(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

FWC

தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு
நான்காம் தவணைப் பரீட்சை - 2023
National Field Work Centre, Thondaimanaru.
4th Term Examination - 2023

தரம் :- 13 (2023)	இணைந்த கணிதம் I - A	நேரம் : மூன்றுமணித்தியாலம் பத்து நிமிடம்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள்

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத்திரம் விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டநேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம் I		
பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I	
இணைந்த கணிதம் II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

பகுதி - A

1. **கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப்** பயன்படுத்தி, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{(r+1)(r+2)} = \frac{n}{2(n+2)}$ என நிறுவுக.

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

2. ஒரே வரிப்படத்தில் $y = 2 - x,\ y = \big|3 - |x+1|\big|$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளைப் பரும்படியாக வரைக. **இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக,** சமனிலி $2 - x > \big|3 - |x+1|\big|$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க. மேலும் சமன்பாடு $2 + x = \big|3 - |x-1|\big|$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

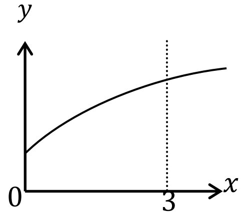
(All Rights Reserved/ *முழுப்பதிப்புரிமை உடையது*)

3. $(x-a)^2$ ஆனது பல்லுறுப்பி $f(x)$ இன் ஒரு காரணி எனின் $f(a)=f'(a)=0$ எனக் காட்டுக; இங்கு a ஒரு மெய்ம் மாறிலி ஆகும். **இதிலிருந்து,** $(x-1)^2$ ஆனது x^3-px+q இன் ஒரு காரணி எனின் $p=3,\ q=2$ எனக் காட்டுக.

4. இருபடிச்சமன்பாடு $x^2+2ax+1=0$ இன் மூலங்கள் கற்பனையானவை எனின், இருபடிச்சமன்பாடு $2x^2-4x+1+a^2=0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவையும் வேறுவேறானவையும் எனக் காட்டுக.

5. $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin x}{\left(\sqrt{\pi}-\sqrt{2x}\right)^2} = \frac{\pi}{2}$ எனக் காட்டுக.

6. $\frac{d}{dx}\left\{x + \ln(x^2+9) - \frac{8}{3}\tan^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)\right\} = \frac{(x+1)^2}{x^2+9}$ ஐப் **பயன்படுத்தி,** $\int_0^3 \frac{(x+1)^2}{x^2+9}\,dx = \frac{1}{3}\{9 + 3\ln 2 - 2\pi\}$ எனக் காட்டுக.



$y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+9}}$, $x = 0$, $y = 0$, $x = 3$ ஆகிய வளையிகளினால் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசம் x-அச்சைப் பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாகச் சுழற்றப்படுகின்றது. இவ்வாறு பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

7. $a, b > 0$ எனக் கொள்வோம். ஒரு வளையி $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ இற்கு $x = a\sin\theta$, $y = b\cos\theta$ ஆகியவற்றினால் பரமான முறையாகத் தரப்படுகின்றது. வளையி இற்கு புள்ளி $P(a\sin\theta, b\cos\theta)$ இல் உள்ள தொடலிக் கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a}\sin\theta + \frac{y}{b}\cos\theta = 1$ எனக் காட்டுக. தொடலிக் கோடு புள்ளி $(0, \sqrt{2}b)$ இனூடு சென்றால் P இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

8. $l_1 \equiv 4(x-2) - 3(y-5) = 0$ எனவும் $l_2 \equiv 3(x-2) - 4(y-5) = 0$ எனவும் கொள்வோம்.

l_1 இற்கும் l_2 இற்குமிடையே உள்ள கூர்ங்கோணத்தின் இருகூறாக்கியின் பரமானச் சமன்பாடுகளை $x = 2 + t,\ y = 5 + t$ என எழுதலாம் எனக் காட்டுக; இங்கு $t \in \mathbb{R}$.

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

9. நேர்கோடு $3x - 4y + k = 0$ ஆனது வட்டம் $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ ஐத் தொடுமெனின் மாறிலி k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

10. $\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\sin\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}$ எனக் காட்டி, $\sin\frac{15\pi}{8} = -\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}$ என்பதை **உய்த்தறிக.**

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு

நான்காம் தவணைப் பரீட்சை - 2023

National Field Work Centre, Thondaimanaru.

4th Term Examination - 2023

FWC

தரம் :- 13 (2023) | இணைந்த கணிதம் I - B

சுட்டெண்						

பகுதி – B

11. (a) $f(x) = 2x^2 + kx + 2$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு k ஒரு மெய்ம் மாறிலி ஆகும்.

(i) சமன்பாடு $f(x) = 0$ ஆனது மெய்ம் மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின் $k \leq -4$ அல்லது $k \geq 4$ எனக் காட்டுக.

(ii) சமன்பாடு $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் α, β எனக் கொள்வோம். $\alpha + \beta,\ \alpha\beta$ ஆகியவற்றை k சார்பில் எழுதுக.

$(\alpha^2 - 4) + (\beta^2 - 4) = \frac{1}{4}(k^2 - 40)$ எனவும் $(\alpha^2 - 4)(\beta^2 - 4) = 25 - k^2$ எனவும் காட்டுக. **இதிலிருந்து அல்லது வேறுவழியாக** சமன்பாடு $f(x) = 0$ ஆனது மெய்ம் மூலங்களைக் கொண்டிருப்பதுடன் அவை -2 இற்கும் 2 இற்கும் இடையிலும் இருப்பின் மாறிலி k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(b) $f(x)$ என்பது படி 3 இல் உள்ள x இலான ஒரு பல்லுறுப்பியாகும். $f(x)$ ஆனது $x^2 - 4x - 21$, $x^2 - 6x - 7$ ஆகியவற்றினால் வகுக்கப்படும்போது மீதிகள் முறையே $11x - 10$, $9x + c$ ஆகும். மாறிலி c இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு, $f(x)$ ஐ $x^2 + 4x + 3$ இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி $19x + 14$ எனக் காட்டுக.
மேலும், $f(x)$ ஐ $x - 1$ இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி 1 எனவும் தரப்பட்டுள்ளது.
பல்லுறுப்பி $f(x)$ ஐக் காண்க.

12. (a) பின்வருவனவற்றின் எல்லைகளைக் காண்க.

(i) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2x+7}-3}{x-1}$,

(ii) $\lim_{x\to 1} \frac{m(x^n-1)-n(x^m-1)}{x^m-x^n}$; இங்கு m, n என்பன சமனில்லாத நிறைவெண்களாகும்,

(iii) $\lim_{x\to -\infty}\{\sqrt{x^2+x} - x\}$.

(b) $y = x\sin mx$ எனின் $x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + (m^2x^2 + 2)y = 0$ எனக் காட்டுக; இங்கு m ஒரு மெய்ம் மாறிலி ஆகும்.

(c) $x = 1 - \cos^3\theta,\ \ y = \sin^3\theta$ எனின் $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{3}\sec^4\theta\operatorname{cosec}\theta$ எனக் காட்டுக. மேலும் $\theta = \frac{\pi}{4}$ இல் $\frac{d^2y}{dx^2}$ ஐயும் காண்க.

13. (a) $x \neq -1$ இற்கு $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^3}$ எனக் கொள்வோம்.

$f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)$ ஆனது $x \neq -1$ இற்கு $f'(x) = -\frac{x(x-2)}{(x+1)^4}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக. **இதிலிருந்து,** $f(x)$ அதிகரிக்கும் ஆயிடையையும் குறையும் ஆயிடைகளையும் காண்க.

அத்துடன், $f(x)$ இன் திரும்பற் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

$x \neq -1$ இற்கு $f''(x) = -\frac{2(x-2-\sqrt{3})(x-2+\sqrt{3})}{(x+1)^5}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $y = f(x)$ இன் வரைபின் விபத்திப் புள்ளிகளின் x −ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

$y = f(x)$ இன் வரைபை அணுகுகோடுகள், திரும்பற் புள்ளிகள், விபத்திப் புள்ளிகளின் x −ஆள்கூறுகள் ஆகியவற்றைக் காட்டிப் பருமட்டியாக வரைக.

$[k, \infty)$ மீது $f(x)$ ஒன்றுக்கொன்றாக இருக்கும் k இன் மிகச்சிறிய பெறுமானத்தை காண்க. k இன் இப்பெறுமானத்திற்கு $[k, \infty)$ என்னும் ஆட்சியில் சார்பு $f(x)$ இன் வீச்சையும் காண்க.

(b) திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பொன்றின் ஆரை $r\ cm$ உம் குத்துயரம் $h\ cm$ உம் சாயுயரம் $5\sqrt{3}\ cm$ உம் ஆகும். கூம்பின் கனவளவு $V\ cm^3$ ஆனது $0 < h < 5\sqrt{3}$ இற்கு $V = \frac{1}{3}\pi h(75 - h^2)$ என்னும் தொடர்பால் தரப்படும் எனக் காட்டுக. V உயர்வாக இருக்கும் h இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. மேலும் திண்மக் செவ்வட்டக் கூம்பின் உயர் கனவளவையும் காண்க.

14. (a) எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $4x^3 + 6x \equiv A(x+1)(x^2+4) + B(x-1)(x^2+4) + cx(x^2-1)$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B, C ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\frac{4x^3+6x}{(x^2-1)(x^2+4)}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களில் எழுதி, $\int \frac{4x^3+6x}{(x^2-1)(x^2+4)}\,dx$ ஐக் காண்க.

(b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\tan x}\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x}\,dx$ எனக் காட்டுக.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

$\cos x = \lambda(\cos x + \sin x) + \mu(-\sin x + \cos x)$ ஆகுமாறு λ, μ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\tan x}\, dx = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}\ln 2$ எனக் காட்டுக.

மேலே உள்ள முடிவையும் பகுதிகளாகத் தொகையிடும் முறையையும் பயன்படுத்தி,

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sec^2 x}{(1+\tan x)^2}\, dx = -\frac{\pi}{8} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\tan x}\, dx$ எனக் காட்டுக.

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sec^2 x}{(1+\tan x)^2}\, dx = \frac{1}{4}\ln 2$ என்பதை **உய்த்தறிக.**

(c) $t = (x+1)^{\frac{1}{3}}$ என்னும் பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி, $\int_0^{26} \frac{1}{(x+1)^{\frac{2}{3}} + (x+1)^{\frac{4}{3}}}\, dx$ ஐக் காண்க.

15. $P \equiv (x_0,\ y_0)$ எனவும் $l \equiv ax + by + c = 0$ எனவும் கொள்வோம்.

கோடு l இற்குச் செங்குத்தாக, புள்ளி P இனூடாகச் செல்லும் கோடு மீதுள்ள புள்ளி எதனதும் ஆள்கூறுகள் $(x_0 + at,\ y_0 + bt)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு $t \in \mathbb{R}$.

இதிலிருந்து, P இலிருந்து l இற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்தின் அடி N எனின் N இன் ஆள்கூறுகள் $(x_0 + at_0,\ y_0 + bt_0)$ ஆகுமென நிறுவுக; இங்கு $t_0 = -\left(\frac{ax_0 + by_0 + c}{a^2 + b^2}\right)$ ஆகும்.

$l_1 \equiv x - y + 5 = 0,\ l_2 \equiv 2x + y - 9 = 0$ எனவும் $A \equiv (1,\ 2)$ எனவும் கொள்வோம்.

முக்கோணி ABC இன் கோணங்கள் $A\hat{B}C,\ A\hat{C}B$ ஆகியவற்றின் இருகூறாக்கிகள் முறையே l_1, l_2 உம் A யிலிருந்து l_1, l_2 இற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்தின் அடிகள் முறையே D, E உம் ஆகும்.

D, E இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

நீட்டப்பட்ட AD, AE என்பன BC ஐ முறையே F, G இல் சந்திக்கின்றன.

ஏன் $AD = DF,\ AE = EG$ என விளக்குக.

$F \equiv (-3,\ 6)$ எனவும் $G \equiv (5,\ 4)$ எனவும் காட்டுக.

மேலும் முக்கோணி ABC இன் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளையும் காண்க.

16. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ ஆகிய வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று நிமிர்கோண முறையாக வெட்டும் **ஆயின் - ஆயின் மாத்திரம்** $2gg' + 2ff' = c + c'$ எனக் காட்டுக.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

$S_1 \equiv x^2 + y^2 - 8x + 7 = 0,\ S_2 \equiv x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$ ஆகிய வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று வெளிப்புறமாகத் தொடும் எனக் காட்டுக.

தொடுகைப் புள்ளி P ஆயின் P இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

தொடுகைப் புள்ளியில் உள்ள பொதுத் தொடலிக் கோட்டின் சமன்பாடு $4x - 3y - 1 = 0$ எனக் காட்டுக.

புள்ளி $Q \equiv (-2, -3)$ ஆனது இத்தொடலிக்கோட்டில் இருக்கின்றதெனக் காட்டி, புள்ளி $Q \equiv (-2, -3)$ இலிருந்து S_1, S_2 இற்கு வரையப்பட்ட மற்றைய இரு தொடலிகளும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனக் காட்டுக.

புள்ளி $Q \equiv (-2, -3)$ இனூடாகச் செல்வதும் வட்டங்கள் S_1, S_2 ஐ நிமிர்கோண முறையாக வெட்டுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு $5x^2 + 5y^2 + 2x + 6y - 43 = 0$ எனக் காட்டுக.

17 (a) $\sin(A + B)$ ஐ $\sin A, \sin B, \cos A, \cos B$ ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக.

இதிலிருந்து, $\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta$ எனக் காட்டுக.

$(\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2$ இன் விரிவைக் கருதுவதன் மூலம் $\sin^4\theta + \cos^4\theta = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\theta$ எனக் காட்டுக.

$f(\theta) = \sin\theta\,(\sin^3\theta + 1) + \cos\theta\,(\cos^3\theta + 1) + \frac{1}{2}\sin^2 2\theta + 1$ எனக் கொள்வோம்.

$f(\theta)$ ஐ வடிவம் $A\cos(\theta - \alpha) + B$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $A(> 0), B, \alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ ஆகியன துணியப்பட வேண்டிய மாறிலிகள்.

இதிலிருந்து, சமன்பாடு $f(\theta) = \frac{\sqrt{2}+4}{2}$ ஐத் தீர்க்க.

(b) வழமையான குறியீடுகளுடன் யாதாயினும் ஒரு முக்கோணி ABC யிற்கு **சைன் நெறியைக்** கூறுக.

முக்கோணி ABC யின் பக்கம் BC இல் D, E என்னும் புள்ளிகள் $BD = DE = EC$ ஆகுமாறு உள்ளன. $B\hat{A}D = \alpha,\ D\hat{A}E = \beta,\ E\hat{A}C = \gamma$ ஆகும். முக்கோணி ABE இற்கு சைன் நெறியைப் பயன்படுத்தி $AE = \frac{2a \sin B}{3\sin(\alpha+\beta)}$ எனக் காட்டுக.

AE இற்கு மற்றுமோர் தொடர்பைப் பெற்று $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\gamma} = \frac{2b}{c}$ எனக் காட்டுக.

$\frac{\sin(\beta+\gamma)}{\sin\alpha}$ இற்கும் ஓர் ஒத்த கோவையை எழுதி, $\sin(\alpha + \beta)\sin(\beta + \gamma) = 4\sin\alpha\sin\gamma$ எனக் காட்டுக.

(c) தொடர்புடைய எல்லாக் கோணங்களும் கூர்ங்கோணங்களாயின் $\sin(\tan^{-1}(\cos(\tan^{-1} x))) = \frac{1}{\sqrt{2+x^2}}$ எனக் காட்டுக.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு

நான்காம் தவணைப் பரீட்சை - 2023

National Field Work Centre, Thondaimanaru.

4th Term Examination - 2023

FWC

தரம் :- 13 (2023)	இணைந்த கணிதம் II - A	நேரம் : மூன்றுமணித்தியாலம் பத்து நிமிடம்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள்

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத்திரம் விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டநேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம் II		
பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I	
இணைந்த கணிதம் II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

பகுதி – II A

1. A, B முறையே $2m, \lambda m$ திணிவுகளை உடைய சம பருமன் உள்ள ஒப்பமான கோளங்கள் ஆகும் அவை ஒப்பமான கிடைவேசை மீது ஒரு குறித்த இடைத்தூரத்தில் வைக்கப்பட்டு அவற்றுக்கு ஒன்றை ஒன்று நோக்கி முறையே μv, $5v$ கதிகள் அவற்றின் மையம் இணை கோட்டின் வழியே தொடுக்கப்படுகின்றது. மோதுகையின் பின் அவற்றின் கதிகள் மோதுகைக்கு முன்னான இயக்கத் திசைகளுக்கு எதிர் திசைகளில் முறையே $2\lambda v, 3v$ எனின் $2\lambda = \mu$ எனக் காட்டுக.

………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………

2. $20ms^{-1}$ கதியுடன் நிலைக்குத்து தளத்தில் எறியப்பபட்ட துணிக்கை $5m$ உயரமான நிலைக்குத்து சுவரை கிடையாக மருவிச் செல்கின்றது எனில் எறியற் கோணத்தைக் காண்க. ($g = 10ms^{-2}$ ஆகும்)

………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………
………

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

3. $0.02kg$ திணிவுடைய குண்டு $100ms^{-1}$ வேகத்துடன் ஒப்பமான கிடைத்தரையில் உள்ள $4kg$ திணிவுள்ள குற்றியை கிடையாக அடித்து ஊடுருவி $40ms^{-1}$வேகத்துடன் வெளியேறுகின்றது. குண்டு வெளியேறிய உடன் குற்றியின் வேகத்தைக் காண்க.

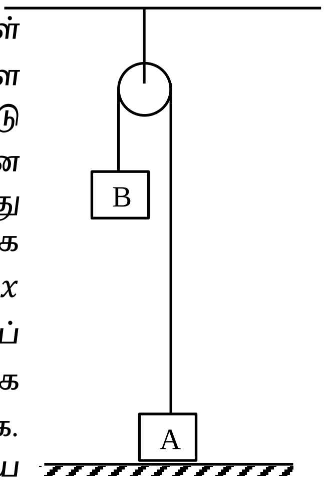
4. $1200kg$ திணிவுள்ள கார் கிடைப்பாதையில் இயங்கும் உயர்கதி $30ms^{-1}$ ஆகும். vms^{-1} வேகத்துடன் செல்லும் போது தடை $kv\,N$, k மாறிலி, உயர் வலு $45000w$ ஆகும் போது உயர்கதியில் இயங்குகின்றது.

i) $k = 50$ எனக் காட்டுக.

ii) கிடைப்பாதையில் $20ms^{-1}$ கதியில் செல்லும்போது ஆர்முடுகல் யாது.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

5. A, B என்பன முறையே $2m, 5m$ திணிவுள்ள துணிக்கைகள் ஆகும். அவை படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு $4a$ நீளமுள்ள இலேசான நீள இழையின் முனைகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு கிடைத்தரையில் இருந்து $3a$ உயரத்தில் உள்ள இலேசான சிறிய ஒப்பமான கப்பியொன்றின் மேலாக இழையானது சென்று இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்க மெதுவாக விடப்படுகின்றது. துணிக்கை A ஆனது தரையில் இருந்து x தூரத்தில் உள்ள போது $(0 < x < 2a)$ சக்தி காப்பு விதியைப் பயன்படுத்தி A, B இன் கதிகளுக்கான தொடர்பை x சார்பாக பெறுக. அதில் இருந்து A, B இன் ஆர்முடுகலைக் காண்க. இழையில் உள்ள இழுவையை துணிவதற்கு போதிய சமன்பாட்டை பெறுக.



....

....

....

....

....

....

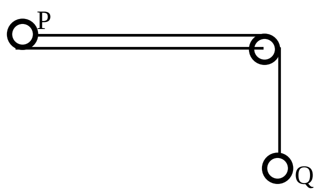
....

....

....

....

6. P, Q என்பன முறையே $2m, 4m$ துணிக்கைகள் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு P ஆனது கரடான கிடைமேசையில் இருக்க P, Q என்பன இலேசான நீள இழையின் முனைகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது மேசையின் முனையில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான இலேசான கப்பியின் மேலாகச் சென்று துணிக்கை Q ஐ தாங்குகின்றது. இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்குமாறு தொகுதி ஓய்வில் இருந்து விடப்படுகின்றது. துணிக்கை P க்கும் மேசைக்கும் இடையிலான உராய்வுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ எனில் தொகுதியின் ஆர்முடுகலையும் இழையில் உள்ள இழுவையையும் காண்க.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

7. $\underline{a} = 4\underline{i} + \lambda \underline{j}$, $\underline{b} = 5\underline{i} + 4\underline{j}$ ஆகும்.
$(\underline{a} + \underline{b}) \perp (\underline{a} - \underline{b})$ எனின் λ ஐக் காண்க.

8. w நிறையுடைய $4a$ நீளமுள்ள சீரான கோல் AB ஆனது A என்ற முனை கரடான தரையை தொட்டவாறும் கோலிலுள்ள ஒரு புள்ளி, C என்ற ஒப்பமான முளையில் சாய்தும் எல்லைச் சமனியையிலுள்ளது. $AC = 3a$ தரையிலிருந்து $\frac{3a}{2}$ உயரத்தில் C உள்ளது. கோலுக்கும் தரைக்குமான உராய்வுக்கோணத்தைக் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

9. முக்கோணி ABC இன் மைப்போலி G ஆகும். P, Q, R என்ற விசைகள் முறையே GA, GB, GC வழியே தாக்கி சமநிலையிலுள்ளன $\frac{p}{GA} = \frac{Q}{GB} = \frac{R}{GC}$ எனக் காட்டுக.

10. P, Q என்ற இரு ஒத்த சமாந்தரவிசைகள் முறையே A, B என்ற புள்ளிகளில் தாக்குகின்றன. P, Q என்பன தம்முள் புறமாற்றப்படின் விளையுளின் தாக்கப்புள்ளி $\frac{P-Q}{P+Q}AB$ என்ற தூரத்தினூடாக நகரும் எனக் காட்டுக.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

சுட்டெண் | | | | | | |

11. (a) ஓர் நேரான பேருந்து சாலையில் $PQ = 4a$ ஆகுமாறு P, Q என்பன இரண்டு பேருந்து தரிப்பிடங்கள் ஆகும். பேருந்து A ஆனது தரிப்பிடம் P இல் ஓய்வில் இருந்து புறப்பட்டு சீரான ஆர்முடுகல் $\frac{g}{2}$ உடன், Q ஐ நோக்கி செல்கின்றது. பேருந்து A ஆனது PQ இன் $\frac{1}{4}$ பங்கு தூரத்தை கடக்கும் கணத்தில் பேருந்து B ஆனது P இல் ஓய்வில் இருந்து புறப்பட்டு சீரான ஆர்முடுகலுடன் சென்று பேருந்து A ஐ P இல் இருந்து $2a$ தூரத்தில் கடந்து செல்லும் போது பேருந்து A ஆனது உடனடியாக தனது ஆர்முடுகலை அதிகரித்து சீரான ஆர்முடுகலுடன் சென்று பேருந்து B ஐ Q இல் கடந்து செல்கின்றது.

i) பேருந்து A ஆனது Q இல் B ஐ கடந்து செல்லும் வரைக்கும் A, B இன் இயக்கங்களுக்கான வேக நேர வரைபை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

ii) பேருந்து B ஆனது இயங்கத்தொடங்கி எவ்வளவு நேரத்தின் பின் A ஐ கடக்கும்.

iii) பேருந்து B இன் ஆர்முடுகல் $g(3 + 2\sqrt{2})$ எனக் காட்டுக.

iv) A இயங்கத்தொடங்கி எவ்வளவு நேரத்தின் பின் B ஐ Q இல் கடந்து செல்லும்

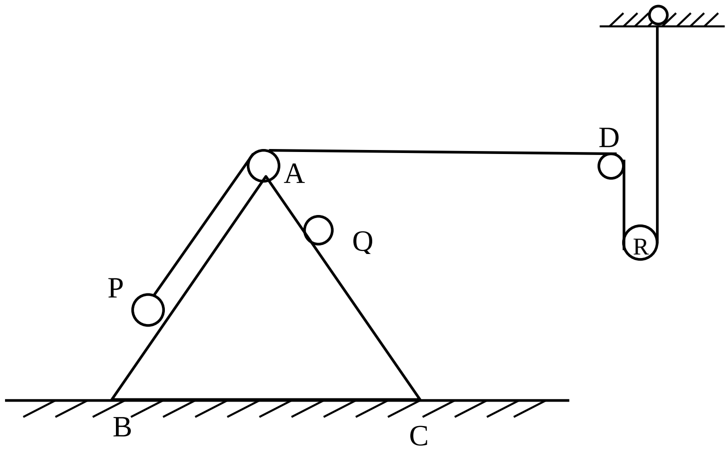
v) B ஆனது A ஐ கடந்த பின் A இன் ஆர்முடுகல்

(b) நேரான சமாந்தர கரைகளை உடைய ஆறு ஆனது v சீரான வேகத்துடன் பாய்கின்றது. A, B என்பன ஆற்றங்கரைகளில் நேர் எதிரே உள்ள இரு நிலைகள் ஆகும் ஆறு சார்பாக $2v$சீரான கதியுடன் நீந்தத்தக்க மனிதன் A இல் இருந்த B ஐ அடைவதற்கு ஆற்றில் அவன் நீந்த வேண்டிய திசையை சார்பு வேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி வேகமுக்கோணி வரைவதன் மூலம் காண்க.

மனிதன் A இல் இருந்து B ஐ அடையும் வண்ணம் மேலே உள்ள கதியில் நீந்த தொடங்கும் கணத்தில் A இன் கரையில் ஆற்றோட்டத்தின் திசையில் A இல் இருந்து d தூரத்தில் ஆற்றங்கரையில் உள்ள படகு ஒன்று மனிதனை இடைமறிக்கம் நோக்குடன் ஆறு சார்பாக $2\sqrt{3}v$ கதியுடன் மனிதனை இடைமறிக்கும் நோக்குடன் செல்கின்றது. படகு மனிதனை இடைமறிப்பதற்கு படகு ஆற்றில் செல்ல வேண்டிய திசையை சார்புவேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி வேக முக்கோணி வரைவதன் மூலம் காண்க. படகு ஆனது எவ்வளவு நேரத்தில் மனிதனை இடைமறிக்கும் எனக் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

12. (a)



உருவில் சமபக்க முக்கோணி ABC ஆனது BC ஐ கொண்டுள்ள முகம் ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தின் மீது இருக்குமாறு வைக்கப்பட்ட $6m$ திணிவு உடைய ஓர் ஒப்பான சீரான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் ஊடான நிலைக்குத்து குறுக்குவெட்டாகும். AB, AC ஆகியன அவற்றை கொண்டுள்ள முகங்களின் அதி உயர் சரிவுகள் ஆகும். படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு முறையே திணிவுகள் $2m, m$ ஆகவுள்ள துணிக்கைகள் P, Q என்பன அவற்றின் முகங்கள் AB, AC இல் வைக்கப்பட்டு துணிக்கை P ஆனது இலேசான நீளா இழையின் நுனிக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது உச்சி A இல் உள்ள இலேசான ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் சென்று A இன் கிடை மட்டத்தில் உள்ள புள்ளி D இன் இணைக்கப்பட்ட நிலையான இலேசான ஒப்பமான கப்பியின் ஊடு சென்று திணிவு $4m$ ஐ உடைய ஒப்பமான கப்பி R இன் கீழாகச் சென்று O உடன் மற்றய நுனி பிணைக்கப்பட்டு இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்க தொகுதி மெதுவாக விடப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் ஆப்பு, துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகல்கள் இழையில் உள்ள இழுவை ஆகியவற்றை துணிவதற்கு போதிய சமன்பாடகளைப் பெறுக.

b) நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட Oஐ மையமாகவும் r ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட ஒரு ஒப்பமான வளையத்தில் திணிவு m உடைய ஒப்பமான மணி P கோர்க்கப்பட்டு வளையத்தின் அதி தாழ் புள்ளி L இல் மணி ஓய்வில் உள்ள போது மணிக்கு கிடையாக u வேகம் கொடுக்கப்படுகின்றது. மணி P கீழ் முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தில் உள்ள போது அதன் கதி v எனில்

i) v^2 ஐ $gr(1 + 2cos\theta)$ எனில் $u = \sqrt{3rg}$ எனக் காட்டுக.

ii) அக் கணத்தில் துணிக்கையில் தாக்கும் மறுதாக்கம் $R = mg(1 + 3\, Cos\theta)$ எனக் காட்டுக.

iii) P ஆனது கணநிலை ஓய்வடையும் கணத்தில் $\theta = \alpha$ எனில் α ஐ காண்க.

iv) மறுதாக்கம் R இனது திசை மாறும் போது $\theta = \beta$ எனின் β ஐ காண்க.

v) மேலே (iii), (iv) ஆகிய இரு சந்தப்பங்களிலும் L இல் இருந்து துணிக்கைகளின் உயரங்களுக்கு இடையிலான விகிதத்தைக் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

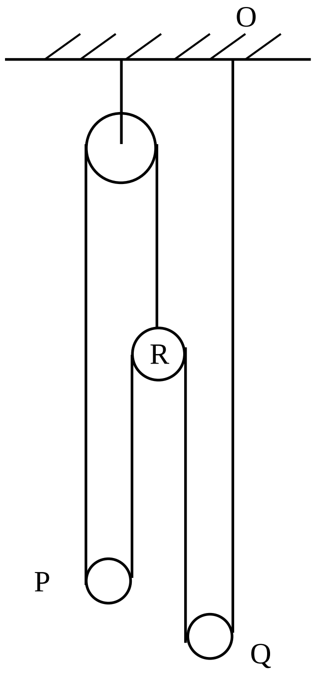
13. a) சம ஆரையுடைய முறையே $6m, 5m$ திணிவுகளை உடைய A, B ஆகிய இரு கோளங்கள் ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசை மீது வைக்கப்பட்டு அவற்றிற்கு அவற்றின் மையமிணை கோட்டின் வழியே ஒரே திசையில் முறையே $5u, 3u$ வேகங்கள் கொடுக்கப்படுகின்றது. A, B ஆகிய இரண்டும் ஒன்றுடன் ஒன்று நேரடியாக மோதுகின்றன மோதுகைக்கு சற்று பின் அவற்றின் வேகங்கள் A, B திசையில் முறையே $v,\ kv\ (k \neq 1)$ ஆகும். A, B க்கு இடையிலான மீளமைவுக் குணகம் e எனில்

i) $\frac{45u}{5k+6} = \frac{2eu}{k-1}$ எனக் காட்டுக.

ii) k இன் சாத்தியமான அதி கூடிய பெறுமானத்தைக் காண்க.

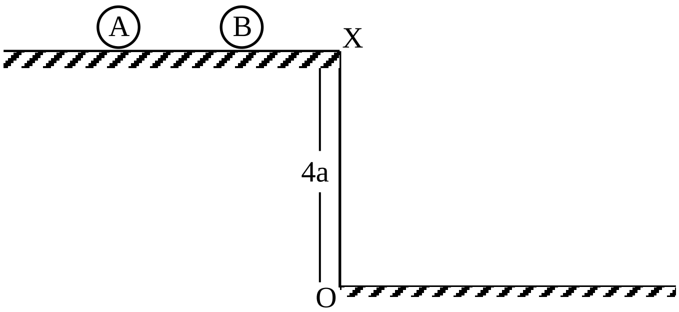
iii) $k = \frac{6}{5}$ ஆகும் போது e ஐயும் மோதலின் பின் A, B இன் வேகங்களையும் காண்க.

b)



படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு P, Q, R என்பன முறையே $2m, 5m, 3m$ திணிவுகளை உடைய ஒப்பமான கப்பிகள் ஆகும். ஒரு இலேசான நீள இழையின் ஒரு நுனி கப்பி R இற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது ஒரு சீலிங்கிற்கு நிலைப்படுத்தப்பட்ட இலேசான ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் சென்று படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு கப்பிகள் P, Q இற்கு கீழகவும் கப்பி R இற்கு மேலாகவும் சென்று இழையின் மற்றய நுன Q இற்கு நேர் மேலே சீலிங்கிலுள்ள நிலைத்த புள்ளி ஒன்றுடன் இணைக்கப்பட்டு இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாகவும் நிலைக்குத்தாகவும் இருக்க பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் இழையின் இழுவையையும் P, Q, R இன் ஆர்முடுகல்களையும் துணிவதற்கு போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக. இழையில் உள்ள இழுவையைக் காண்க.

14.



A, B என்பன முறையே $2m, 3m$ திணிவுகளை உடைய இரு சிறிய கோளங்கள் அவை படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு கிடைத்தரையில் இருந்து $4a$ உயரத்தில் உள்ள ஒரு ஒப்பமான கிடைத்தளத்தில் வைக்கப்பட்டு A யிற்கு B ஐ நோக்கி ஒரு வேகம் $2\sqrt{2ag}$ கொடுக்கப்படுகின்றது. A, B இற்கு இடையிலான மீளவைக்குணகம் $\frac{1}{4}$ ஆகும்.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

i. A, B என்பவற்றுக்கு இடையிலான மோதுகைக்கு பின் B இன் வேகத்தைக் காண்க.

ii. துணிக்கை B ஆனது O இல் இருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் தரையை அடிக்கும்.

iii. துணிக்கை தரையை அடிக்கும் வேகத்தைக் காண்க.

iv. X இல் இருந்து a தூரத்தில் A ஆனது B உடன் மோதும் எனில் துணிக்கை தரையை அடித்து எவ்வளவு நேரத்தின் பின் துணிக்கை A தரையை அடிக்கும்.

v. B தரையை அடிக்கும் புள்ளியில் இருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் A தரையை அடிக்கும்.

vi. B ஆனது தரையை அடிக்கும் புள்ளி O' என்க. O இல் இருந்து நிலைக்குத்து தளத்தில் $2\sqrt{ag}$ கதியில் எறியப்படும் துணிக்கை C ஆனது O' ஐ B ஆனது O' ஐ அடையும் கணத்தில் அடைகின்றது எனில் O இல் இருந்து எறியப்படும் துணிக்கை A, B மோதிய எவ்வளவு நேரத்தின் பின் எறியப்பட வேண்டும்.

15. a) O என்ற புள்ளி குறித்து A, C என்ற புள்ளிகளின் தானக்காவி முறையே $\underline{a}$, $\underline{a} + \underline{b}$ ஆகும். C ஊடாக AO சமாந்தரமாக வரையும் கோடு, O ஊடாக AC க்கு சமாந்தரமாக வரையும் கோட்டை B இல் சந்திக்கிறது. OA இல் $ON : NA = 1 : 3$ ஆகுமாறு N உள்ளது. $OM : MC = 2 : 1$ ஆகுமாறு OC இல் M உள்ளது. நீட்டிய NM, CB ஐ D ல் சந்திக்கிறது. $MD = \lambda NM$, $DC = \mu BC$ ஆகும்.

i. $\overrightarrow{OB}$ ஐக் காண்க.

ii. $\overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{NM}$ என்பவற்றை $\underline{a}$ $\underline{b}$ இல் காண்க.

iii. $\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{DC}$ என்பவற்றை $\lambda, \mu, \underline{a}, \underline{b}$ சார்பாகக் காண்க.

iv. பொருத்தமான காவிக்கூட்டலை பயன்படுத்தி λ, μ ஐக் காண்க.

v. $NM : MD, BD : DC$ என்பவற்றைக் காண்க.

b) $ABCDE$ ஓர் ஐங்கோணி $AB = BC = AE = a$ $A\hat{B}C = B\hat{A}E = 120°$, $A\hat{C}D = 90°$ $C\hat{D}A = 30°$ $9, 6, 4, \lambda\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 2$ N விசைகள் முறையே $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$ வழியே தாக்குகின்றன.

i. விளையுள் AD க்கு செங்குத்து எனின் λ ஐக் காண்க.

ii. விளையுளின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.

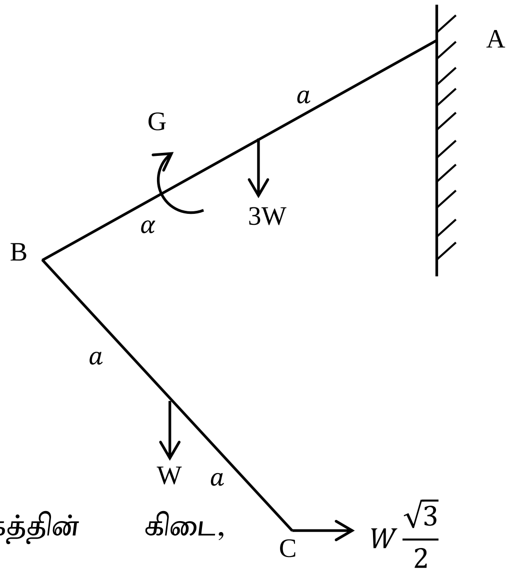
iii. விளையுளின் தாக்ககோடு AD ஐ A இலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் வெட்டும்

iv. விளையுள் A ஊடாக செல்வதற்கு சேர்க்கப்பட வேண்டிய இணையைக் காண்க.

v. இவ்விணை தொழிற்படும் போது $\overrightarrow{DA}$ இல் தொழிற்படும் விசை P இனால் தொகுதியின் விளையுள் CA வழியே அமைகிறது. எனின் P ஐக் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

16\. a) படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு AB, BC என்ற சம நீள கோல்கள் முறையே 3w, w நிறையுடையன. B இல் மூடப்பட்டு முனை A ஒப்பமான சுவரில் பிணைக்கப்பட்டும் AB க்கு இணை G பிரயோகிக்கப்பட்டு C இல் கிடை விசை $w\frac{\sqrt{3}}{2}$ பிரயோகிக்கப்பட்டும் சமநிலை யிலுள்ளன. AB, BC என்பன முறையே நிலைக்குத்துடன் $\alpha,\ 2\alpha$ கோணங்களை அமைக்கின்றன.

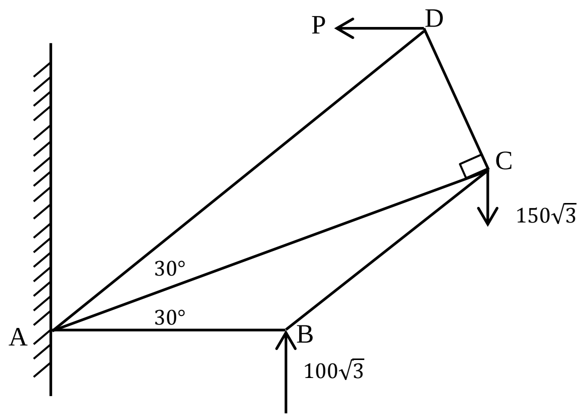


i. G, α என்பவற்றைக் காண்க.

ii. மூட்டு Bயில் உள்ள மறுதாக்கத்தின் கிடை, நிலைக்குத்துக்குக் கூறுகளைக் காண்க.

.

b)



AB, BC, CD, AC, AD என்ற நேரான கோல்கள் முனைகளில் படத்திலுள்ளவாறு மூட்டப்பட்டு மூட்டு A நிலைக் குத்து சுவருடன் பிணைக்கப்பட்டும் D ல் P என்ற கிடைவிசை பிரயோகிக்கப்படுவதுடன் B இல் $100\sqrt{3}$ தாங்கு விசையுடன் C இல் $150\sqrt{3}$ சுமையும் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன. AB கிடையானது AB = BC

i. போவின் குறியீட்டு முறையில் தகைப்பு வரிப்படம் வரைந்து கோவிலுள்ள உதைப்பு இழு விசைகளைக் காண்க.

ii. P இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

iii. A இலுள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.

17\. 2a நீளமும் 2w நிறையும் உடைய சீரான கோல் AB இல் C என்ற ஒப்பமான லேசான சிறிய வளையும் வழுக்க வல்லது $2a$ நீளமுள்ள நீளா இழை முனை A க்கு இணைக்கப்பட்டு மறுமுனை வளையம் C க்கு இணைக்கப்பட்டும் இழையானது ஒப்பமான முளை D மீது தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. சமனிலைத் தானத்தில் இழை, கோல் என்பன நிலைக்குத்து தளத்திலுள்ளன D ஊடான இழையின் பகுதிகள் நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணங்கள் α, β ஆகும்.

i. $\alpha = \beta$ எனக் காட்டுக.

ii. கோல் கிடையுடன் அமைக்கும் கோணம் α எனக் காட்டுக.

iii. $\tan^3\alpha + \tan\alpha - 1 = 0$ எனக் காட்டுக.

iv. வளையத்தின் மீதான மறுதாக்கம் யாது?