வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும் தவணைப் பரீட்சை, மார்ச் - 2020

Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru
In Collaboration with Provincial Department of Education
Northern Province
Term Examination, March - 2020

FWC

தரம் :- 13 (2020)	இணைந்த கணிதம் I- A	நேரம் : மூன்றுமணித்தியாலம் பத்து நிமிடம்

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள்

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சைமண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I	
இணைந்த கணிதம்II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

பகுதி – I A

1. கணிதத்தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எல்லா $n \epsilon Z^+$ இற்கும் $\sum_1^n \frac{1}{r(r+1)} = \frac{n}{n+1}$ என நிறுவுக.

....

2. ஒரே வரிப்படத்தில் $y = |x - 2|$, $y = 2 - |x|$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளைப் பரும்படியாக வரைக. இதிலிருந்து $|x - 2| + |x| = 2$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

....

3. ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில் $Arg\,(Z+1+i)=\frac{\pi}{4}$ ஐத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள் Z ஐ வகை குறிக்கும் புள்ளிகளின் ஒழுக்கைப் பரும்படியாக வரைக. இதிலிருந்து அல்லது வேறுவிதமாக $Arg(Z+1+i)=\frac{\pi}{4}$ ஆகவும் $|Z-i|=1$ ஆகவும் இருக்கத்தக்கதாக Z இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

4. $\lim_{x \to 2} \frac{\cos\frac{\pi}{4}x}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5}}$ இன் பெறுமானம் காண்க.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

5. $0 < \theta \leq \pi$ இற்கு $x = 2(1 - \cos\theta),\ y = 2\,(\theta + \sin\theta)$ என்னும் பரமானச் சமன்பாடுகளினால் ஒரு வளையி C தரப்படுகின்றது.

$\frac{dy}{dx} = \cot\frac{\theta}{2}$ எனக் காட்டுக.

$(4, 2\pi)$ என்ற புள்ளியில் வளையி C இற்கு வரையப்படும் தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

6. $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left\{x\sqrt{1-x^2}\right\} = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து $\int \frac{1+x^2}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ ஐக் காண்க.

7. $y = e^x$ என்ற வளையியாலும் $y = o\ ,\ x = o\ ,\ x = 1$ என்ற நேர்கோடுகளினாலும் உள்ளடைக்கப்பட்ட பிரதேசத்தை x அச்சைப் பற்றி 2π ஆரையன்களினூடு சுழற்றுவதனால் உண்டாகும் திண்மத்தின் கனவளவு $\frac{\pi}{2}\ (e^2 - 1)$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8. $3x - 4y + 1 = \odot,\ 5x + y - 1 = \odot$ ஆகிய நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்வதும் ஆள்கூற்று அச்சுக்களை உற்பத்தியிலிருந்து சம தூரத்தில் இடைவெட்டுவதுமான நேர்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

9. $(0,0),(0,2)$ எனும் புள்ளிகளினூடாகச் செல்வதும் வட்டம் $x^2+y^2-2x+4y-6=0$ இன் பரிதியை இரு கூறிடுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

10. $\tan^{-1}\left(\frac{x}{x-1}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{x+2}{x+3}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ என்னும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
தவணைப் பரீட்சை, மார்ச் - 2020
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru
In Collaboration with Provincial Department of Education
Northern Province
Term Examination, March - 2020

FWC

தரம் :- 13 (2020) | **இணைந்த கணிதம் I - B**

சுட்டெண்						

11. a) $P\epsilon \mathrm{R}$ எனவும் $-1 < P \leq 1$ எனவும் கொள்வோம் 1 ஆனது சமன்பாடு $(P+1)^2\, x^2 + 8x + 2(P+1) = 0$ இன் ஒரு மூலம் அன்று எனக்காட்டுக. α, β ஆகியன இச்சமன்பாட்டின் மூலங்களெனக் கொள்வோம். α, β ஆகிய இரண்டும் மெய்யெனக் காட்டுக. $\alpha+\beta\,, \alpha\beta$ ஆகியவற்றை P இல் எழுதி $\frac{1}{(\alpha-1)\,(\beta-1)} = \frac{(P+1)^2}{P^2+4P+11}$ எனக் காட்டுக.

$\frac{\alpha}{\alpha-1}\,, \frac{\beta}{\beta-1}$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாடு $(P^2+4P+11)x^2 - 4(P+3)x + 2(P+1) = \odot$ எனவும் இம் மூலங்கள் இரண்டும் நேர் எனவும் காட்டுக. மேலும் $\left(1-\frac{1}{\alpha}\right), \left(1-\frac{1}{\beta}\right)$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை உய்த்தறிக.

b) $n(>2)$ ஒற்றை நேர் நிறையெண் எனக் கொள்வோம். $ax^n + b$ என்பதை x^2-1 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி $x+2$ எனின் a, b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. இதிலிருந்து $x^7 + x^5 + x^3 + 6$ என்பதை x^2-1 ஆல் வகுக்க வரும் மீதியைக் காண்க.

12. a) விஞ்ஞான மாநாடு ஒன்றில் 3 பல்கலைக் கழகங்கள் பங்குபற்றுகின்றன. ஒவ்வொரு பல்கலைக் கழகமும் கணிதம், பௌதிகவியல், இரசாயனவியல், ஆகிய ஒவ்வொரு துறையிலிருந்தும் ஓர் ஆணும் ஒரு பெண்ணுமாக இருவர் வீதம் 6 அறிஞர்களை அனுப்புகிறது. மாநாட்டிற்கு வருகைதந்த 18 அறிஞர்களிலிருந்து 3 பேர்களைக் கொண்ட குழுவொன்றைத் தெரிந்தெடுக்க வேண்டியுள்ளது.

பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் குழு அமைக்கத்தக்க விதங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

i) எல்லாம் ஆண்களாக இருக்கக் கூடியதாக

ii) குறைந்தது ஒரு பெண்ணாவது இருக்கக்கூடியதாக

iii) ஒவ்வொரு பல்கலைக்கழகத்திலும் ஒருவர் வீதம் இருக்கக்கூடியதாக

iv) இரு ஆண்களும் ஒரு பெண்ணும் இருக்கக்கூடியதாகவும் ஒவ்வொரு பல்கலைக் கழகத்தில் ஒருவர் வீதமும் ஒவ்வொரு துறையிலும் ஒருவர் வீதமும் இருக்கக் கூடியதாக

b) $r \in Z^{+}$ இற்கு $U_r = \frac{r+3}{r(r+1)(r+2)}$ எனவும் $V_r = \frac{2r+3}{r(r+1)}$ எனவும் கொள்வோம்.

$r \in Z^{+}$ இற்கு $V_r - V_{r+1} = 2U_r$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து $n \in Z^{+}$ இற்கு

$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{5}{4} - \frac{2n+5}{2(n+1)(n+2)}$ எனக் காட்டுக.

முடிவில் தொடர் $\sum_{r=1}^{\propto} U_r$ ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டி அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

$\sum_{r=3}^{\propto} 3U_r$ ஐயும் காண்க.

13. a) $Z \in \mathbb{C}$ இற்கு $Z = x + iy$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $x, y \in R$ ஆகும்.

Z இன் மட்டு $|Z|$ ஐயும் உடன்புணரி $\overline{Z}$ ஐயும் வரையறுக்க.

i) $Z.\overline{Z} = |Z|^2$ எனவும்.

ii) $Z + \overline{Z} = 2ReZ$ எனவும் $Z - \overline{Z} = 2i\, Im\, Z$ எனவும் காட்டுக.

b) $Z = x + iy$ ஐ முனைவாள் கூற்று வடிவத்தில் எடுத்துரைத்து Z இன் மட்டையும் வீசலையும் எழுதுக. $z_1, z_2\ \varepsilon\ \mathbb{C}$ எனின்.

i) $|Z_1\ Z_2| = |Z_1||\,Z_2|$ எனவும்

ii) $arg(Z_1\, Z_2) = arg\,(Z_1) + arg\,(Z_2)$ எனவும் காட்டுக.

c) $Z_1 = \frac{4}{1-i\sqrt{3}}, Z_2 = \frac{2}{1+i}$ என்பன இரு சிக்கலெண்கள் எனக் கொள்வோம்.

i) Z_1, Z_2 ஆகியவற்றை முனைவாள் கூற்று வடிவத்தில் எடுத்துரைத்து அவற்றின் மட்டையும் வீசலையும் காண்க.

ii) $Z_1\, Z_2$ இனது மட்டு $|Z_1\, Z_2|$ ஐயும் வீசல் $Arg(Z_1\ Z_2)$ ஐயும் கண்டு $Z_1.Z_2$ ஐ முனை வாள் கூற்றுவடிவில் எடுத்துரைக்க.

iii) $Z_1, Z_2, (Z_1 . Z_2)$ எனும் சிக்கலெண்கள் முறையே ஆகண்தளத்தில் P_1, P_2, P_3 என்னும் புள்ளிகளை வகைகுறிக்கின்றன. ஆகண்வரிப்படத்தில் இப்புள்ளிகளை குறித்துகாட்டுக.

iv) தமோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $Z_1^3 + 2\,Z_2^{\,4} = -16$ எனக் காட்டுக.

14 a) $x \neq -3$ இற்கு $f(x) = \frac{x+1}{(x+3)^2}$ எனக் கொள்வோம்.

$x \neq -3$ இற்கு $f'(x) = -\frac{(x-1)}{(x+3)^3}$ எனவும்

$f''(x) = \frac{2(x-3)}{(x+3)^4}$ எனவும் காட்டுக.

இங்கு $f'(x), f''(x)$ என்பன முறையே $f(x)$ இன் முதலாம், இரண்டாம் பெறுதிகளாகும்.

அணுகுகோடுகள், திரும்பற் புள்ளிகள், விபத்திப்புள்ளிகள் ஆகியவற்றைக் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

b) ஆரை r ஐயும் உயரம் h ஐயும் உடைய திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பொன்றின் சாய்வுயரம் $3m$ ஆகும். கூம்பின் கனவளவு V ஆனது $V = \frac{1}{3}\pi h(9-h^2)$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. கூம்பின் அரை உச்சிக் கோணம் $\tan^{-1}(\sqrt{2})$ ஆகும் போது கனவளவு V உயர்வெனக் காட்டுக.

15 a) i) $\frac{d}{dx}[ln(x^2+1)]$ இனைக் காண்க. இதிலிருந்து $\int \frac{x}{x^2+1}dx$ இனைக் காண்க.

ii) $\frac{x^3+4x^2-4x+4}{(x^2+1)(x^2-4)}$ இனைப் பகுதிப்பின்னங்களாக எடுத்துரைக்க.

இதிலிருந்து $\int \frac{x^3+4x^2-4x+4}{(x^2+1)(x^2-4)}dx$ இனைக் காண்க.

b) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி $\int x\sin^2 x\,dx$ இனைக் காண்க. இதனைப் பயன்படுத்தி $\int x\cos^2 x\,dx$ இணைக் காண்க.

c) $O \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ இற்கு பிரதியீடு $x = 1+3\sin^2\theta$ ஐப் பயன்படுத்தி $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(4-x)}}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

16 $A \equiv (5,0), B \equiv (10\cos\theta, 10\sin\theta)$ எனும் புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டை $2:3$ எனும் விகிதத்தில் உட்புறமாகப் பிரிக்கும் புள்ளி P எனின் $P \equiv (4\cos\theta+3, 4\sin\theta)$ எனக்காட்டுக. θ மாறும் போது P இன் ஒழுக்கு. $S \equiv x^2+y^2-6x-7=0$ எனும் வட்டமாகும் எனக்காட்டி அதன் மையத்தையும் ஆரையையும் காண்க. புள்ளி $Q \equiv (2,5)$ ஆனது வட்டம் $S=O$ இற்கு வெளியே இருக்கும் எனக்காட்டி Q இல் இருந்து வட்டம் $S=O$ இற்கு வரையப்படும் தொடலிகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. புள்ளி Q இலிருந்து வட்டம் $S=O$ இற்கு வரையப்படும் தொடலிகளின் தொடுநாண் CD இன் சமன்பாட்டைக் காண்க. $S=O$ உம் CD உம் இடைவெட்டும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்வதும் $(1,2)$ எனும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு $S^1 \equiv x^2+y^2-4x-10y+19=\odot$ எனக்காட்டுக. $S^1=O$ ஐ நிமிர்கோணத்தில் இடைவெட்டுவதும் $(0, 6)$ எனும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்வதுமான வட்டம் $S''=O$ இன் மையத்தின் ஒழுக்கு $4x-2y+17=0$ எனும் நேர்கோடாகும் எனக்காட்டுக.

17 a) $\sin(A+B)$ இன் விரிவை எழுதி $\sin(A-B)$ இற்கு ஓர் இயல்பொத்த கோவையைப் பெறுக. மேலேயுள்ள முடிவுகளைப் பயன்படுத்தி $2\sin A\cos B = \sin(A+B)+\sin(A-B)$ எனக்காட்டுக. இதிலிருந்து $\sin 2A$ இற்குரிய தொடர்பை உய்த்தறிக.
$\sin\theta\{8\cos\theta\cos 2\theta\cos 3\theta - 1\} = \sin 7\theta$ எனக்காட்டுக. இதிலிருந்து $O<\theta<\frac{\pi}{2}$ இற்கு $\cos\theta\cos 2\theta\cos 3\theta = \frac{1}{4}$ ஐத் தீர்க்க.

b) வழமையான குறியீடுகளுடன் முக்கோணிக்குரிய சைன்நெறியைக் கூறுக.

ஒரு முக்கோணி ABC இல் $\hat{C} > \hat{B}$ ஆகும். பக்கம் BC இன் நடுப்புள்ளி D ஆகும். $B\hat{A}D = \alpha$, $C\hat{A}D = \beta$, $A\hat{D}C = \theta$ $\left(O < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ ஆகவும் அமைந்துள்ளன.

ΔABD இற்கு சைன்நெறியைப் பயன்படுத்தி $\frac{a}{2\sin\alpha} = \frac{AD}{\sin(\theta - \alpha)}$ எனக்காட்டுக.

ADC இற்கு இன்னுமோர் தொடர்பைப் பெற்று $2\cot\theta = \cot\alpha - \cot\beta$ எனக்காட்டுக.

c) $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{6}{5}\right) = \frac{\pi}{2}$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து $\sin\left\{\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{6}{5}\right)\right\} = \frac{1}{\sqrt{26}}$ எனக் காட்டுக.

FWC

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும் தவணைப் பரீட்சை, மார்ச் - 2020

Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru
In Collaboration with Provincial Department of Education
Northern Province
Term Examination, March - 2020

தரம் :- 13 (2020)	இணைந்த கணிதம் II - A	நேரம் : மூன்று மணித்தியாலம் பத்து நிமிடம்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள்

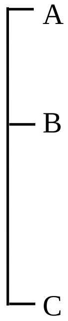
- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத்திரம் விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டநேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம் II		
பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I	
இணைந்த கணிதம் II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

பகுதி – I A

1) ஒரு துணிக்கை தரையில் இருந்து குறித்த உயரத்தில் உள்ள புள்ளி A இல் இருந்து சுயாதீனமாக விழவிடப்படுகின்றது. துணிக்கை B ஐ $t\,s$ இலும் $BC = h$ ஆகவும் B இல் இருந்து C ஐ அடைய $\frac{2t}{7}s$ உம் எடுப்பின் A இல் இருந்து C வரை துணிக்கையின் இயக்கத்துக்கு வேகநேர வரைபை வரைந்து அதில் இருந்து t ஐ h, g சார்பில் கண்டு AC ஐ h சார்பில் காண்க.



2) கிடைத்தரையில் உள்ள புள்ளி O இல் இருந்து நிலைக்குத்து தளத்தில் கிடையுடன் $\tan^{-1}(2)$ கோணத்தில் $35\,ms^{-1}$ கதியுடன் ஓர் துணிக்கை எறியப்படுகின்றது. t நேரத்திலே O சார்பான துணிக்கையின் தானக்காவி $x\underline{i} + 50\underline{j}$ எனில் ($\underline{i}, \underline{j}$ என்பன O இன் ஊடான இடை நிலைக்குத்து அச்சுக்கள் வழியே ஆன அலகுக்காவிகள்)

i) t, x ஐ காண்க.

3) முறையே $2m, Km$ திணிவுகளை உடைய சம ஆரை உடைய ஒப்பமான கோளங்கள் P, Q என்பன ஒப்பமான கிடை மேசை ஒன்றில் ஓர் குறித்த இடைத்தூரத்தில் வைக்கப்பட்டு ஒன்றை ஒன்று நோக்கி முறையே $u, 3u$ வேகங்களுடன் நேரடியாக மோதும் வண்ணம் மேசை வழியே எறியப்படுகின்றன. மோதலுக்கு பின் இரு துணிக்கைகளின் திசைகள் புற மாற்றுவதுடன் துணிக்கை P இன் கதி அரைவாசியாகின்றது எனில்

i) மோதலுக்கு பின் Q இன் கதியை கண்டு k இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.

ii) $k = \frac{1}{2}$ எனில் P, Q இற்கு இடையிலான மீளமைவுக் குணகத்தைக் காண்க.

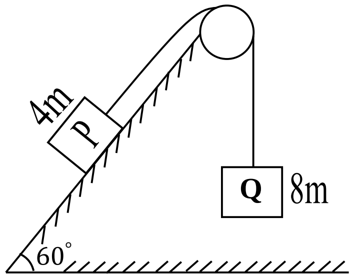
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

4) $3200\ kg$ திணிவுடைய வான் ஒன்று மாறா தடைவிசை R இற்கு எதிராக கிடைத்தரை வழியே $36\ kW$ மாறாவலுவுடன் இயங்குகின்றது. வானின் கதி $20\ ms^{-1}$ ஆகவும் ஆர்முடுகல் $0.2\ ms^{-2}$ ஆகவும் உள்ள போது R ஐ காண்க.

வான் ஆனது கிடையுடன் 30° சாய்வுள்ள பாதையில் மேல் நோக்கி அதே தடைவிசை R இற்கு எதிராக இயங்கும் போது வான் எஞ்சின் தன் வலுவை அதிகரிக்கின்றது. வான் $30\ ms^{-1}$ கதியை பேணின் வான் இஞ்சினின் வலு யாது? ($g = 10\ ms^{-2}$)

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

5)



$4m$ திணிவுள்ள துணிக்கை P ஆனது கிடையுடன் 60° சாய்வுள்ள ஒரு கரடான தளத்தில் வைக்கப்பட்டு ஒரு நீளா இழையின் ஒரு நுனிக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு தளத்தின் உச்சியில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான கப்பின் மேலாக சென்று மற்றைய நுனியில் $8m$ திணிவுடைய துணிக்கை Q ஐ தாங்குகின்றது. இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்க தொகுதி ஓய்வில் இருந்து விடப்படுகின்றது. இழையில் உள்ள இழுவையையும் துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகலையும் காண்க. (P க்கும் தளத்துக்கும் இடையிலான உராய்வுக்குணகம் $\frac{1}{4}$ ஆகும்.)

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6) $\underline{P}, \underline{Q}$ என்ற விசைகளின் விளையுள் $\underline{R}$ ஆகும். இவற்றின் தாக்கக் கோடுகள் முறையே OA, OB, OC ஆகும். ஒரு நேர் கோடு, OA, OB, OC என்பவற்றை முறையே L, M, N என்ற புள்ளிகளில் வெட்டினால் $\frac{P}{OL} + \frac{Q}{OM} = \frac{R}{ON}$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

7) $8\,a$ நீளமும் W நிறையுமுடைய சீரான கோல் AB ஆனது முனை A ஒப்பமான நிலைக்குத்து சுவரில் பொறுத்திருக்க கோலில் உள்ள புள்ளி C இல் கட்டப்பட்ட இழையின் மறு நுனி சுவரில் A க்கு மேலே $6\,a$ உயரத்தில் உள்ள புள்ளி D இற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோல் கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் 60° கோணத்தை அமைத்து சமநிலையில் இருப்பின் BC இன் நீளத்தைக் காண்க.

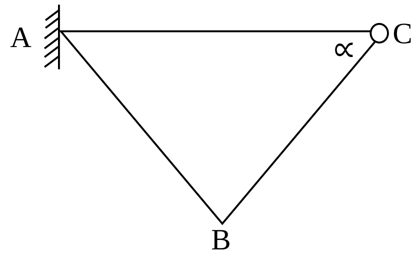
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

8) O என்ற புள்ளி குறித்து A, B என்ற புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}\,,\underline{b}$ ஆகும். AB என்ற நேர் கோட்டில் $AC:CB=\mu:\lambda$ ஆகுமாறு ஒரு புள்ளி C உள்ளது. C இன் தானக்காவி $\underline{C}$ ஆனது $\underline{C}=\frac{\lambda\underline{a}+\mu b}{\lambda+\mu}$ ஆல் தரப்படும் எனக்காட்டுக.

இதிலிருந்து $\propto\underline{a}+\beta\underline{b}+\gamma\underline{c}=\underline{o}$ ஆகவும் $\propto+\beta+\gamma=o$ ஆகவும் இருப்பின் A,B,C நேர்கோட்டிலுள்ளது எனக்காட்டுக.

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

9) AB என்ற சீரான கோல் $4W$ நிறையும் $2a$ நீளமும் உடையது. A இல் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. A ஊடாக கிடையாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட கம்பியில் C என்ற W நிறையுடைய வளையம் இயங்குமாறுள்ளது. B, C என்பன $2a$ நீளமுள்ள இழையால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. கம்பிக்கும், வளையத்திற்கும் இடையான உராய்வு குணகம் μ எனின் எல்லை நாப்பத்தில் $\tan \propto = \frac{1}{2\mu}$ எனக் காட்டுக.



....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

10) A, B என்பன இரு நிகழ்ச்சிகள். $P(A \cap B^1) = \frac{8}{25}$

$P(A^1 \cap B) = \frac{11}{100}$, $P(A \cup B) = \frac{13}{20}$ எனின்

(i) $P(A \cap B)$ (ii) $P(A)$ (iii) $P(B)$ (iv) $P(A/B)$ என்பவற்றைக் கணிக்க.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
தவணைப் பரீட்சை, மார்ச் - 2020
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru
In Collaboration with Provincial Department of Education
Northern Province
FWC **Term Examination, March - 2020**

தரம் :- 13 (2020) **இணைந்த கணிதம் II - B**

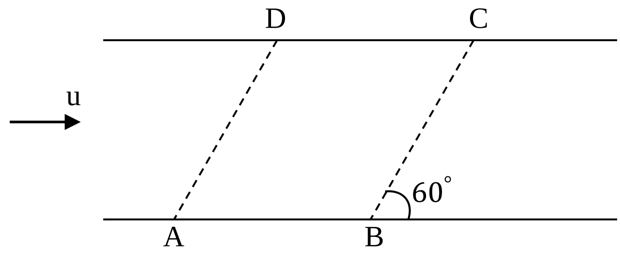
11) a) ஒரு நேர்கோட்டில் சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்கும் மோட்டார் கார் ஆனது $t = o$ இல் புள்ளி O ஐ u வேகத்துடன் கடந்து செல்கின்றது. மோட்டார் கார் முதல் t செக்கனில் p தூரத்தையும் அடுத்த t செக்கனில் q தூரத்தையும் அடுத்த t செக்கனில் r தூரத்தையும் கடந்து இயங்கிச் செல்கின்றது.

i) மோட்டார் காரின் இயக்கத்திற்கான வேகநேர வரைபை முதல் $4t$ செக்கன்களுக்கு வரைக.

ii) வேகநேர வரைபைப் பயன்படுத்தி

1. $2q = p + r$ எனவும்
2. $3t$ தொடக்கம் $4t$ செக்கனில் சென்ற தூரம் $2r - q$ எனவும் காட்டுக.

b)



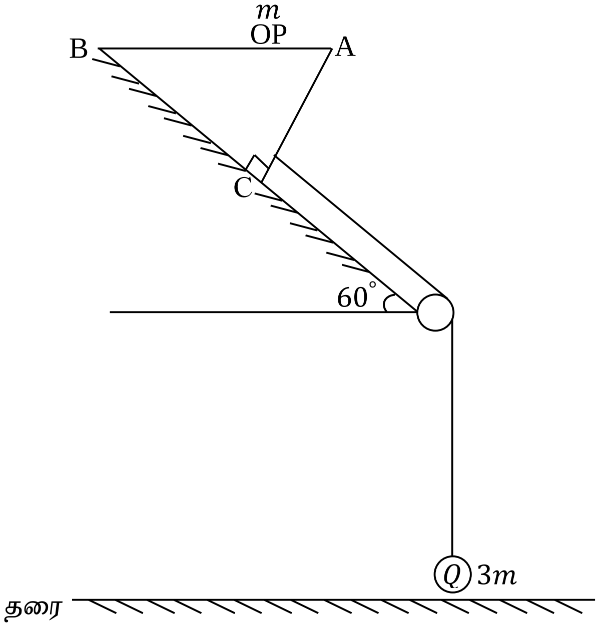
சமாந்தரமான நேரான கரைகள் உள்ள அகலம் $\sqrt{3}a$ ஐ உடைய ஓர் ஆறு சீரான வேகம் u உடன் பாய்கின்றது. கரைகளின் மீது படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு A, B, C, D என்பன சாய் சதுரத்தின் உச்சிகள் ஆகும். நீர் தொடர்பாக கதி $\mathrm{v}(\mathrm{v} \geq u)$ உடன் நீந்தவல்ல P, Q என்னும் இரு மனிதர்கள் ஒரே நேரத்தில் A, இல் இருந்து நீந்த தொடங்குகின்றனர். P ஆனவர் A இல் இருந்து C இற்கு நீந்திச் செல்ல விரும்புகின்றார். Q ஆனவர் A இல் இருந்து D இற்கு நீந்திச் . செல்ல விரும்புகின்றார். சார்பு வேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி P, Q இன் இயக்கங்களுக்கான வேகமுக்கோணிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

i) A இல் இருந்து C இன் இயக்கத்திற்கான P இன் கதி $\frac{\sqrt{3}\,u+\sqrt{4V^2-u^2}}{2}$ எனக் காட்டுக.

ii) A இல் இருந்து D இன் இயக்கத்திற்கான Q இன் கதி $\frac{u+\sqrt{4V^2-3u^2}}{2}$ எனக்காட்டுக.

iii) P, Q என்பன ஒரே நேரத்தில் முறையே C, D ஐ அடையின் $v = u$ எனக் காட்டுக.

12) a)



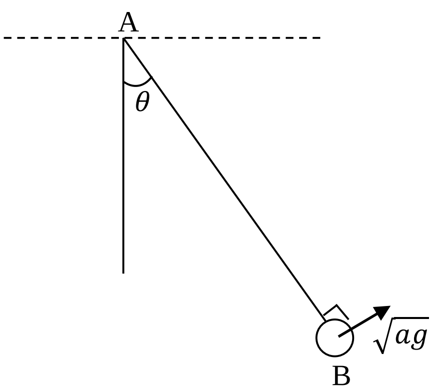
உருவில் ABC ஆனது $A\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$ ஆகவுள்ள $4m$ திணிவுடைய ஒப்பமான ஆப்பின் திணிவு மையத்தின் ஊடான குறுக்கு வெட்டை குறிக்கின்றது. படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஆப்பின் முகம் BC ஆனது கிடையுடன் 60° சாய்வுள்ள ஓர் ஒப்பமான சாய்தளத்தை தொட்டுக்கொண்டு இருக்கவும், முகம் AB ஆனது கிடையாக இருக்குமாறும் வைக்கப்பட்டு முகம் A இல் m திணிவுள்ள துணிக்கை P வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஓர் இலேசான நீளா இழையின் ஒரு நுனி படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஆப்பிற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது. சாய்தளத்தின் அடியில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட இலேசான கப்பியின் மேலாக சென்று மற்றைய நுனியில் $3m$ திணிவுள்ள துணிக்கை Q ஐ தாங்குகின்றது. இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்குமாறு பிடிக்கப்பட்டு தொகுதி மெதுவாக விடப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் Q ஆனது தரையை தொடவில்லை எனக் கொண்டு.

a) தொகுதியில் தாக்கும் விசைகளையும், ஆர்முடுகல்களையும் தெளிவாக குறிக்க.

b) துணிக்கைகள் P, Q மற்றும் ஆப்பின் ஆர்முடுகல் இழையில் உள்ள இழுவை என்பவற்றை துணிவதற்கு போதுமான சமன்பாடுகளை பெறுக.

c) $BC = 2\ell$ எனில் துணிக்கை P ஆனது $t = o$ இல் A இல் வைத்து விடப்பட்டு இருப்பின் அது B ஐ அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

b) $3a$ நீளமுள்ள இலேசான நீளா இழையின் ஒரு முனை உயரமான நிலையான ஒரு புள்ளி A இற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையின் மறு முனை B இல் m திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு இழையானது கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தில் $\left(\cos\theta = \frac{2}{3}\right)$ இறுக்கமாக இருக்குமாறு பிடிக்கப்பட்டு துணிக்கைக்கு AB க்கு செங்குத்தான திசையில் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு $\sqrt{ag}$ வேகம் கொடுக்கப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் இழை இறுக்கமாக உள்ள போது இழையானது கிடையுடன் கீழ்நோக்கி β கோணத்தை ஆக்கும் போது துணிக்கையின் கதி V ஆகவும் இழையில் உள்ள இழுவை T ஆகவும் இருப்பின்.



i) $V^2 = 3ag(2\sin\beta - 1)$ எனக் காட்டுக.

ii) T இன் உயர்வு, இழிவு பெறுமானங்களைக் காண்க.

13) a) இயற்கை நீளம் $3a$ ஆகவுள்ள ஓர் இலேசான மீள் தன்மை இழையின் ஒரு நுனி தரையில் இருந்து h உயரத்தில் $(h > 8a)$ உள்ள ஓர் நிலையான புள்ளி Oஇற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையின் மற்றைய நுனியில் $4m$ திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டு O இற்கு கீழே $5a$ தூரத்தில் சம நிலையில் உள்ளது. சமநிலையில் உள்ள போது துணிக்கைக்கு கீழ்நோக்கி ஓர் வேகம் u கொடுக்கப்படும் போது துணிக்கை ஆனது O இல் இருந்து $8a$ ஆழத்தில் கணநிலை ஓய்வடைகின்றது.

i) இழையின் மீள்தன்மை மட்டு $6\,mg$ எனக் காட்டுக.

ii) துணிக்கை O இல் இருந்து $5a + x$ தூரத்தில் உள்ள போது துணிக்கை ஆனது $\ddot{x} + \frac{g}{2a}x = 0$ என்னும் இயக்கச்சமன்பாட்டை திருப்தி ஆக்கும் எனக்காட்டுக.

iii) $\ddot{x} + \frac{g}{2a}x = 0$ ஆனது $x = A\,\cos w\,t + B\,\sin w\,t$ என்னும் சமன்பாட்டை திருப்தி செய்யின் A, B, w என்பவற்றை u, g, a சார்பில் காண்க.

iv) (iii) ஐ பயன்படுத்தி துணிக்கையின் கணநிலை ஓய்வுத்தானத்தை கருதுவதன் மூலம் u ஐ கண்டு எளிமை இசை இயக்கத்தின் வீச்சத்தைக் காண்க.

v) துணிக்கை இயங்கத் தொடங்கியதில் இருந்து இழை தொய்வடையும் வரை எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

14) a) A, B என்ற புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}\,, \underline{b}$ ஆகும். AB இலுள்ள ஒரு புள்ளி C இன் தானக்காவி $\underline{c}$ ஆனது $\underline{c} = \propto \underline{a} + (1 - \propto)\,\underline{b}$ ஆல் தரப்படலாம் எனக் காட்டுக.
$\propto -$ பரமானம்.

A, B, C, D என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}\,, \underline{b}\,, 3\,\underline{a}\,,\ 5\,\underline{b}$ ஆகும்.

i) AD இலுள்ள யாதாயினும் ஒரு புள்ளியின் தானக்காவியை $\underline{a}\,, \underline{b}$ பரமானம் λ சார்பாக தருக.

ii) BC இலுள்ள யாதாயினும் ஒரு புள்ளியின் தானக்காவியை $\underline{a}\,, \underline{b}$ பரமானம் μ சார்பாக தருக.

இதிலிருந்து AD, BC வெட்டும் புள்ளியின் தானக்காவியைக் காண்க. இப்புள்ளி ADயை பிரிக்கும் விகிதத்தைக் காண்க.

b) O என்ற உற்பத்தி குறித்து $3\underline{i} + 4\underline{j}\,, -2\underline{i} - 3\underline{j}\,, 2\underline{i}$ ஆகிய புள்ளிகளில் முறையே $2\underline{i} + \underline{j}\,, 5\underline{i} - 4\underline{j}\,, a\underline{j}$ என்ற விசைகள் தாக்குகின்றன. இவ் விசைத்தொகுதி O ஊடாக தாக்கும் $\underline{F}$ என்ற விசைக்கும் $24\,Nm$ பருமனுடைய இணைக்கும் சமவலுவானது,

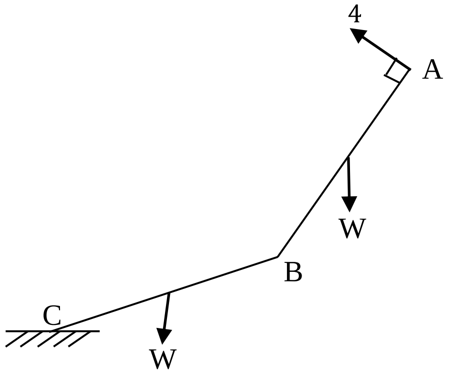
i) விசைகளை தெக்காட்டு தளத்தில் குறிக்க.

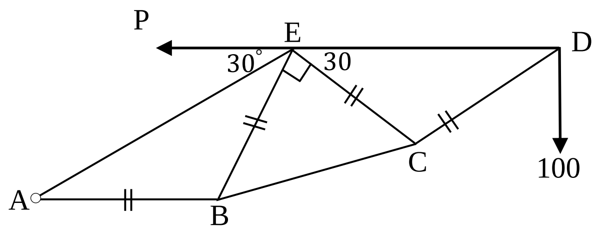
ii) a இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

iii) a இன் ஒவ்வொரு பெறுமானத்திற்கும் $\underline{F}$ க் காண்க.

iv) a இன் நேர்ப் பெறுமானத்திற்கு இத்தொகுதிக்கு சமவலுவான தனிவிசையின் தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

15) a) AB, BC என்பன ஒவ்வொன்றும் W நிறையும் $2a$ நீளமும் உடைய கோல்கள் B இல் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு, C நிலத்தில் பொறுத்திருக்க A இல் $\frac{W}{4}$ விசை AB க்கு செங்குத்தாக பிரயோகிக்கப்பட்டு நாப்பத்திலுள்ளது. AB, BC கிடையுடன் ஆக்கும் கோணங்களையும் B யிலுள்ள மறுத்தாக்கத்தின் கிடை, நிலைக்குத்து கூறுகளையும் காண்க.



b) 

படத்தில் உள்ளவாறு ஏழு லேசான கோல்களால் ஆன சட்டப்படல் A ல் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டும் D இல் $100\,N$ சுமை கட்டப்பட்டும், E ல் கிடை விசை P யும் பிரயோகிக்கப்பட்டு சமநிலையிலுள்ளது. AB, ED கிடையானவை.

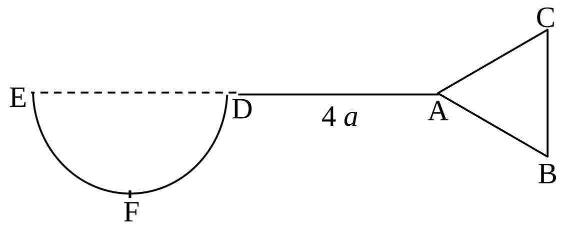
i) கணித்தல் எதுவுமின்றி A இலுள்ள மறுதாக்கத்தின் திசையை தருக

ii) போவின் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி தகைப்பு வரிப்படம் வரைக.

iii) இதிலிருந்து தகைப்புகளை உதைப்பு, இழுவை என வேறுபடுத்தி பெறுமானங்களைக் காண்க. P இன் பெறுமானத்தையும் காண்க

16) a) AB, BC, CA என்ற சீரான பாரமான, ஒரே பொருளாலான கோல்கள் முறையே $5a, 6a, 5a$ நீளமுடையன.. இவற்றின் முனைகளில் விறைப்பாக மூட்டப்பட்டு ABC என்ற முக்கோண வடிவம் உருவாக்கப்படுகிறது. இவ்வுருவின் திணிவு மையம் A ஊடான இடையத்தில் A இலிருந்து $\frac{11a}{4}$ தூரத்தில் உள்ளது எனக்காட்டுக.

b) a ஆரையுடைய சீரான பொள்ளரைக் கோளத்தின் திணிவுமையத்தை தொகையிடல் மூலம் காண்க.

c) 

படத்தில் காட்டியவாறு DEF என்ற a ஆரையுடைய அரைக்கோளக்கிண்ணமும் DA என்ற $4a$ நீளமுடைய கம்பியும் இணைத்து ஒரு கரண்டி உருவாக்கப்பட்டு அதன் முனை A ல் பகுதி (a) இல் கூறப்பட்ட முக்கோண வடிவம் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. உருவம் ஒரே திரவியத்தாலானது.

இக்கூட்டுப் பொருளின் திணிவுமையத்துூரத்தை BC, AD என்பவற்றிலிருந்து காண்க.

17) a) A, B என்பன ஒரு மாதிரி வெளியிலுள்ள இரு நிகழ்ச்சிகள். B நடைபெற்றுள்ளது எனத்தரப்படின் A நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு $P(A/B)$ ஐ வரையறுக்க.

b) மொத்த நிகழ்தகவுத் தேற்றத்தை கூறுக.

c) ஒரு விரிவுரையாளர் தனது மாணவனுக்கு ஒரு செய்தியை ஈமெயில் மூலம் அல்லது கடிதத்தின் மூலம் அல்லது தொலைபேசி மூலம் தெரிவிக்க முடியும். இவை மூலம் தகவல் அனுப்புவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $\frac{2}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{2}$ ஆகும். அவர் ஏதாவது ஒரு முறையில் மட்டுமே தகவலை அனுப்புவார்.

விரிவுரையாளர் இவ்வழிகளில் தகவலை அனுப்பும் போது மாணவன் தகவலைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1$ ஆகும்.

i) மாணவன் தகவலைப் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

ii) மாணவன் தகவலைப் பெறுகிறான் எனின் அவன் ஈமெயில் ஊடாக தகவலைப் பெறும் நிகழ்தகவு யாது?