{10}, P(B) = \frac{2}{5}, P(C) = \frac{4}{5}, P(A \cap B) = \frac{2}{25}, P(A \cap C) = \frac{7}{25}, P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{50}$$

ஆகவும் $P(A \cup B \cup C) \geq \frac{3}{4}$ எனவும் தரப்படின் $P(B \cap C)$ இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10) 12 இலும் குறைந்த 5 நேர் நிறை எண் நோக்கல்களின் ஒரே ஒரு ஆகாரம் 6, இடை 8 ஆகும் அதேவேளை இடையம் 6 இற்கு சமன் அன்று எனில் அவ் நோக்கல்களின் சாத்தியமான பெறுமானங்களின் தொடைகளைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
ஆறாம் தவணைப் பரீட்சை - 2021
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
6th Term Examination - 2021

தரம் :- 13 (2021)

இணைந்த கணிதம் II - B

11) a) ஒரு புகையிரம் $AB = 6km$ ஆகவுள்ள இரு அடுத்தடுத்து புகையிர நிலையங்களுக்கு இடையில் A இல் இருந்து B இற்கு நேரான தண்டவாளத்தின் வழியே இயங்குகின்றது. அது தன் பயணத்தை A இல் ஓய்வில் இருந்து ஆரம்பித்து சீரான ஆர்முடுகல் $3x ms^{-2}$ உடன் இயங்கி $30 ms^{-1}$ வேகத்தை பெற்று பின் T நேரத்துக்கு அக்கதியை பேணி பின் சீரான அமர்முடுகல் $x ms^{-2}$ உடன் இயங்கி B இல் ஓய்வுக்கு வருகின்றது. பயணத்திற்கு எடுத்த மொத்த நேரம் 5 நிமிடங்கள் எனில்

i) புகையிரத்தின் இயக்கத்திற்கான வேகநேர வரைபை வரைக.

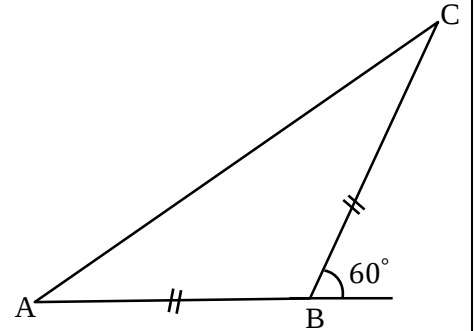
ii) $(300 - T)x = 40$ எனக் காட்டுக.

iii) x, T இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

iv) புகையிரதம் சீரான வேகத்துடன் இயங்கிய தூரம் யாது?

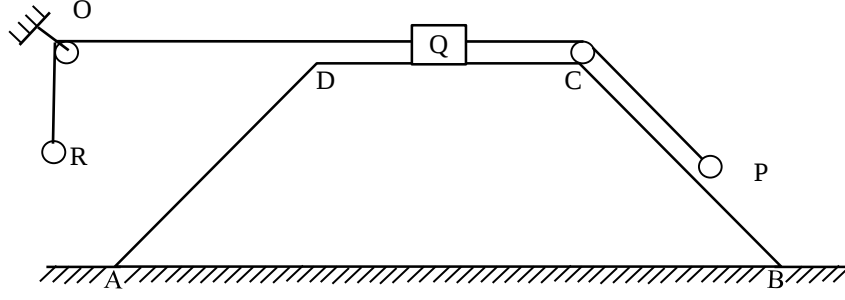
v) புகையிரதம் தனது பயணத்தின் முதல் அரைவாசி தூரத்தை அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

b) படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு A, B, C என்பன கிடைத்தரையில் இருந்து சம உயரத்தில் உள்ள 3 மரங்களின் உச்சிகள் ஆகும். இங்கு $AB = 2d$ காற்றானது AB திசையில் மாறா வேகம் $2V$ உடனே வீசுகின்றது. நிலையான வளியில் $2\sqrt{3} V$ என்னும் மாறா கதியில் பறக்கவல்ல ஒரு பறவை A இல் இருந்து B இற்கு ஒரு நேர்கோட்டில்



சீரான கதியில் பறந்து பின் B இல் இருந்து C இற்கும் பின் C இல் இருந்து A இற்கும் நேர்கோட்டின் வழியே பறந்து மீண்டும் A ஐ அடைகிறது. சார்பு வேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி வேக முக்கோணிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைந்து பறவையின் புவி தொடர்பான கதிகளைக் கண்டு A இல் இருந்து புறப்பட்ட பறவை மீண்டும் A ஐ அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

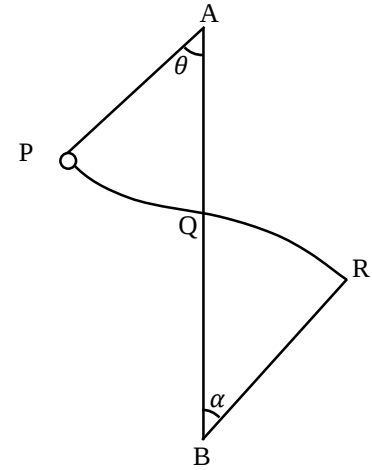
12) a)



3m திணிவுள்ள ஓர் ஒப்பமான ஆப்பு ABCD இன் புவியீர்ப்புமையத்தின் ஊடான நிலைக்குத்து குறுக்குவெட்டு படத்தில் காட்டப்படுகின்றது. இங்கு AB, DC கிடையாக இருக்கும் அதேவேளை $\angle ABC = 60^\circ$ ஆகும். முகம் AB ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது இருக்க முறையே m, 2m, 4m திணிவு உடைய P, Q, R ஆகிய துணிக்கைகள் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு இரு இலேசான ஒப்பமான நீளா இழைகளின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. P ஆனது முகம் BC இன் அதி உயர் சரிவுக்கோட்டில் இருக்க இழையானது C இல் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான இலேசான கப்பியின் மேலாகச் சென்று முகம் CD இன் மீதுள்ள துணிக்கை Q உடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதேவேளை மற்றய இழையின் ஒரு நுனி துணிக்கை R இற்கு இணைக்கப்பட்டு O இல் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான இலேசான கப்பியின் மேலாகச்சென்று துணிக்கை Q இல் இணைக்கப்படுகின்றது. இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்க தொகுதி ஓய்வில் இருந்து விடப்படுகிறது.

- தொகுதியில் தாக்கும் விசைகளையும் துணிக்கைகள், ஆப்பின் ஆர்முடுகல்களைத் தெளிவாகக் குறிக்க.
- இழையில் உள்ள இழுவைகள், ஆப்பு, துணிக்கைகள் ஆர்முடுகல்களை துணிவதற்கு போதுமான சமன்பாடுகளை எழுதுக.

- b) ஒரு ஒப்பமான சலவைத் தொட்டி PQ, QR என்னும் வட்டவில் வடிவில் அமைந்த இரு பகுதிகளைக் கொண்டது. PQ பகுதி ஆனது 3m ஆரையுடைய வட்டமையம் A இல் நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தைக் கொண்டது. QR பகுதி ஆனது 5m ஆரையுடைய வட்டமையம் B இல் நிலைக்குத்துடன் α கோணத்தைக் கொண்டது. இங்கு $\cos \theta = \frac{2}{3}$ $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ ஆகும். A, Q, B நிலைக்குத்துக் கோட்டில் உள்ளன. P இல் இருந்து 2M திணிவுடைய துணிக்கை X ஆனது மெதுவாக விடப்படுகிறது.



- Q ஐ அடையும் போது வேகத்தைக் காண்க.
- துணிக்கை X ஆனது சலவைத்தொட்டியின் மேற்பரப்பை விட்டு வெளியேறும் புள்ளியைக் காண்க.

13) இயற்கை நீளம் $2a$ உம் மீள்தன்மை மட்டு mg உம் உடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மை இழை ஒன்றின் ஒரு முனைகிடையுடன் 30° சாய்வான ஓர் ஒப்பமான தளம் ஒன்றின் மீது உள்ள புள்ளி O இற்கு இணைக்கப்பட்டு மறு நுனியில் $2m$ திணிவுள்ள துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டு O இற்கு கீழே உயர் சரிவுக்கோட்டின் வழியே உள்ள புள்ளி A இல் சமனிலையில் உள்ளது.

i) சமனிலையில் OA இன் நீளத்தைக் காண்க.

ii) சமனிலையில் உள்ள போது துணிக்கைக்கு $\overline{OA}$ திசையில் தளத்தின் வழியே $\frac{3}{2}\sqrt{ag}$ வேகம் கொடுக்கப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில் இழையின் நீளம் x ($x > 2a$) ஆக உள்ள போது துணிக்கை ஆனது $\ddot{x} = \frac{-g}{4a}(x - 4a)$ என்னும் இயக்கச் சமன்பாட்டை திருப்தி ஆக்குகின்றது எனக் காட்டுக.

iii) $X = (x - 4a)$ எனப்பிரதி இருவதன் மூலம் $\ddot{X} = \frac{-g}{4a}X$ எனக்காட்டி எளிமை இசை இயக்கத்தின் அலைவு மையத்தை எழுதுக.

iv) $\ddot{X} = \frac{-g}{4a}X$ இன் தீர்வு $\dot{X}^2 = w^2(b^2 - X^2)$ எனத்தரப்படின் w, b ஐ காண்க.

v) துணிக்கை O இல் இருந்து தளத்தின் வழியே கீழ்நோக்கி $6a$ தூரத்தை அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

vi) துணிக்கை O இல் இருந்து தளத்தின் வழியே $6a$ தூரத்தில் உள்ள போது துணிக்கை தளத்துக்கு செங்குத்தாக உள்ள ஓர் ஒப்பமான நிலைத்த தளத்துடன் மோதுகைக்கு உட்படுகின்றது. துணிக்கைக்கும் பொருளுக்கும் இடையிலான மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ஆகும் எனில் மோதுகைக்கு சற்றுப்பின் துணிக்கையின் கதியைக் கண்டு துணிக்கை மோதுகைக்கு பின் O இல் இருந்து $x(x > 2a)$ தூரத்தில் உள்ள போது சக்திக்காப்பு விதியைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் $\dot{X}^2 = \frac{g}{4a}(5a^2 - X^2)$ எனக்காட்டுக. இங்கு $X = x - 4a$ ஆகும். இதில் இருந்து துணிக்கையின் இயக்கம் எளிமை இசை இயக்கம் எனக்காட்டி அலைவுமையம் வீச்சத்தை எழுதுக.

vii) துணிக்கை எறியப்பட்ட கணத்தில் இருந்து மீண்டும் அப்புள்ளியை அடைய எடுக்கும் மிகக் குறைந்த நேரத்தைக் காண்க.

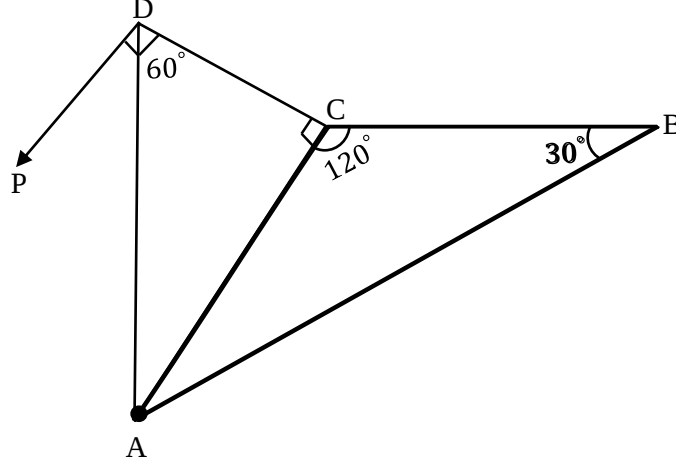
14) a) O குறித்த A, B, C என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}, \propto \underline{a} + \beta \underline{b}$ ஆகும்.இங்கு $\underline{a} \nparallel \underline{b}$

i) $\overrightarrow{OD} = p\underline{a}, \overrightarrow{DC} = q\underline{b}$ ஆகுமாறு p, q என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

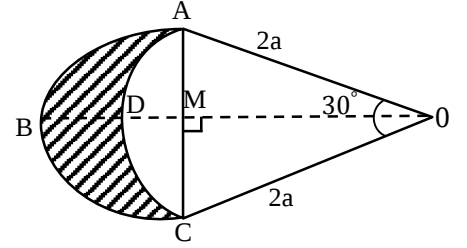
ii) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ என்பவற்றை $\alpha, \beta, \underline{a}, \underline{b}$ சார்பில் காண்க. A, B, C ஒரே நேர்கோட்டில் இருப்பின் $\alpha + \beta = 1$ எனக் காட்டுக.

A, B இற்கு இடையில் C இருப்பின் $0 < \alpha < 1$ என உய்த்தறின.

- b) AB, BC, CD, DA, AC ஆகிய இலேசான கோல்களாலான சட்டப்படல் படத்தில் காட்டியவாறு மூட்டப்பட்டு A ல் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளதுடன் D ல் P என்ற விசை CD க்கு $\perp$ ஆக பிரயோகிக்கப்படுவதுடன் B ல் $2w$ நிறை கட்டப்பட்டு AD நிலைக்குத்தாகவும் BC கிடையாகவும் இருக்குமாறு சமநிலையில் உள்ளது.
- i) போலின் குறியீட்டை உபயோகித்து தகைப்பு வரிப்படம் வரைந்து கோல்களிலுள்ள தகைப்புகளைக் கண்டு வேறுபடுத்துக.
- ii) வரைபிலிருந்து P ஐயும், A இலுள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்க.



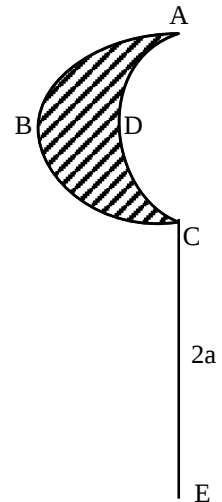
- 16) a) a ஆரையும் மையத்தில் 2α கோணத்தை அமைப்பதுமான ஆரைச்சிறையின் திணிவுமையம் மையத்திலிருந்து சமச்சீர் அச்சில் $\frac{2}{3} a \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ தூரத்திலுள்ளது எனக் காட்டுக.



- i) படத்தில் காட்டப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ABCD என்ற பிறைவடிவ அடரின் திணிவு மையத்தைக் காண்க.

இங்கு $OA = OC = 2a, \angle AOC = \frac{\pi}{3}, MB = a$ ஆகும்.

- ii) w நிறையுள்ள ABCD என்ற பிறைக்கு CE என்ற $2a$ நீளமுள்ள $2w$ நிறையுள்ள சீரான கோல் இணைக்கப்பட்டு கத்தி ஒன்று உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் திணிவு மையத்தைக் காண்க. கத்தி ஆனது C இல் இருந்து சுயாதீனமாக தொங்கவிடப்படின் CE நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணம் யாது?.



17) a) ஒரு வகுப்பில் உள்ள கனடிய மாணவர், தமிழ் மாணவர், வேறு மொழி மாணவர் எல்லோரும் ஆங்கில பாடத்திற்கு தோற்றினர். ஒரு மாணவர் எழுமாறாக தெரியப் படுகின்றார்.

E - ஆங்கில பாடத்தில் சித்தி பெற்றோர்.

T - தமிழ் மாணவர்

C - கனடியமாணவர்

என நிகழ்ச்சிகள் வரையறுக்கப்பட்டுள்ளன.

$$P(E) = 0.3, P(C) = 0.8, P(E/C) = 0.2 \text{ எனின்}$$

i) $P(E \cap C), P(E' \cap C')$ என்பவற்றைக் காண்க

ii) $P(T) = 0.15, P(E'/T) = 0.2$ எனின் $P(E \cap T)$ ஐக் காண்க.

iii) i, ii பகுதிகளை உபயோகித்து தெரியப்பட்டவர் ஆங்கிலத்தில் சித்தியடைந்த வேறு மொழிமாணவராக இருக்கும் நிகழ்தகவு யாது?

iv) இருவர் தெரிவு செய்யப்பட்டின் அவர்களில் ஒருவர் தமிழ் மாணவராகவும் மற்றையவர் கனடியராகவும் இருக்கும் நிகழ்தகவு யாது?

b) 1000 குடும்பங்களில் உள்ள பிள்ளைகளின் நாள் ஒன்றுக்கான விளையாட்டுச் செலவுக்குரிய மீடறன் பரப்பல் பின்வருமாறு உள்ளது.

செலவு (ரூபாவில்)	40 - 59	60 - 79	80 - 99	100 - 119	120 - 139
குடும்பங்கள் எண்ணிக்கை	50	a	500	b	50

இம் மீடறன் பரம்பலின், இடையம் 87.5 ஆகும்.

i) a, b ஐக் காண்க

ii) வகுப்பாயிடையின் நடுப்புள்ளி x எனின் $x = 20d + 89.5$ எனும் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி இடையைக் காண்க

iii) தரவுத்தொகுதியின் நியமவிலகலைக் காண்க.