(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

NFWC

தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு
இரண்டாம் தவணைப் பரீட்சை - 2023
National Field Work Centre, Thondaimanaru.
2nd Term Examination - 2023

இணைந்த கணிதம் - (A)
Combined mathematics - (A)

Three Hours 10 min

Gr -12 (2024)

10 | T | A

சுட்டெண் | | | | | |

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லாவினாக்களுக்கும் விடைஎழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம்		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் A	
இணைந்த கணிதம் B	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

பகுதி - A

01) $a, b \in \boldsymbol{R}$ எனவும் $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - x + 2$ எனவும் கொள்வோம். $f(x)$ ஐ $(x+1)^2$ இனால் வகுக்க வரும் மீதி 5 ஆகும். a, b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

02) சமனிலி $x^2 \geq \frac{4x^2}{x+3}$ ஐத் திருப்திப்படுத்தும் x இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களைக் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

03) $\frac{2x}{(x+1)(x+2)}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களில் எடுத்துரைக்க. **இதிலிருந்து,** $\frac{x}{(x+1)(2x+1)}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களில் எடுத்துரைக்க.

04) சமன்பாடு $\log_x 5 - \left(\log_5 \sqrt{3}\right)(\log_3 x) = \log_3 \sqrt{3}$ ஐத் திருப்திப்படுத்தும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

05) $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}} \frac{2\sin x-1}{\sqrt{\pi}-\sqrt{6x}} = -\frac{\sqrt{3\pi}}{6}$ எனக் காட்டுக.

06) கிடைத்தரையில் இருந்து நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி u கதியுடன் எறியப்படும் துணிக்கை $T, 2T$ நேர ஆயிடையில் $\left(T < \frac{u}{2g}\right)$ மேல்நோக்கிய பயணத்தில் $\frac{1}{4}$ பங்கு உயரத்தை கடப்பின் T ஐக் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

07) $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன $\left|\underline{a}+\underline{b}\right| = \left|\underline{a}-\underline{b}\right|$ ஆக இருப்பின் $\underline{a} \perp \underline{b}$ எனக் காட்டுக.

08) $\overrightarrow{OP} = 2\underline{i} + 3\underline{j}$, $\overrightarrow{OQ} = -6\underline{i} + 4\underline{j}$ ஆகும். இங்கு O உற்பத்தி. $PR : RQ = k : 1\ (k > 0)$ ஆகுமாறு PQ இன் மீது R ஒரு புள்ளி ஆகும். $\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{OR}$, $\overrightarrow{OQ}.\overrightarrow{OR}$ ஆகியவற்றை காண்பதன் மூலம் OR ஆனது POQ இன் இரு கூறாக்கி எனில் k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

09) P, P என்ற இரு விசைகள் ஒரு புள்ளியில் θ கோணத்தில் தாக்குகின்றன. இவற்றின் விளையுள் $2P\cos\frac{\theta}{2}$ எனக் காட்டுக.

10) Δ ஒன்றின் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளினூடாக P, P, P என்ற ஒத்த சமாந்தர விசைகள் தாக்குகின்றன. இவற்றின் விளையுள் முக்கோணியின் மையப் போலி ஊடாக செல்லும் எனக் காட்டுக.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு
இரண்டாம் தவணைப் பரீட்சை - 2023
National Field Work Centre, Thondaimanaru.
NFWC
2nd Term Examination - 2023

இணைந்த கணிதம் - (B)
Combined mathematics - (B)

Gr -12 (2024) | 10 | T | B

பகுதி - B

11) (a) $p > q > 0$ எனவும் $f(x) = x^2 - 2px + q^2$ எனவும் $g(x) = x^2 - 2qx + p^2$ எனவும் கொள்வோம். சமன்பாடு $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவையும் வேறுவேறானவையும் எனவும் சமன்பாடு $g(x) = 0$ இன் மூலங்கள் கற்பனையானவை எனவும் காட்டுக.

$f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் α, β எனவும் $g(x) = 0$ இன் மூலங்கள் γ, δ எனவும் கொள்வோம்.

$\alpha\gamma + \beta\delta,\ \alpha\delta + \beta\gamma$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 - 4pqx + 4(p^4 - p^2q^2 + q^4) = 0$ எனக் காட்டுக.

மேலும் இச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் இரண்டும் கற்பனையானவை எனவும் காட்டுக.

$x \in \boldsymbol{R}$ இற்கு $f(x) + g(x) \geq \frac{1}{2}(p - q)^2$ எனக் காட்டுக.

(b) $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 4x + c$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு a, b, c என்பன மெய்ம் மாறிலிகள் ஆகும். $x,\ x - 1$ என்பன $p(x)$ இன் காரணிகள் எனவும் $p(x)$ ஐ $x + 1$ இனால் வகுக்க வரும் மீதி 10 எனவும் தரப்பட்டுள்ளன. a, b, c இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$p(x)$ ஐ இரு ஏகபரிமாணக் காரணிகளினதும் ஒரு இருபடிக் காரணியினதும் பெருக்கமாக எடுத்துரைக்க.

இதிலிருந்து $p(x)$ ஐ $x(x - 1)(x - 2)$ இனால் வகுக்க வரும் ஈவையும் மீதியையும் காண்க.

12) (a) பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+7}}{x-2}$

(ii) $\lim_{x \to \infty} \frac{x^3 - 4x^2 - 3}{(x-1)(2x-1)}$

(b) முதற் தத்துவங்களில் இருந்து x குறித்து $\sin x$ இன் பெறுதியைக் காண்க.

இதிலிருந்து, x குறித்து $\sin^{-1} x$ இன் பெறுதியைப் பெறுக.

$y = \sin(m \sin^{-1} x)$ எனின், $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + m^2y = 0$ எனக் காட்டுக; இங்கு m ஒரு மெய்ம் மாறிலி.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

(c) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ இற்கு $x = 2\sin\theta - \sin 2\theta$ எனவும் $y = 2\cos\theta - \cos 2\theta$ எனவும் கொள்வோம்.

$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{3}{8}\text{cosec}^3\frac{3\theta}{2}\ \text{cosec}\frac{\theta}{2}$ எனக் காட்டுக.

$\theta = \frac{\pi}{3}$ இல் $\frac{d^2y}{dx^2}$ ஐயும் காண்க.

13) (a) பின்வரும் சர்வசமன்பாடுகளை நிறுவுக.

(i) $\frac{\cos\theta}{1-\sin\theta} + \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = 2\sec\theta,$

(ii) $\frac{\sin\theta - 2\sin^3\theta}{2\cos^3\theta - \cos\theta} = \tan\theta.$

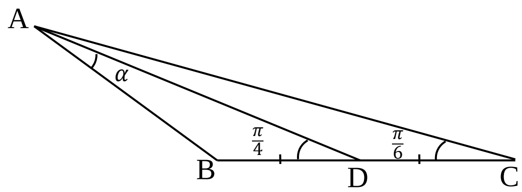
(b) $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ எனவும் $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ எனவும் நிறுவுக; இங்கு $t = \tan\frac{x}{2}$.

$a, b \in \boldsymbol{R}^+$ இற்கு $(a^2 - b^2)\sin\alpha + 2ab\cos\alpha = a^2 + b^2$ எனின் $\sin\alpha$ ஐயும் $\cos\alpha$ ஐயும் a, b சார்பில் காண்க.

(c) சமன்பாடு $2\sin x - 2\sqrt{3}\cos x - \sqrt{3}\tan x + 3 = 0$ இன் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

14) (a) $\cos(A + B)$ ஐ $\sin A, \cos A, \sin B, \cos B$ ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக. **இதிலிருந்து,** $\cos(A - B)$ இற்கான ஓர் ஒத்த விரிவைப் பெறுக.

$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ எனக் காட்டுக.



(b) வழமையான குறியீடுகளுடன் யாதாயினும் ஒரு முக்கோணி ABC யிற்கு **சைன் நெறியைக்** கூறி நிறுவுக.

உருவில் காட்டப்பட்ட முக்கோணி ABC யின் பக்கம் BC யின் நடுப்புள்ளி D ஆகும். $B\hat{D}A = \frac{\pi}{4}$, $B\hat{C}A = \frac{\pi}{6}$, $B\hat{A}D = \alpha$ ஆகும்.

முக்கோணிகள் ABD, ADC ஆகியவற்றிற்கு சைன் நெறியைப் பிரயோகிப்பதன் மூலம் $2\sin\alpha\cos\frac{\pi}{12} = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\alpha = \frac{\pi}{6}$ எனக் காட்டுக. [$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ எனக் கொள்க.]

(c) $x > 0$ இற்கு $\tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1}{2}\tan^{-1}x$ ஐத் தீர்க்க.

15) (a) *நிலையம் A இல் ஓய்வில் இருந்து புறப்படும் ஒரு புகையிரதம் ஒரு நேரான கிடையான புகையிரதப் பாதை வழியே இயங்கிச் செல்கிறது. அது தன் பயணத்தின் முதல் $5T$ செக்கனுக்கு சீரான ஆர்முடுகல் $8f\ ms^{-2}$ உடன் இயங்கி அடுத்த $12\,T$ செக்கன்களுக்கு சீரான ஆர்முடுகல் $5f\ ms^{-2}$ உடன் இயங்கி பெற்ற வேகத்துடன் T_0 செக்கன்களுக்கு சீராக இயங்கி பின் $20f\ ms^{-2}$ அமர்முடுகலுடன் இயங்கி நிலையம் B இல் ஓய்வுக்கு வருகின்றது.*

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

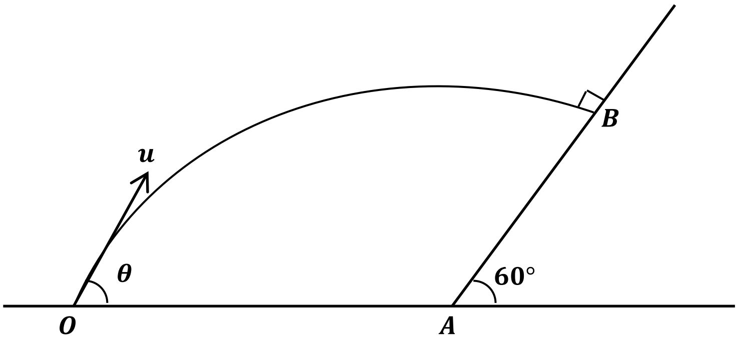
(i) புகையிரதத்தின் இயக்கத்திற்கான வேக நேர வரைபை வரைக.

(ii) புகையிரதம் இயங்கத் தொடங்கி $17T$ செக்கனில் புகையிரதத்தின் கதி யாது?

(iii) புகையிரதத்தின் இயக்கத்தின் முதல் $17T$ செக்கனில் புகையிரதம் சென்ற தூரம் யாது?

(iv) நிலையம் A இல் இருந்து நிலையம் B இற்கான தூரம் முதல் $17T$ செக்கனில் இயங்கிய தூரத்தின் 6 மடங்கு எனின் T_0 ஐ T சார்பில் கண்டு இயக்கத்திற்கு எடுத்த மொத்த நேரத்தைக் காண்க.

(b)



கிடைத்தரையில் உள்ள புள்ளி O இல் இருந்து கிடையுடன் θ கோணத்தில் u கதியுடன் நிலைக்குத்துத் தளத்தில் எறியப்படும் துணிக்கை அதே நிலைக்குத்து தளத்தில் கிடைத்தரையில் உள்ள புள்ளி A இன் ஊடாக OA உடன் $60°$ சாய்வில் அமைந்துள்ள நிலைத்த தளத்தை $\sqrt{3ag}$ கதியுடன் $\sqrt{\frac{12a}{g}}$ நேரத்தில் செங்குத்தாக புள்ளி B இல் அடிக்கின்றது.

(i) $u = 3\sqrt{ag}$ எனக் காட்டுக.

(ii) θ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) $\overrightarrow{OA}$ மட்டத்தில் இருந்து B இன் உயரத்தைக் காண்க.

(iv) துணிக்கை B ஐ அடித்து அடிக்கும் திசைக்கு நேர் எதிர்திசையில் v வேகத்துடன் பின்னதைத்து A இல் விழுகின்றது எனில் v ஐக் காண்க.

16) (a) O என்ற உற்பத்தி குறித்து A, C என்ற புள்ளிகளில் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}$, $\underline{a}+\underline{b}$ ஆகும். D இன் தானக்காவி $2\underline{a}$. AC க்கு சமாந்தரமாக O ஊடாக வரையும் கோட்டில் $AC = OB$ ஆகுமாறு B ஐக் குறிக்க. DB, OC ஐ M இல் சந்திக்கும். $OM = \lambda\, OC$, $MB = \mu\, DB$ ஆகக் கொள்க.

(i) B இன் தானக்காவியைக் காண்க.

(ii) $\overrightarrow{DB}$ ஐ $\underline{a}, \underline{b}$ சார்பாக தருக.

(iii) $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{MB}$ என்பவற்றை λ , μ , $\underline{a}$, $\underline{b}$ சார்பாக தருக.

(iv) $DM : MB$, $OM : MC$ என்பவற்றைக் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

(b) முக்கோணி ABC இன் நிமிர் மையம் H. $\overrightarrow{HA}$, $\overrightarrow{HB}$, $\overrightarrow{HC}$ திசைகளில் முறையே P, Q, R என்ற விசைகள் தாக்குகின்றன. விசைத்தொகுதி சமனிலையிலிருப்பின் $\frac{P}{a} = \frac{Q}{b} = \frac{R}{c}$ எனக் காட்டுக.

17) (a) $ABCDEF$ ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணி. 3, $4\sqrt{3}$, 8, $\sqrt{3}$, $2\,N$ விசைகள் முறையே $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{FA}$ திசைகளில் தாக்குகின்றன.

(i) தொகுதியின் விளையுளின் பருமன், திசையைக் காண்க.

(ii) இத்தொகுதியை சமனிலையடையச் செய்ய சேர்க்க வேண்டிய விசையின் பருமன் திசையைக் காண்க.

(b) $4m$ நீளமும் $40\,kg$ நிறையுமுள்ள சீரான கோல் அதன் நுனிகளில் இணைக்கப்பட்ட இழைகளால் தாங்கப்படுகிறது. இழைகள் அறாது தாங்கக்கூடிய இழுவை $35\,kg$ எனின் $20\,kg$ நிறையை மையத்திலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் தொங்கவிட முடியும் எக் காண்க.