வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

FWC

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, யூன் - 2017

Term Examination, June - 2017

தரம் :- 13 (2017)	இணைந்த கணிதம் – I	மூன்று மணித்தியாலங்கள்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I	
இணைந்த கணிதம் II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

The National e-learning Portal for The General Education

பகுதி - A

01) எல்லா $n \in Z^+$ இற்கும் $\sum_{r=1}^{n}(4r+1) = 2n^2 + 3n$ எனக்கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.

02) $y = x^2 - 1, y = 1 - |x|$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக. இதிலிருந்து சமனிலி $2 > x^2 + |x|$ ஐ திருப்தி செய்யும் x இன் மெய்ப் பெறுமானங்களைக் காண்க.

03) ஒரே ஆகண் வரிப்படத்தில் சமன்பாடு $(i)\ |Z-1| = 1 (ii) Arg\ (z-1) = \frac{\pi}{3}$ ஆகியவற்றை திருப்தியாக்கும் சிக்லெண் Z ஐ வகைகுறிக்கும் புள்ளிகளின் ஒழுங்குகளைப் பரும்படியாக வரைக. இவ்வொழுக்குக்களின் வெட்டுப்புள்ளியினால் வகைகுறிக்கப்படும் சிக்கலெண்ணை வடிவம் $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ இல் காண்க. இங்கு $r > O, O < \theta < \frac{\pi}{2}$ ஆகும்.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

04) ஒரு பரீட்சார்த்தி 7 வினாக்களில் 5 வினாக்களுக்கு விடை எழுத வேண்டும்.

(i) ஏதாவது 5 வினாக்களுக்கு

(ii) முதல் 5 வினாக்களில் குறைந்தபட்சம் 3 வினாக்கள் உட்பட 5 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கக்கூடிய விதங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

The National e-learning Portal for The General Education

05) $\lim_{x\to 1} \frac{\cos\frac{\pi}{2}x}{1-x^3} = \frac{\pi}{6}$ எனக் காட்டுக.

06) $y = 4 - x^2, 2x + y - 4 = 0$ ஆகிய இருவளையிகளையும் ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக. இருவளையிகளாலும் உள்ளடக்கப்பட்ட பிரதேசத்தின் பரப்பளவு $\frac{4}{3}$ சதுர அலகுகள் எனக் காட்டுக.

The National e-learning Portal for Free General Education

07) வளையி $y^2 - x^3 = 0$ இற்கு புள்ளி $P \equiv (4t^2, 8t^3)$ இல் வரையப்பட்ட தொடலியானது மீண்டும் வளையியை Q இல் வெட்டுகின்றது. Q இன் ஆள் கூறுகளை t இன் சார்பில் காண்க.

08) $P \equiv (a^2, 2a), Q \equiv (b^2, 2b)$ ஆகிய புள்ளிகளினூடு செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இங்கு $a \neq b$ இது $(1,0)$ எனும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்லுமாயின் $ab = -1$ எனக் காட்டுக.

09) $ax^2 + by^2 + (a + b - 4)xy - ax - by - 20 = 0$ என்பது ஒரு வட்டத்தை குறிக்கின்றது. எனின் a,b இன் பெறுமானங்களைக்கண்டு வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க.

10) $3\cos(\theta + \frac{\pi}{3}) + 5\cos\theta + 3$ ஆனது -4 தொடக்கம் 10 வரையுள்ள எல்லாப் பெறுமானங்களையும் எடுக்கும் எனக் காட்டுக.

The National e-learning Portal for The General Education

தரம் :- 13 (2017) **இணைந்த கணிதம் – I**

பகுதி - B

11) (a) $a, b, c \in R$ எனவும் $f(x) \equiv x^2 + 2(b + c - a)x + 2bc - a^2$ எனவும் கொள்வோம்.

(i) $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவை எனக் காட்டுக.

(ii) $\propto, \beta,$ என்பன $\alpha < \beta$ ஆகுமாறுள்ள $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் எனின் $\propto < x < \beta$ ஆகுமாறுள்ள எல்லா x இற்கும் $f(x) < 0$ எனக் காட்டுக.

(iii) $\alpha + a, \beta + a$ என்பவற்றை மூலகங்களாகவுடைய இருபடிச்சமன்பாட்டை a, b, c இன் உறுப்புகளில் காண்க.

(b) $a, b \in R$ எனவும் $f(x)$ என்பது x இலுள்ள ஒரு பல்லுறுப்பி எனவும் கொள்வோம். $f(x)$ ஐ $ax + b$ இனால் வகுக்க வரும் மீதி $f\left(\frac{-b}{a}\right)$ எனக்காட்டுக.

மூன்றாம் படியில் உள்ள பல்லுறுப்பி $f(x)$ ஐ $x, 2x - 1, 2x + 1$ என்பவற்றினால் வகுக்க வரும் மீதிகள் முறையே $-5, \frac{-25}{8}, \frac{-51}{8}$ எனவும் $x - 1$ என்பது $f(x)$ இன் ஒரு காரணி எனவும் தரப்பட்டுள்ளன. பல்லுறுப்பி $f(x)$ ஐக் காண்க.

12) (a) $n \in Z^+$ எனக் கொள்வோம். வழக்கமான குறியீட்டில் $(1 + x)^n$ இற்கு ஈருறுப்பு விரிவைக் கூறுக.

$\frac{n_{c_r}}{n_{c_{r-1}}} = \frac{n-r+1}{r}$ எனக் காட்டுக.

$(1 + x)^n$ என்ற ஈருறுப்பு விரிவில் மூன்று அடுத்துவரும் உறுப்புகளின் குணகங்கள் *1: 7 : 42* என்ற விகிதங்களில் இருப்பின் n = 55 எனக்காட்டி அவை எத்தனையாம் உறுப்புகள் எனவும் காண்க.

(b) $\frac{3^2-2.1}{1.3}\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{5^2-2.2}{3.5}\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{7^2-2.3}{5.7}\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

என்ற தொடரின் r ஆம் உறுப்பு U_r ஐ எழுதுக.

$U_r = \left(\frac{1}{3}\right)^r + f(r) - f(r+1)$ ஆகுமாறு ஒரு சார்பு $f(r)$ ஐக் காண்க இதிலிருந்து

$\sum_{r=1}^{n} u_r = 1 - \left(\frac{n+1}{2n+1}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^n$ எனக் காட்டுக. முடிவில் தொடர் $\sum_{r=1}^{\alpha} U_r$ ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டி அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

13) (a) A = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ B = $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ C = $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -4 & k \end{pmatrix}$

எனத்தரப்பட்டுள்ளது. $A(2B - C) = 6I$ ஆகுமாறு k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. இங்கு I வரிசை 2 ஐ உடைய அலகுத் தாயமாகும். A^{-1} இன் பெறுமானத்தையும் காண்க.

(b) ஆகண் தளத்திலுள்ள சதுரம் $ABCD$ ஒன்றின் மையம் உற்பத்தி 0 ஆகவும் அதன் ஓர் உச்சி A வகை குறிக்கும் சிக்கலெண் $Z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ஆகவும் உள்ளது.

(i) B, C, D என்னும் புள்ளிகள் வகை குறிக்கும் சிக்கலெண்களைக் காண்க.

(ii) A, B, C, D எனும் புள்ளிகளுக்கு ஊடாக செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டை $|z - c| = k$ வடிவில் எடுத்துரைக்க.

(iii) $\left|Z - \sqrt{2}\right| = \sqrt{2}$ என்பதை திருப்திப்படுத்தும் z இன் ஒழுக்கை வரைக.

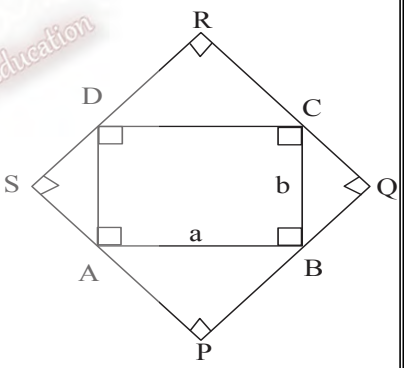
$\left|z - \sqrt{2}\right| \leq \sqrt{2},\ |Z| \geq 2$ என்பதை திருப்திப்படுத்தும் பிரதேசத்தை நிழற்றிக் காட்டுக.

(iv) சதுரம் $ABCD$ யானது இடஞ்சுழியாக $45°$ க்கு ஊடாக சுழற்றப்படின் புள்ளிகள் A,B,C,D இன் புதிய நிலையை வகைகுறிக்கும் சிக்கலெண்களை காண்க.

14) (a) $x \neq \frac{5}{3}$ இற்கு $f(x) = \frac{3x^2-3}{6x-10}$ எனக் கொள்வோம்.

$f(x)$இன் பெறுதி $f'(x)$ஆனது

$f'(x) = \frac{6(3x-1)(x-3)}{(6x-10)^2}$ எனக் காட்டுக. அணுகுகோடுகளையும் திரும்பற் புள்ளிகளையும் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபை பரும்படியாக வரைக.



(b) $ABCD$ ஓர் செவ்வகமாகும். $AB = a, BC = b$ ஆகும். $PQRS$ என்னும் செவ்வகமொன்றின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களில் செவ்வகம் $ABCD$ யின் அடுத்தடுத்த உச்சிகள் அமையுமாறு வரையப்படுகின்றது. $PQRS$ இன் உயர் பரப்பளவு $\frac{(a+b)^2}{2}$ எனவும் இது $PQRS$ ஒரு சதுரம் ஆகும் போது நிகழும் எனவும் காட்டுக.

15) (a) (i) $\frac{d}{d}\left\{\ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})\right\} = \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}$ எனக் காட்டுக.

$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$ ஐக் காண்க.

(ii) $\frac{d}{dx}\left(\sqrt{x^2 + 4x + 5}\right)$ஐக் காண்க.

இதிலிருந்து $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}}\, dx$ ஐக் காண்க. மேலேயுள்ள முடிவுகளைப் பயன்படுத்தி $\int \frac{2x+5}{\sqrt{x^2+4x+5}}\, dx$ ஐக் காண்க.

(b) $\frac{3x-1}{(x^2-1)(x^2+4)}$ ஐ பகுதிப் பின்னங்களாக எடுத்துரைக்க. இதிலிருந்து $\int \frac{3x-1}{(x^2-1)(x^2+4)} dx$ ஐக் காண்க.

(c) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி $\int_1^{e^\pi} \cos(\lrcorner nx)\ dx = -\frac{1}{2}\ (e^\pi + 1)$எனக் காட்டுக.

16) (a) முக்கோணி $y = m_1\, x, +c_1, y = m_2 x + c_2$ என்னும் கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கூர்ங்கோணம் θ எனின் $\tan\theta = \left|\frac{m_{1-m_2}}{1+m_1 m_2}\right|$ எனக் காட்டுக. முக்கோணி ABC இன் பக்கங்கள் AB,AC என்பன முறையே $3x + 4y = 5, 4x - 3y = 15$ என்னும் நேர்கோடுகள் வழியே உள்ளன. AB=AC ஆகும். BC ஆனது (1,2) இனூடு செல்லுமாயின் BC இற்கு சாத்தியமான சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(b) $x^2 + y^2 + 2g_1 x + 2f_1 y + c_1 = 0, x^2 + y^2 + 2g_2 x + 2f_2 y + c_2 = 0$ என்னும் இரு வட்டங்களும் செங்குத்தாக வெட்டுமெனின் $2g_1 g_2 + 2f_1 f_2 = c_1 + c_2$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து

$x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0,\quad 2x^2 + 2y^2 + 6x + 8y - 3 = 0,$

$x^2 + y^2 - 2x + 6y - 3 = 0$ என்னும் வட்டங்களை செங்குத்தாக வெட்டும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

17) (a) (i) $\theta, \emptyset$ என்பன கூர்ங்கோணங்கள் எனவும் $\cos\theta + 3\sin\emptyset = 2$ எனவும் கொள்வோம். $y = \sin\theta + 3\cos\emptyset$ எனின் $y^2 = 6 + 6\sin(\theta + \emptyset)$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து y இன் உயர் பெறுமானம் $2\sqrt{3}$ எனவும் அப்போது $\theta = 2\emptyset = \frac{\pi}{3}$ எனவும் காட்டுக.

(b) சைன் நெறியைக் கூறுக.

வழமையான குறியீடுகளுடன் $a\sin(C-\theta)\sin B = c\sin\theta\sin C$ எனின் $cot\theta = cotA + CotB + CotC$ எனக் காட்டுக.

(c) (i) $\tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{7}{17}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனக் காட்டுக.

(ii) $\sin 3x - \cos 2x + \sin x = 1$ ஐத் தீர்க்க.

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

FWC

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, யூன் - 2017

Term Examination, June - 2017

தரம் :- 13 (2017)	இணைந்த கணிதம் – II	மூன்று மணித்தியாலங்கள்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I	
இணைந்த கணிதம் II	
இறுதிப்புள்ளிகள்	

The National e-learning Portal for The General Education

பகுதி - A

(1) ஒரு கோபுரத்தின் உச்சியில் இருந்து மெதுவாக விடப்படும் ஒரு துணிக்கை ஒரு குறித்த செக்கனில் தூரத்தின் ஊடாக விழுகின்றது எனின், துணிக்கை அதற்கு முன் எவ்வளவு தூரம் இயங்கியிருக்கும்?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) 20m சீரான அகலமுடைய ஆறு மாறா வேகம் Vms^{-1} உடன் பாய்கின்றது. ஆற்றின் ஒரு கரையில் உள்ள A என்னும் இடத்தில் இருந்து நேர் எதிரே மறுகரையில் உள்ள B என்னும் இடத்தை அடையும் நோக்குடன் A இல் இருந்து ஒரு மனிதன் படகு ஒன்றில் பயணிக்கின்றான். அவன் ஆறு சார்பாக $2\sqrt{3}m$ சீரான கதியுடன் சென்று ஆற்றின் இயக்கத் திசையில் B இற்கு முன்பாக $2\sqrt{3}m$ தூரத்தில் உள்ள C என்னும் இடத்தை அடைகின்றான். ஆறு சார்பாக படகு AB உடன் 30^0 திசையில் பயணித்திருப்பின்,

i) ஆற்றின் வேகம் V ஐயும்

ii) படகின் பூமி சார்பான வேகத்தையும்

iii) படகு ஆற்றைக் கடக்க எடுக்கும் நேரத்தையும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(3) ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையில் m திணிவுள்ள ஓர் ஒப்பமான துணிக்கை A ஆனது சீரான வேகம் u உடன் இயங்கி தன் திணிவைப் போல் k மடங்கு திணிவு உடையதும் அதே திசையில் $\frac{u}{n}(n>2)$ வேகத்துடன் மேசை மீது இயங்குவதுமான துணிக்கை B உடன் நேரடியாக மோதுகின்றது. மோதுகையினால் துணிக்கை A ஓய்வடைகின்றது. எனின், இரு துணிக்கைகளுக்கும் இடையிலான மீளமைவுக் குணம் $e=\frac{k+n}{k(n-1)}$ எனக் காட்டுக.

$k>\frac{n}{n-2}$ என உய்த்தறிக்

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$\frac{\theta mv^3\sin\theta}{2h}$

(4) m திணிவுள்ள ஒரு கார் ஆனது கிடையுடன் θ சாய்வுள்ள ஒரு நேரான பாதை வழியே ஓய்வில் இருந்து மேல் நோக்கி தன் உயர் வலு P உடன் இயங்கி ஆரம்ப நிலையில் இருந்து h உயரத்தில் உள்ள புள்ளியில் உயர் வேகம்V ஐ அடைகின்றது.

P = mgv sin + Rv + எனக் காட்டுக. இங்கு இயக்கத்துக்கான மாறாத் தடை விசை R ஆகும்.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(5) $A \equiv (4,5)$ ஆகவும் $\overrightarrow{AB}$ இன் x,y - அச்சுகள் வழியேயான கூறுகள் முறையே ஆகவும் இருப்பின், O குறித்து புள்ளி B இன் தானக்காவியைக் காண்க. இங்கு O உற்பத்தி i, j என்பன முறையே x,y அச்சுகள் வழியேயான அலகுக் காவிகள் ஆகும்.

.....

.....

.....

.....

.....

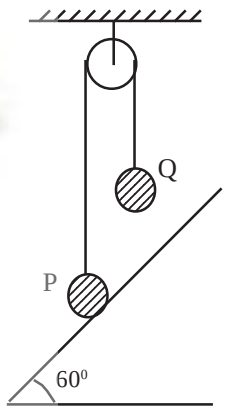
.....

.....

.....

.....

(6) முறையே 4m,3m திணிவுகள் உடைய துணிக்கைகள் P,Q என்பன படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஓர் இலேசான நீளா இழையின் முனைகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான கப்பிக்கு மேலாகச் சென்று கப்பியுடன் தொடுகையுறாத பகுதிகள் நிலைக்குத்தாக இறுக்கமாக இருக்குமாறு துணிக்கை P ஆனது கிடையுடன் 60^0 சாய்வில் உள்ள, கரடான தளத்தின் மீது எல்லைச் சமநிலையில் இருக்கின்றது. அக்கணத்தில் துணிக்கைகளில் தாக்கும் விசைகளைக் குறித்து துணிக்கை P இற்கும் தளத்திற்கும் இடையிலான உராய்வுக் குணகத்தைக் காண்க.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(7) ஒரு மாதிரிவெளியில் A,B என்பன இரு நிகழ்ச்சிகள் $P(A)=\frac{1}{2}x, P(B)=\frac{1}{4}x, P(A\cup B)=\frac{5}{8}x$ எனின், $P(A\cap B)$ ஐ x இன் சார்பாகக் காண்க.

A,B என்பன சாரா நிகழ்ச்சிகள் எனின், x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(8) ஒரு பெட்டியில் ஒரே மாதிரியான 8 வெள்ளைப் பந்துகளும் 6 சிவப்புப் பந்துகளும் உள்ளன. எழுமாறாக இரு பந்துகள் எடுக்கப்படுகின்றன. எடுக்கப்பட்ட இரு பந்துகளும் வேறு வேறு நிறங்களாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(9) ஐந்து புள்ளிகளுக்கு நடைபெற்ற ஒரு பரீட்சையில் மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகள் வருமாறு:

1	2	3	4	5
1	x	y	5	2

இடை 3 உம் மாறற்றிறன் 1.2 உம் எனின், x,y ஆகியவற்றைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$a < b$

(10) a,b, 10,16,30 என்னும் வெவ்வேறான நேர் நிறையெண்களின் இடை, இடையம் என்பன 16 ஆகும். ஆகவும் a,b என்பன 4 இன் நிறையெண் மடங்குகளாகவும் இருப்பின், a,b ஆகியவற்றைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

FWC

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, யூன் - 2017

இணைந்த கணிதம் - II **Term Examination, June - 2017**

பகுதி - B

(11) (a) ஒரு நேர்ப் பாதை வழியே நடைபெறும் மோட்டார் வண்டிப் போட்டி ஒன்றில் X என்னும் வண்டி முடிவு நிலையில் இருந்து 1100m தூரத்தில் இருக்கும் போது $38.5ms^{-1}$ என்னும் வேகத்துடனும் $0.44ms^{-1}$ என்னும் சீரான ஆர்முடுகலுடனும் செல்கின்றது.அதே கணத்தில் வண்டி Y ஆனது X இற்குப் பின்னே 220m தூரத்தில் $48.4ms^{-1}$ என்னும் வேகத்துடனும் $0.55ms^{-2}$ என்னும் சீரான ஆர்முடுகலுடனும் செல்கின்றது.

i) இரு வண்டிகளின் இயக்கங்களுக்கான வேக நேர வரைபுகளை போட்டியின் முடிவு நிலை வரை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

ii) X, Y என்பன முடிவிடத்தை அடைய எடுக்கும் நேரங்களைக் காண்க.

iii) Yஆனது X ஐ முடிவு நிலைக்கு முன் 242m தூரத்தில் முந்தும் எனக் காட்டுக.

(b) ஒரு மோட்டார்க் கார் u என்னும் மாறாக் கதியுடன் கிழக்கு நோக்கிச் செல்கின்றது. காற்றானது வடக்குக்கு 30^0 கிழக்கிலிருந்து வீசுவது போல் ஓட்டி அவதானிக்கின்றார். அவர் மேற்கு நோக்கி அதே கதியுடன் செலுத்தும் போது காற்றானது வடக்குக்கு 60^0 மேற்கிலிருந்து வீசுவது போல் தோன்றுகின்றது. வேக முக்கோணி வரைபைப் பயன்படுத்தி, காற்றானது உண்மையில் மோட்டார் காரின் கதியுடன் வடக்குக்கு 30^0 மேற்கிலிருந்து வீசுகின்றதெனக் காட்டுக.

(12) (a) M திணிவு உடைய ஒப்பமான ஆப்பு ஒன்று ஒப்பமான கிடைத்தளம் ஒன்றில் வைக்கப்பட்டு கிடையுடன் α கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள ஆப்பின் முகத்தின் அடியில் இருந்து m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று ஆப்பின் சாய்முகத்தின் அதியுயர் சரிவுக்கோட்டின் வழியே மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. துணிக்கை கிடைத்தளத்தின் மேல் h என்னும் அதி கூடிய உயரத்தை ஆப்பின் அதியுயர் சரிவுக் கோட்டின் வழியே அடைகின்றது.

i) ஆப்பு, துணிக்கை ஆகியவற்றில் தாக்கும் விசைகள், ஆர்முடுகல்களைக் குறிக்க.

ii) ஆப்பு, துணிக்கை ஆகியவற்றின் ஆர்முடுகல்களைத் துணிவதற்கான சமன்பாடுகளை எழுதுக.

iii) துணிக்கையின் எறியல் வேகத்தைக் காண்க.

iv) துணிக்கை மீண்டும் எறியற் புள்ளியை அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

(b) m kg திணிவு உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது O ஐ மையமாகவும் a ஐ ஆரையாகவும் உடைய ஒரு வட்ட வில்லின் மீது இயங்குகின்றது. நேரம் t=0 இல் துணிக்கை புள்ளி A இலும் நேரம் t செக்கனில் கோணம் உம் ஆகும். நேரம் t செக்கனில் துணிக்கையின் மையம் நோக்கிய ஆர்முடுகலின் பருமன் $4a\sin^2 4t\ ms^{-2}$ எனக் காட்டுக.

i) P இன் தொடலி வழியேயான ஆர்முடுகல் முதலில் பூச்சியம் ஆகும் போது t இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

ii) $t = \frac{\pi}{12}$ ஆகும் போது P இல் தாக்கும் மறுதாக்க விசையின் பருமனைக் காண்க.

(13) (a) m திணிவு உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது இயற்கை நீளம் l உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையினால் ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் இருந்து தொங்கவிடப்பட்டு சமநிலையில் தொங்குகின்றது. துணிக்கையானது இழையின் நீளம் ஆகவுள்ள ஒரு நிலைக்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி இழுக்கப்படுகின்றது. துணிக்கை இவ் அமைவில் ஓய்வில் இருந்து விடுவிக்கப்பட்டு, இழையின் நீளம் $\frac{11l}{7}$ ஆகும் போது துணிக்கை அதியுயர் உயரத்தை அடைகின்றது.

i) இழையின் மீள்தன்மை மட்டு $\frac{7}{5}mg$ எனக் காட்டுக.

ii) நேரம் t இல் இழையின் நீளம் x எனக் கொள்வோம்.

$$\ddot{x} = -\frac{7g}{5l}\left(x - \frac{12l}{7}\right)$$ எனக் காட்டுக.

iii) மேலே பெறப்பட்ட சமன்பாட்டின் தீர்வு

$x - \frac{12l}{7} = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ என்னும் வடிவில் தரப்படின், A,B, ω என்பவற்றைக் காண்க.

iv) மேலே (iii) உள்ள சமன்பாட்டை மாத்திரம் பயன்படுத்தி, துணிக்கை பெறக்கூடிய உயர் வேகத்தின் அரைவாசியை முதலில் அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

(b) துணிக்கை தன் பாதையில் இரண்டாவது தடவையாக உயர் வேகத்தை அடையும் கணத்தில் தன் பாதையில் திணிவு $\frac{mP}{7}$ உடைய ஒரு துணிக்கையுடன் நேரடியாக மோதி இணைகின்றது. மோதலுக்கும் பின் இழையின் அதியுயர் நீட்சியைக் காண்க.

(14) a) O என்னும் உற்பத்தி குறித்து A,B என்னும் புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே a,b ஆகும். $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$ ஆகவும் $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{6}\overrightarrow{OA}$ ஆகவும் இருக்குமாறு C,D என்னும் புள்ளிகள் உள்ளன. DB உம் OC உம் E இல் இடைவெட்டுகின்றன.

i) $\overrightarrow{OC}$ யை **a, b** இல் காண்க.

ii) $\overrightarrow{OE} = \lambda\overrightarrow{OC}$ எனக் கொண்டு, $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DE}$ ஐ λ ,**a,b** இல் காண்க.

iii) இதிலிருந்து, இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

OE : EC ஐ உய்த்தறிக.

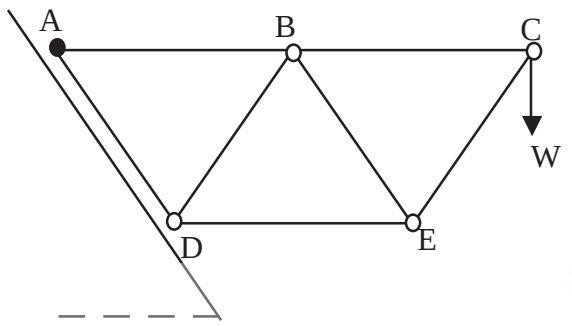
b) A,B,C,D,E,F ஆகிய புள்ளிகள் இடஞ்சுழிப் போக்கில் எடுக்கப்படும் $2l$ மீற்றர் பக்கமுள்ள ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணியின் உச்சிகளாகும். 3P, 7P, P, 2P, 8P நியூற்றன் பருமனுள்ள விசைகள் முறையே AB,BC,CD,DE,EF ஆகிய பக்கங்கள் வழியே எழுத்துகளின் ஒழுங்கு வரிசையினால் காட்டப்படும் போக்கில் தாக்குகின்றன. விசைத் தொகுதி ஓர் இணையாக ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டுக.

புதிய தொகுதி AD இனூடாகச் செல்லும் ஒரு தனி விசையாக ஒடுங்கத்தக்கதாக நியூற்றன் பருமனுள்ள மேலதிக விசை மேற்குறித்த தொகுதிக்கு FE வழியே எழுத்துகளின் ஒழுங்கு வரிசையினால் காட்டப்படும் போக்கில் புகுத்தப்படுகின்றது இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(15) (a) ஒவ்வொன்றும் நிறை w உம் நீளம் 2a உம் உடைய நான்கு சீரான கோல்கள் ஒரு சாய்சதுரம் ABCD ஐ ஆக்குமாறு அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. BC இன் நடுப்புள்ளியும் CD இன் நடுப்புள்ளியும் ஓர் இலேசான கோல் R_1 இனாலும் CD இன் நடுப்புள்ளியும் AD இன் நடுப்புள்ளியும் இன்னோர் இலேசான கோல் R_2 இனாலும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இத்தொகுதி A இலிருந்து தொங்கிக் கொண்டு ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உள்ளது. R_1 இல் உள்ள உதைப்பு உம் R_2 இல் உள்ள உதைப்பு T உம் எனின், எனக் காட்டுக. இங்கு $B\hat{A}D = 2\theta$ ஆகும்.

$$T = \frac{4w}{\cot\theta - 1}$$

(b)



சம நீளம் உடைய AB,BC,AD,BD,BE,CE,DE என்னும் இலேசான விறைப்பான கோல்கள் அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக் ஊசி மூட்டப்பட்டு அமைக்கப்பட்ட ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உள்ள சட்டப்படலை உரு காட்டுகின்றது. கோல்கள் AB,BC,DE என்பன கிடையாகவும் மூட்டுகள் A,D என்பன ஒப்பமான சாய்தளத்தின் மீது A ஆனது சாய்தளத்துடன் பிணைக்கப்பட்டும் D ஆனது சாய்தளத்தின் மீது தங்கியிருக்கவும் மூட்டு C ஆனது W நிறையைத் தாங்கிக் கொண்டும் சமநிலையில் உள்ளது. A,D இல் உள்ள மறுதாக்கங்களைக் காணாது, போவின் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி. தகைப்பு வரிப்படம் ஒன்றை வரைவதன் மூலம்

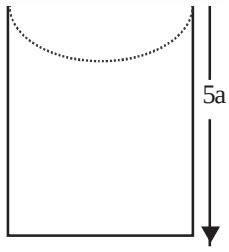
i) கோல் AD இல் உள்ள தகைப்பு பூச்சியம் எனக் காட்டுக.

ii) A,D ல் உள்ள மறுதாக்கங்களைக் காண்க.

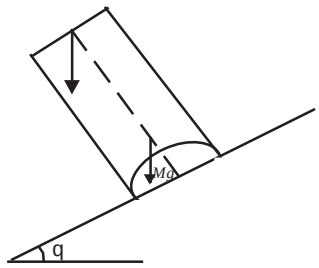
iii) கோல் AB, BC,BD,BE,CE,DE ஆகியவற்றில் உள்ள தகைப்புகளை கண்டு அவை இழுவைகளா அல்லது உதைப்புகளா என வேறுபடுத்திக் காட்டுக.

(16) ஆரை a ஐ உடைய ஒரு சீரான திண்ம அரைக்கோளத்தின் திணிவு மையம் அதன் சமச்சீர் அச்சின் மீது அடியின் மையத்தில் இருந்து $\frac{3a}{8}$ தூரத்தில் இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

சீரான உலோகத்தினால் ஆன 2a ஆரையும் உயரம் 5a உடையதுமான திண்ம உருளை ஒன்றில் அரை கோளம் ஒன்றை குடைந்து படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு நீர்த்தொட்டி ஒன்று அமைக்கப்பட்டுள்ளது. நீர்த் தொட்டியின் புவியீர்ப்பு மையத்தை அரைக்கோளத்தின் அடியின் மையத்தில் இருந்து காண்க.



நீர்த் தொட்டியின் திணிவு M எனின், படத்தில் காட்டியவாறு நீர்த் தொட்டியானது கிடையுடன் θ சாய்வுள்ள கரடான தளம் ஒன்றில் வைக்கப்பட்டு உருளையின் தட்டையான அடியின் மையத்தில் திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு சமநிலையில் இருப்பின்,



i) $\tan\theta \le \mu$ எனவும்

ii) $\tan\theta < \dfrac{176}{317}$ எனவும் காட்டுக.

இங்கு μ ஆனது தளத்துக்கும் தொட்டிக்கும் இடையேயான உராய்வுக் குணகம் ஆகும்.

(17) (a) ஒரு கோடலற்ற நான்முகித் தாயக்கட்டை A இன் முகங்களில் 1,2,2,3 என எண்கள் இடப்பட்டுள்ளன. இத்தாயக்கட்டை இரு முறை அடுத்தடுத்து சுண்டப்பட்டு எண்கள் குறிக்கப்படுகின்றன. பெறப்படும் எண்களின் கூட்டுத்தொகை 4 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

தாயக்கட்டை A ஐப் போன்ற B என்னும் இன்னொரு தாயக்கட்டையின் முகங்களில்1,2,3,3 என எண்கள் இடப்பட்டுள்ளன. இது இருமுறை சுண்டப்படின், தோன்றும் எண்களின் கூட்டுத்தொகை 4 ஆக இருக்கும் நிகழ்தகவு யாது?

ஓர் உறையில் இடப்பட்ட A,B இலிருந்து எழுமாறாக ஒரு தாயக்கட்டை எடுக்கப்பட்டு இரு முறை சுண்டப்படுகின்றது. பெறப்படும் எண்களின் கூட்டுத்தொகை 4 எனத் தரப்படின், அது B ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(b) $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n$ ஆகிய பெறுமானங்களின் இடை, மாறற்றிறன் முறையே $\bar{x}, S_x^2$ ஆகும். y=ax+b என்னும் உருமாற்றத்தின் மூலம் $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n$ அளவிடையாக்கப்படின் புதிய பெறுமானங்களின் இடை, மாறற்றிறன் முறையே $\bar{y} = S_y^2$ எனின், $\bar{y} = a\bar{x} + b$ எனவும் $S_y^2 = a^2 S_x^2$ எனவும் காட்டுக.

தரவுத் தொகுதி ஒன்றின் இடை 40, மாறற்றிறன் 25 ஆகும். இத்தொகுதி $y = ax + b$ என்னும் உருமாற்றத்தின் மூலம் புதிய இடை, மாறற்றிறன் முறையே 50,64 எனக் காணப்படின்,

i) a,b என்பவற்றைக் காண்க.

ii) முதற்தொகுதியில் உள்ள 40 என்ற புள்ளிக்கு ஒத்த புள்ளி யாது?