வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

FWC

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2017
Term Examination, November - 2017

தரம் :- 13 (2018)	இணைந்த கணிதம் – I	மூன்று மணித்தியாலங்கள்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

The National e-learning Portal for the General Education

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I	
இணைந்த கணிதம் II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

பகுதி - A

01) எல்லா $n \in Z^{+}$ இற்கும் கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி

$\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots\dots\dots\dots + \cdots\dots\dots\dots\dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$ எனக் காட்டுக.

02) சமனிலி $\frac{x^2}{x-1} \geq x^2$ ஐ திருப்திப்படுத்தும் x இன் மெய்ப் பெறுமானங்களைக் காண்க.

The National e-learning Portal for the General Education

03) $\log\{\tan 2^{\circ} \tan 4^{0} \tan 6^{0} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \tan 86^{0} \tan 88^{0}\} = 0$ எனக் காட்டுக.

04) x இன் மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கு $\frac{2x}{x^2+1}$ என்னும் சார்பு -1 இலும் குறைவாகவோ அல்லது 1 இலும் அதிகமாகவோ எந்தவொரு பெறுமானத்தையும் எடுக்காது எனக்காட்டுக.

The National e-learning Portal for The General Education

05) $\frac{x}{(x-1)(X-2)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாக்குக. இதிலிருந்து $\frac{x}{(x-1)(2X-1)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாக்குக.

06) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4+cos^3 x}}{x \sin x} = \frac{3\sqrt{5}}{20}$ எனக் காட்டுக.

The National e-learning Portal for The General Education

07) $x^2 - y^2 = a^2$ எனும் வளையில் $(a sec\theta, a\, tan\theta)$ எனும் புள்ளி உண்டு எனக் காட்டுக. வளையிற்கு தரப்பட்ட புள்ளியில் வரையப்பட்ட தொடலியின் சமன்பாடு $x sec\theta - y\ tan\theta = a$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

08) $2Cosx + Sinx = A\,(\mathrm{Cos}\,x - Sin\,x\,) + B\,(Sin\,x + Cos\,x)$ ஆகுமாறு மாறிலிகள் A, B ஐக் காண்க. இதிலிருந்து $\int \frac{2Cos\ x + Sin\ x}{Sin\ x + Cos\ x}\, dx$ ஐக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

The National e-learning Portal for the General Education

09) $Y = \sqrt{3}\sin x - \cos x + 3$ என்பதன் உயர்வுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து $\frac{\sqrt{3}\sin x - \cos x + 4}{\cos x - \sqrt{3}\sin x + 5}$ இன் உயர்வுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

10) $A + B + C = 180^0$ எனின் $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4\sin A\, sin\, B \sin C$ எனக் காட்டுக.

FWC

தரம் :- 13 (2018) **இணைந்த கணிதம் – I**

பகுதி - B

11) (a) $P^2x^2 + 6pqx + pr + 8q^2 = 0$ என்னும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் பொருந்துவனவாயின் $pr\,(x+1)^2 = 4q^2x$ என்னும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களும் பொருந்தும் எனக்காட்டுக.

(b) $x^2 - ax + b = 0$ இன் மூலங்கள் $\propto, \beta$ எனக் கொள்வோம். $\propto(2\propto + \beta), \beta(\propto + 2\beta)$ என்பவற்றை மூலங்களாகவுடைய இருபடிச் சமன்பாட்டை a, b இன் சார்பில் காண்க.

(c) $f(x),\ g(x)$ என்பன x இலான இரு பல்லுறுப்பிகளாகும். $f(x)$ ஐ $3x^2 + x - 2$ இனாலும் $g(x)$ ஐ $x^2 - 1$ இனாலும் வகுக்க வரும் மீதிகள் முறையே $2x + 1, x + 2$ ஆகும். பல்லுறுப்பி $f(x) + g(x)$ இன் ஏகபரிமாணக் காரணி ஒன்றைக் கண்டு $f(x).\ g(x)$ ஐ இவ் ஏகபரிமாணக் காரணியால் வகுக்க வரும் மீதி -1 எனக் காட்டுக.

12) (a)

(i) $x > 0$ இற்கு $x + \frac{1}{x} \geq 2$ எனக் காட்டுக.

(ii) a, b, c என்பன நேரெண்கள் மேற்போந்த முடிவைப் பயன்படுத்தி $(a + b + c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$ எனக் காட்டுக.

(iii) $a + b + c = 1$ எனில் $(1 - a), (1 - b), (1 - c)$ என்பன நேரானவை எனக்காட்டுக. $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c} \geq \frac{9}{2}$ என்பதை உய்த்தறிக. மேலும் $\frac{a}{1-a} + \frac{b}{1-b} + \frac{c}{1-c} \geq \frac{3}{2}$ என்பதையும் உய்த்தறிக.

(b) $Y = |2x - 1|, Y = |x + 1| + 1$ ஆகிய வரைபுகளை ஒரே வரிபடத்தில் வரைக. இதிலிருந்து, $|2x - 1| - |x + 1| \geq 1$ ஐத் தீர்க்க.

The National e-learning Portal for The General Education

13) (a) $x \neq 1, 4$ இற்கு $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x-4)}$ எனக் கொள்வோம் $f^1(x) = \frac{4-x^2}{(x-1)^2(x-4)^2}$ எனக் காட்டுக. அணுகு கோடுகளையும் திரும்பற்புள்ளிகளையும் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபை பருமட்டாக வரைக.

(b) நீளம் a இனை உடைய சதுர அட்டைத் தாளை எடுத்து ஒவ்வொரு மூலையிருந்தும் ஒரே அளவான ஒவ்வொரு சதுரத்தை அகற்றியபின் வெட்டப்பட்ட விளிம்புகளை இணைப்பதன் மூலம் சதுர அடியுள்ள ஒரு திறந்த பெட்டி ஆக்கப்படுகின்றது. பெட்டியின் உயர் கனவளவு $\frac{2a^3}{27}$ எனக் காட்டுக.

14) (a) $t = x^{\frac{1}{2}}$ எனும் பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி $\int_1^4 \frac{1}{1+x^{\frac{1}{2}}} dx$ ஐக் காண்க.

(b) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி $\int x^3 \, tan^{-1} x dx$ ஐக் காண்க.

(c) $\frac{2x+1}{(x+1)(x^2+4)}$ ஐ பகுதிப் பின்னங்களாக எடுத்துரைக்க. இதிலிருந்து $\int \frac{2x+1}{(x+1)(x^2+4)} dx$ ஐக் காண்க.

15) $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c)$ என்பது நேர் அல்லது மறை என்பதற்கேற்ப $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்னும் புள்ளிகள் கோடு $ax + by + c = 0$ இற்கு ஒரே பக்கத்தில் அல்லத எதிர்பக்கங்களில் இருக்கும் என நிறுவுக.

முக்கோணி ABC இன் பக்கங்கள் AB, BC, CA என்பன முறையே $2x - y = 0, 2x - 4y + 1 = 0, 11x - 2y + 1 = 0$ என்னும் நேர்கோடுகள் வழியே உள்ளன.

(i) $A\hat{B}C$ இன் இருசம கூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
(ii) $A\hat{C}B$ இன் இருசமகூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
(iii) முக்கோணி ABC இன் உள் மையத்தின் ஆள்கூறுகளையும் உள்வட்ட ஆரையையும் காண்க.

16) $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 2x - 32y + 1 = 0$, $S_2 \equiv x^2 + y^2 + 12x + 16y + 19 = 0$ எனக் கொள்வோம்.

(i) S_1, S_2 என்பன ஒன்றையொன்று வெளியே தொடுமெனக் காட்டுக.

(ii) தொடுபுள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

(iii) தொடுபுள்ளியில் உள்ள இரு வட்டங்களுக்குமான தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(iv) S_1, S_2 என்பன உட்புறமாகத் தொடுகின்ற வட்டங்களுள் மிகச்சிறிய வட்டத்தின் மையத்தையும் ஆரையையும் கண்டு வட்டத்தின் சமன்பாட்டையும் எழுதுக.

17) (a) நேர் நிறைவெண்கள் p, q இங்கு $tan^{-1}\left(\frac{1}{P}\right) + tan^{-1}\left(\frac{1}{q}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனின்

$(p-1)(q-1) = 2$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து p, q இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

மேலே உள்ள முடிவைப் பயன்படுத்தி

$tan^{-1}\left(\frac{1}{x+2y}\right) + tan^{-1}\left(\frac{1}{x+y}\right) = \frac{\pi}{4}$ என்னும் சமன்பாட்டைத் திருப்திப்படுத்தும்

நேர்நிறைவெண்கள் x, y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(b) $Cos\ x + Cos\ 2x + Cos\ 3x = \sin x + Sin\ 2x$ ஐத் தீர்க்க.

(c) வழமையான குறியீடுகளுடன் சைன்விதியைக் கூறுக.

வழமையான குறியீடுகளுடன்

$\text{a}\cos\left(\frac{B-C}{2}\right) = (b+c)\sin {}^{A}/_{2}$ ஐ நிறுவுக.

இதிலிருந்து $tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2} = \frac{b+c-a}{b+c+a}$ என்பதை உய்த்தறிக.

The National e-learning Portal for The General Education

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2017

FWC

Term Examination, November - 2017

தரம் :- 13 (2018)	இணைந்த கணிதம் – II	மூன்று மணித்தியாலங்கள்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I	
இணைந்த கணிதம் II	
இறுதிப்புள்ளிகள்	

The National e-learning Portal for The General Education

பகுதி - A

(1) தரை மீது உள்ள ஒரு புள்ளி A இல் இருந்து புவியீர்ப்பின் கீழ் நிலைக்குத்தாக மேல் நோக்கி u வேகத்துடன் எறியப்படும் துணிக்கை P ஆனது அடையும் அதி உயர் புள்ளி B ஆகும். துணிக்கை P எறிப்படும் கணத்தில் துணிக்கை Q ஆனது B இல் ஓய்வில் இருந்து புவியிர்ப்பின் கீழ் நிலைக்குத்தாக விழ விடப்படுகிறது. இரு துணிக்கைகளுக்குமான வேக நேர வரைபை வரைந்து துணிக்கை P, AB யின் நடுப்புள்ளியை அடையும் போது Q ஆனது கீழ் நோக்கி விழுந்த தூரம் யாது?

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(2) தெற்கு நோக்கி சீரான வேகம் u உடன் செல்லும் மனிதனுக்கு காற்றானது மேற்கு நோக்கி வீசுவதாக தோன்றுகிறது. மனிதன் அதே கதியுடன் வடக்கு நோக்கி செல்லும் போது காற்றானது தென்மேற்கு நோக்கி வீசுவதாக தோன்றுகின்றது எனில் காற்றின் உண்மை வேகத்தைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(3) கிடைத்தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் இருந்து கிடையுடன் கோணத்தில் நிலைக்குத்து தளத்தில் எறியப்படும் துணிக்கை அடையும் அதி உயர் உயரம் கிடைவீச்சின் அரைப்பங்கு எனின் எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(4) கிடையுடன் கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள ஓர் நேரான வீதி வழியே மேல் நோக்கி m kg திணிவுடைய ஒரு வாகனம் உயர் வேகம் $u\ ms^{-1}$ உடன் இயங்கும் போது இயக்கத்திற்கான மாறா தடைவிசை R N ஆகவும் வலு H watts ஆகவும் உள்ளது. வாகனம் அதே வலு H watts உடன் கீழ் நோக்கி மாறா வேகம் ms^{-1} உடன் இயங்கும் போது இயக்கத்திற்கான தடைவிசை மாறவில்லை எனில் எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(5) இரு சம பருமனுள்ள மீள்தன்மைக் கோளங்கள் ஒரே வேகத்துடன் எதிர் எதிர் திசைகளில் இயங்கி நேரடியாக மோதுகின்றன. மொத்தலின் பின்னர் முதலாம் கோளம் ஓய்வுக்கு வரும் எனின் கோளங்களின் திணிவுகளுக்கிடையிலான விகிதம் $(1+2e)$: *1* எனக் காட்டுக. இங்கு e கோளங்களுக்கிடையிலான மீளமைவுக் குணகம் ஆடும்

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(6) l நீளமுள்ள இலேசான நீளா இழையின் ஒரு நுனி உயரமான புள்ளி O விற்கு இணைக்கப்பட்டு மற்றைய நுணியில் 2m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு இழை இறுக்கமாக இருக்க சமநிலையில் தொங்கும் போது துணிக்கைக்கு கிடை வேகம் u கொடுக்கப்படுகின்றது. துணிக்கையானது இழை தொய்யாது இருக்க இழை மேல்முக நிலைக்குத்துடன் 60^0 கோணத்தை ஆக்கும் கணத்தில் கணநிலை ஓய்வடையும் எனில் சக்தி காப்பு விதியை பிரயோகித்து துணிக்கையின் எறிய வேகத்தைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

The National e-Learning Portal for The General Education

(7) $\boldsymbol{a} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ $\mathbf{b} = \lambda\mathbf{i} + \mu\mathbf{j}$ ஆகுமாறு இரு காவிகள் ஆகும். ஆகவும் $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம் $\pi/2$ ஆகவும் இருப்பின் ஐக் காண்க.

The National e-learning Portal for The General Education

$|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}| = |\boldsymbol{b}|$

(8) $\boldsymbol{a} \perp (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})$ ஆகவும் ஆகவும் இருப்பின் $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ இடையான கோணத்தைக் காண்க.

(9) இரு ஒத்த சமாந்தர விசைகள் P, Q ன் விளையுள் O ஊடாக செல்கிறது. P ஆனது R ஆல் அதிகரிக்கப்பட்டும் Q ஆனது S ஆல் அதிகரிக்கப்படினும் விளையுள் O ஊடாக செல்லும் விசைகள் P,Q முறையே Q,R ஆக மாற்றப்படினும் விளையுள் O ஊடாக செல்லும்

1) $Q^2 = RP$

2) $Q^3 = SP^2$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(10) $2l$ நீளமும் w நிறையுமுள்ள சீரான மெல்லிய கோல் AB இன் முனை A ஒரு சுவரில் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. $AP = l/2$ ஆகுமாறு கோலிலுள்ள புள்ளி P இற்கும், சுவரில் A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே l உயரத்தில் உள்ள புள்ளி C இற்கும் இணைக்கப்பட்ட இழையால் கோல் சமநிலையில் பேணப்படுகிறது B,C என்பன ஒரே மட்டத்திலுள்ளன. இழையிலுள்ள இழுவையையும், பிணையலிலுள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2017

FWC

இணைந்த கணிதம் - II **Term Examination, November - 2017**

பகுதி - B

(11) (a) ஓர் உயர்த்தி நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கிச் சீரான ஆர்முடுகலுடன் ஓய்விலிருந்து செல்லத் தொடங்கும் அதே வேளை ஒரு பந்து உயர்த்தி தொடர்பாக நிலைக்குத்து வேகம் u உடன் உயர்த்தியினுள்ளே மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது.
பந்தின் பறப்புக்காலம் T எனின், உயர்த்தி தொடர்பாகப் பந்தின் இயக்கத்திற்கான ஒரு வேக - நேர வரைபை வரைக.

$u > \frac{1}{2}gT$ எனின் வேக - நேர வரைபைப் பயன்படுத்தி உயர்த்தியின் ஆர்முடுகல் $\frac{1}{T}(2u - gT)$ எனக் காட்டுக.

(b) தெற்கு நோக்கிக் கதி $ukmh^{-1}$ உடன் செல்லும் போர்க்கப்பல் ஒன்றின் கப்ரின் தனது கப்பலிலிருந்து தூரம் d km மேற்கே வடக்கிலிருந்து 30^0 கிழக்கில் கதி $u\sqrt{3}\ km\ h^{-1}$ உடன் செல்வது போல் தோன்றும் ஓர் எதிரிக்கப்பலைக் காண்கிறார்.

1) எதிரிக்கப்பலின் வேகத்தைக் காண்க.

2) இரு கப்பலும் ஒன்றுக் கொன்று கிட்ட இருக்கும் போது போர்க் கப்பலிலிருந்து எதிரிக் கப்பலின் திசைகோளையும் அவ்விரு கப்பல்களுக்கும் இடையேயுள்ள மிகக் குறுகிய தூரத்தையும் காண்க.

3) போர்க்கப்பல் 0.9d km சுடும் வீச்சை உடையதெனின் எதிரிக் கப்பல் நேரம் $12\sqrt{2}\frac{d}{u}$ நிமிடத்திற்கு போர்க்கப்பலின் தாக்குதலுக்கு உட்படத் தக்கதெனக் காட்டுக.

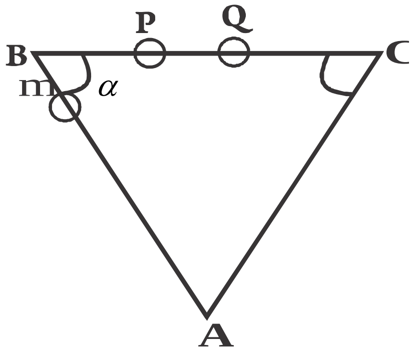
(12) (a) O உன்ற புள்ளியிலிருந்து α ஏற்றுக் கோணத்தில் ஒரு துணிக்கை u வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. O ஊடான கிடைவீச்சு R. அதியுயரம் H ஆகும். துணிக்கை உயரத்தில் உள்ள போது எடுத்த நேரங்கள் t_1, t_2 என்க.

1) $t_2 - t_1 = \frac{2u}{g}\sin\alpha\sqrt{1-\frac{1}{n}}$ என்க.

2) $\frac{H}{n}$ உயரத்திலுள்ள புள்ளிகளுக்கிடையான தூரம் $R\sqrt{1-\frac{1}{n}}$ எனக் காட்டுக.

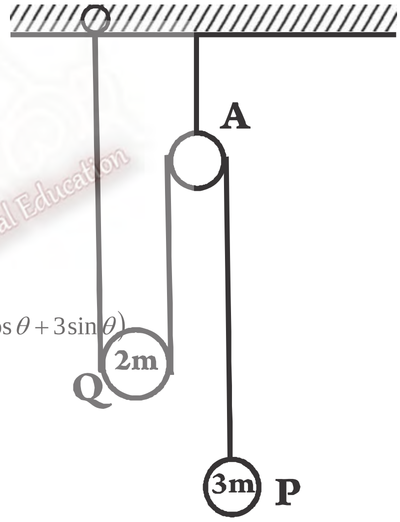
(b) நீர் இறைக்கும் இயந்திரம் ஒன்று நிலமட்டத்தின் கீழ் 5m ஆழத்தில் உள்ள தொட்டியிலிருந்து நிலமட்டத்தில் உள்ள $\frac{3}{25}$ m^2 குறுக்குவெட்டு பரப்புடைய குழாயூடாக நீரை $6ms^{-1}$ வேகத்துடன் வெளியேற்றுகின்றது. இயந்திரத்தின் வலுவைக் கணிக்க. ($g = 9.8ms^{-2}$ எனக் கொள்க)

(13) (a) உருவில் உள்ளவாறு திணிவு Mஐ உடைய ABC என்னும் ஒரு சீரான இருசமபக்க முக்கோணச் சட்டம் பக்கம் BC ஒரே கிடைமட்டத்திலிருக்கும் P,Q என்னும் இரு நிலைத்த ஒப்பமான வளையங்கள் வழியே சுயாதீனமாக வழுக்கத்தக்கதாக ஒரு நிலைக்குத்துக் தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது இங்கு ஆகும். திணிவு m ஐஉடைய ஓர் ஒப்பமான சிறு வளையம் BA வழியே சுயாதீனமாக வழுக்கிச் செல்லத்தக்கவாறு B யிலே ஓய்வில் வைக்கப்பட்டு தொகுதி மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகின்றது. அதன் பின்னர் நடைபெறும் இயக்கத்தில் சட்டத்தின் ஆர்முடுகலின் பருமன் $\frac{mg\sin 2\alpha}{2(M+m\sin^2\alpha)}$

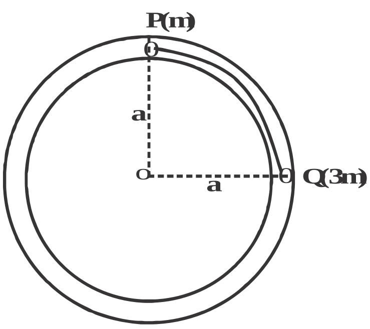


எனக் காட்டுக. BA வழி வழுக்கும் வளையத்தின் மீதுள்ள மறுதாக்கம் $\frac{Mmg\cos\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$

(b) படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஒரு லேசான நீளா இழையின் ஒரு நுனி உயரமான சீலிங்கிலுள்ள ஒரு புள்ளி O விற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது 2m திணிவுள்ள ஓர் ஒப்பமான கப்பி Q இன் கீழாக சென்று சீலிங்குடன் நிலைப்படுத்தப்பட்ட நிலையான ஒப்பமான கப்பி Aஇன் மேலாக சென்று மறுநுனியில் 3m திணிவுள்ள துணிக்கை P கட்டப்பட்டுள்ளது. $a\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = g(1-\cos\theta+3\sin\theta)$ இழையின் பகுதிகள் யாவும்இறுக்கமாகவும் நிலைக்குத்தாகவும் இருக்க தொகுதி ஓய்விலிருந்து மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கை P இனதும் கப்பி Q இனதும் ஆர்முடுகளையும் இழையில் உள்ள இழுவையையும் காண்க.



(14) a ஆரையுடைய ஒப்பமான மெல்லிய வட்டவடிவமான வட்டக்குழாய் ஒன்று படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு நிலைக்குத்துத் தளம் ஒன்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. குழாயினுள் m,3m திணிவுள்ள இரு துணிக்கைகள் P,Q என்பன $\frac{\pi a}{2}$ நீளமுடைய நீளா இழையொன்றினால் இணைக்கப்பட்டு P ஆனது உச்சியில் இருக்குமாறும் இழை இறுக்கமாக இருக்குமாறு வைத்து மெதுவாக இயங்க விடப்படுகின்றன. O மையம்



a) t நேரத்தின் பின் OQ திரும்பிய கோணம் எனின்

எனக் காட்டுக.

(இழை தொய்வடையவில்லை எனக் கொள்க.)

b) P இற்கும் குழாயிற்கும் இடையிலுள்ள மறுதாக்கத்தை m,g, சார்பில் காண்க.

c) ஐ g, θ சார்பில் கண்டு இழையிலுள்ள இழைவையை m,g, சார்பில் காண்க.

d) இழையானது தொய்வடையும் போது எனக் காட்டுக.

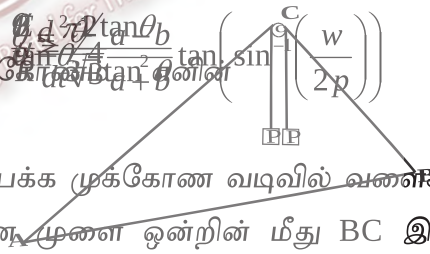
(15) (a) படத்தில் காட்டியவாறு சமநிறை P ஐ உடைய இரு துணிக்கைகள் இரு வெவ்வேறான இலேசான நீளா இழைகளின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையின் மற்றைய நுனிகள் ஒப்பமான முளை C யின் மேலாக சென்று w நிறையுடைய கோல் ABயின் முனைகள் A,B இற்கு இணைக்கப்பட்டு சமநிலையில் தொங்குகிறது. கோலின் புவியீர்ப்பு மையம் A,Bயில் இருந்து முறையே a,b தூரத்தில் இருப்பின்

1) இரு இழைகளிலும் உள்ள இழுவைகள் சமன் எனக் காட்டுக.

2) இழையின் பகுதிகள் AC,BC என்பன நிலைக்குத்துடன் சம கோணங்களை ஆக்குகின்றது எனக் காட்டுக.

3) $w = 2pw\cos\alpha$ எனக் காட்டுக. இங்கு ஆனது இழையின் பகுதி AC நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணம் ஆகும்.

4) கோல் AB கிடையுடன் ஆக்கும் கோணம் $\frac{a-b}{a+b}\tan, \sin\left(\left(\frac{w}{2p}\right)\right)$ எனக் காட்டுக.



(b) பாரமான சீரான கம்பி ABC என்ற சமபக்க முக்கோண வடிவில் வளைக்கப்பட்டுள்ளது. BC கிடையாக இருக்குமாறு கரடான முளை ஒன்றின் மீது BC இன் நடுப்புள்ளி தங்கியுள்ளவாறு BCக்கு கீழே A அமையுமாறு சமநிலையிலுள்ளது. படிப்படியாக அதிகரிக்கும் கிடைவிசை P ஆனது A ன் மீது ABC இன் தளத்தில் பிரயோகிக்கப்படுகிறது. BC கிடையுடன் θ கோணத்தை அமைக்கும் போது வழுக்காத நிலையில் முளையிலுள்ள

உராய்வு விசை F ஆகவும் செவ்வன் மறுதாக்கம் R ஆகவும் இருப்பின்

எனக் காட்டுக.

உராய்வு குணகம் μ ஆகவும் வழுக்காதும் இருப்பின் என உய்த்தறிக.

(16) (a) O என்ற புள்ளி குறித்து A,B இன் தானக்காவிகள் முறையே $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ $\overrightarrow{OC} = \lambda\boldsymbol{a}, \overrightarrow{OD} = \mu\boldsymbol{b}$ ஆகுமாறு C,D உள்ளன. இங்கு $O < \lambda < 1 < \mu$ AB,CD என்பன E இல் இடைவெட்டுகின்றன. $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}$ என்பவற்றை கருதுவதால்

1) $\overrightarrow{OE} = (1-\alpha)\boldsymbol{a} + \alpha\boldsymbol{b}$ இங்கு $0 < \alpha < 1$

2) $\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CD}$ ஐக் கருதுவதால் $\overrightarrow{OE}$ இற்கான இன்னொரு தொடர்பை பெறுக.

3) இவற்றிலிருந்து $(\mu-\lambda)\overrightarrow{OE} = \lambda(\mu-1)\mathbf{a} + (1-\lambda)\mu\mathbf{b}$ எனக் காட்டுக.

4) E என்பது AB யின் நடுப்புள்ளி எனின் $\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\mu}=2$ எனக் காட்டுக.

5) E,CD ன் நடுப்புள்ளி எனின் $\lambda+\mu=2$ எனக் காட்டுக.

(b) தெக்காட்டின் ஆள்கூற்று அச்சுத்தளத்தில் A,D என்பன முறையே நேர் x,y அச்சுக்களில் உள்ள இரு புள்ளிகள் ஆகுமாறு OABCDE ஆனது 2a பக்கமுள்ள ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணி ஆகும். இங்கு O உற்பத்தி OA, BA, CB, CD, ED, OE வழியே முறையே 4, 1, 2, 2, 3, 4, N விசைகள் தாக்குகின்றன.

1) விளையுளின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.

2) விளையுள் OD ஐ வெட்டும் புள்ளியை காண்க.

3) (i),(ii) இல் இருந்து தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதி விளையுள் OA ஐ வெட்டும் புள்ளியை காண்க.

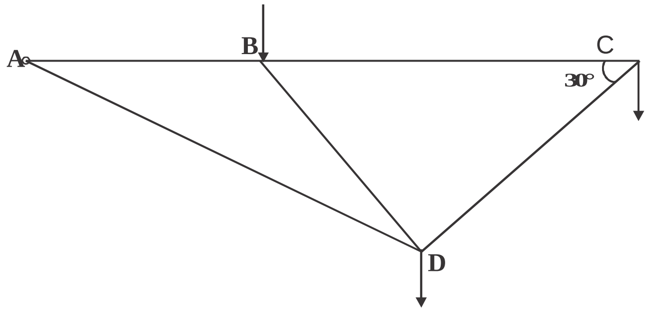
4) விளையுள் A னூடாக தாக்குமாறு செய்வதற்கு சேர்க்கப்படவேண்டிய இணையைக் கணிக்க.

(17) (a) சீரான கோலொன்று நீளங்கள் $l, 2l, l$ ஆகுமாறு முறையே AB,BC,CD என்னும் துண்டுகளாக வெட்டப்பட்டுள்ளது. B,C யில் ஒப்பமான மூட்டப்பட்டுள்ளன இத்தொகுதியானது. அச்சு கிடையாகவுள்ள ஒப்பமான உருளையொன்றின் மீது சமநிலையில் காணப்படுகிறது. அப்போது BC இன் நடுப்புள்ளியும் முனைகள் A,D என்பனவும் உருளையுடன் தொடுகையுறுகின்றன. உருளையின் ஆரை $2l$ உம், அதன் மையம் O உம் வெட்டுவதற்குமுன் கோலின் நிறை W உம் எனின்

1) உருளையுடன் BCயின் நடுப்புள்ளி தொடுகையுறும் புள்ளியிலுள்ள மறுதாக்கம் $\frac{91W}{100}$ எனக் காட்டுக.

2) மூட்டு C இலுள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

(b) முனைகள் சுவாதீனமாக மூட்டப்பட்ட AB,BC ,AD,BD ,CD என்னும் லேசான கோல்களைக் கொண்ட சட்டப்படல் ஒன்று உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இங்கு $B\hat{A}D = B\hat{D}A = B\hat{C}D = 30^0$ Bயில் 300N, D 400N ஆகிய சுமைகள் பிரயோகிக்கப்பட்டுள்ளன. AB,BC, கிடையாக உள்ளவாறு Aயில் பிணைக்கப்பட்டும் Cயில் நிலைக்குத்து விசை B யினால் தாங்கப்பட்டும் நிலைக்குத்து தளத்தில் நாப்பத்தில் உள்ளது.



1) விசை p யைக் காண்க.

2) போவின் குறியீட்டு முறையைப் பயன்படுத்தி சட்டப்படலுக்கு தகைப்பு வரிப்படம் ஒன்றை வரைந்து கோல்களில் உள்ள தகைப்புக்களை கணித்து அவை இழுவைகளா, உதைப்புக்களா? என வகைப்படுத்துக.