ඩී. එස්. සේනානායක විද්‍යාලය.. කොළඹ 07..

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2016 මාර්තු

සංයුක්ත ගණිතය | **12 ශ්‍රේණිය** | *පැය 3*

නම : .....

උපදෙස් :

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 16)
- ★ **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- ★ **B කොටස**
  ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. පිළිතුරු ඔබේ කඩදාසි වල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටස උඩින් සිටින සේ අමුණා පිළිතුරු පත්‍ර භාර දෙන්න.
- ★ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් ඔබ ළඟ තබාගත හැකිය.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	01	
	02	
	03	
	04	
	05	
	06	
	07	
	08	
	09	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	එකතුව	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමින්	
අකුරෙන්	

A - කොටස

01. විසඳන්න. $10^{-x} + 10^{x} = \frac{5}{2}$.

02. x හි අගය සොයන්න. $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = \frac{21}{4}$.

The National e-Learning Portal for The General Education

03. n, ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් වන විට $(x^m + 1)$ යන්න $x^{m.n} + 1$ හි සාධකයක් වන බව පෙන්වන්න. එනයින් $x^{15} + 1$ හි එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2 ක් සොයන්න.

04. $\cos 7x - \sqrt{3} \cos 3x + \cos x = 0$ සමීකරණයෙහි x සඳහා සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

The National e-Learning Portal for Free General Education

05. $y = x^2 - 3x + 1$ වන y ශ්‍රිතයට 5 ත් 11 ත් අතර අගයක් ලැබීම සඳහා x ට තිබිය යුතු අගය පරාසය සොයන්න.

06. $x^2 + px - 6 = 0$ සමීකරණයෙහි මූල $2x^2 - 5x + q = 0$ සමීකරණයෙහි මූල මෙන් දෙගුණයක් වේ නම් p හා q අගයයන් සොයන්න.

The National Learning Portal for The General Education

07. $\underline{a} = 3\underline{i} - \underline{j}$ හා $\underline{b} = 2\underline{i} + \lambda\underline{j}$ යනු එකිනෙකට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයක් ආනත වූ දෙශික දෙකකි. λ හි අගයයන් සොයන්න.

08. සීඝ්‍රගාමී දුම්රියක් 0.8 km දුරක් තුලදී එහි වේගය 96 km h^{-1} සිට 24 km h^{-1} දක්වා ඒකාකාර ලෙස අඩුකරගන්නා ලදි. එම මන්දනයෙන්ම දුම්රිය ගමන් කලේ නම්, නිශ්චලතාවයට පැමිණීම සඳහා එතැන් සිට තවත් කොපමණ කාලයක් ගතවේද?

09. සමාන බල දෙකක් අංශුවක් මත ක්‍රියා කරයි. ඒවායේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විර්ගය බල දෙකේ ගුණිතය මෙන් තුන් ගුණයක් වේ නම්, බල දෙක අතර කෝණය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

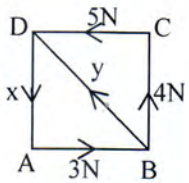
.....

.....

.....

.....

.....

10. 

ABCD සමචතුරස්‍රයෙහි පාදයක දිග 2m වේ. දක්වා ඇති බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වේ නම් x හා y හි අගයයන් සොයන්න. යුග්මයේ සූර්ණයෙහි විශාලත්වය හා දිශාව ද සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

The National e-learning Portal for The General Education

B - කොටස

ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $f(x)$ බහුපදය $(x - a)$ වලින් බෙදූ විට ශේෂය $f(a)$ බව සාධනය කරන්න.

$f(x) \equiv x^4 - 2x^2 + 6$ ශ්‍රිතයට $(x - k)$ ආකාරයේ සාධකයක් නොමැති බව පෙන්වන්න. මෙහි k යනු නියතයකි.

$g(x) \equiv 3f(x) + \lambda x^2 + \mu x$ වේ. $(x - 1)$ හා $(x - 2)$ යනු $g(x)$ හි සාධක නම් λ හා μ නියතයන්ගේ අගයය සොයන්න.

එනයින් $g(x)$ පූර්ණ ලෙස සාධක වලට වෙන් කරන්න.

$g(x)$ ශ්‍රිතය ධන වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

(b) හින්න භාග වලට වෙන් කරන්න. $\dfrac{1}{(x-2)(x^2-5x+6)}$

12. (a) α හා β යනු $ax^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයෙහි මූල වේ නම් $(a \neq 0)$ $\alpha + \beta = \dfrac{-b}{a}$ හා $\alpha\beta = \dfrac{c}{a}$ බව සාධනය කරන්න.

$\dfrac{1}{x+\lambda} + \dfrac{1}{x+\mu} = \dfrac{1}{2}$ මගින් $x^2 + (\lambda + \mu - 4)x + \lambda\mu - 2(\lambda + \mu) = 0$ වන x හි විචර්ගජ සමීකරණයක් නිරූපනය වන බව පෙන්වන්න.

එම සමීකරණයෙහි මූල සමාන ද, ලකුණින් ප්‍රතිවිරුද්ධ ද වේ නම්, මූල ගුණිතය $(\lambda\mu - 8)$ වන බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x) \equiv x^2 + 2x - 3 = (x + a)^2 + b$ වන පරිදි වූ a හා b අගයයන් සොයන්න.

$f(x)$ ශ්‍රිතයෙහි දළ ප්‍රස්ථාරයක් අඳින්න.

එනයින් $g(x) \equiv -(x^2 + 2x + k)$ ශ්‍රිතයෙහි ප්‍රස්ථාරය අපෝහනය කර $g(x)$ ශ්‍රිතයෙහි දළ සටහනක් ඉහත ප්‍රස්ථාරයෙහිම ඇඳ දක්වන්න.

එම ප්‍රස්ථාර දෙක ඇසුරෙන් $f(x) = g(x)$ මගින් ලබාදෙන විචර්ගජ සමීකරණයට,

(i) තාත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් පැවතීමට k ට තිබිය යුතු අගය පරාසය සොයන්න.

(ii) $k = 5$ වන විට $g(x) = f(x)$ සමීකරණයෙහි මූල වල ස්වභාවය විස්තර කරන්න.

13. P නම් අංශුවක් කිසියම් ප්‍රවේගයකින් හා ත්වරණයක්සහිතව A නම් ස්ථානයක් පසු කරමින් සරල රේඛීය පථයක ගමන් කරයි. තත්පරයකට පසු Q නම් වෙනත් අංශුවක් A ස්ථානය පසු කරනුයේ P හි ප්‍රවේගය මෙන් අර්ධයක් වූ ප්‍රවේගයක් හා P හි ත්වරණය මෙන් දෙගුණයක් වූ ත්වරණයක් සහිතවය. P හා Q එකම පථයක ගමන් කරන චලිතයේ දී ඒවායේ ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $22\ ms^{-1}$ හා $31\ ms^{-1}$ වන මොහොතේ දී ඒවා එකිනෙක ගැටී විනාශ වේ.

ඉහත චලිත අවස්ථා විස්තර වන අයුරින් P හා Q අංශු දෙක සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර එකම සටහනක අඳින්න.

ප්‍රස්ථාරය ඇසුරෙන් A පසු කල පසු ගැටෙන මොහොත වන විට P අංශුව ගතකල කාලය සොයන්න.

අංශු දෙක ගැටෙන ස්ථානයට A සිට ඇති දුර 48 m බව පෙන්වන්න.

14. (a) OXY ඛණ්ඩාංක තලය අනුබද්ධයෙන් A (0, 4), B (4, 10) හා C (7, 8) ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කර දක්වන්න.

$\underline{i}$ හා $\underline{j}$ යනු පිළිවෙලින් $\overrightarrow{OX}$ හා $\overrightarrow{OY}$ ඔස්සේ වන ඒකක දෛශික ලෙස සලකමින් $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ හා $\overrightarrow{OC}$ දෛශික $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න. එනයින් $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{BC}$ සොයන්න.

ඉහත දෛශික දෙක භාවිතයෙන් ABC සෘජුකෝණි ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයහි BC මත E පිහිටා ඇත්තේ BE : EC = 2 : 3 ක් වන පරිදිය. AC මත F පිහිටා ඇත්තේ CF : FA = 3 : 4 ලෙසිනි. දික් කරන ලද AB මත GB : GA = 1 : 2 වන අයුරින් G ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}, \underline{b}$ හා $\underline{c}$ වේ.

දෛශික පිළිබඳ මූලික අර්ථ දක්වීම් යොදාගනිමින් පහත ප්‍රතිඵල සාධනය කරන්න.

$\overrightarrow{OE} = \frac{3}{5}\ \underline{b} + \frac{2}{5}\ \underline{c}$

$\overrightarrow{OF} = \frac{4}{7}\ \underline{c} + \frac{3}{7}\ \underline{a}$

$\overrightarrow{OG} = 2\ \underline{b} - \underline{a}$

ඉහත දත්ත හා ප්‍රතිඵල ඇසුරෙන් $\overrightarrow{FE}$ හා $\overrightarrow{FG}$ දෛශික $\underline{a}, \underline{b}$ හා $\underline{c}$ ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

එනයින් FE : EG = 3 : 7 බව පෙන්වන්න.

15. (a) $a \sin x + b \cos x = c$ සමීකරණය $\cos(x - \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ආකාරයට ඌනනය කල හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි α යනු $\sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ලෙසින් $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි වූ කෝණයකි.

එනයින් $a \sin x + b \cos x = c$ සමීකරණයට තාත්වික විසඳුම් පැවතීම සඳහා $a^2 + b^2 \geq c^2$ වන බව අපෝහනය කරන්න.

එනයින් $\sqrt{3}\cos x - \sin x = \sqrt{2}$ විසඳන්න.

(b) $\tan^{-1}(x + 1) + \tan^{-1}(x - 1) = \tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ සමීකරණය තෘප්ත කරන x හි අගයයන් සොයන්න.

(c) සුපුරුදු අංකනයෙන් ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

a : b : c = λ : μ : 1 ද වන පරිදි λ, μ නියතයන් පවතී නම්, $\sin\left(\frac{A - B}{2}\right) = (\lambda - \mu)\sin\left(\frac{A + B}{2}\right)$ බව සාධනය කරන්න.

16. OXY ඛණ්ඩාංක තලය අනුබද්ධයෙන් A ≡ (a, 0), B ≡ (a, a), C ≡ (0, a) යන ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කර දක්වන්න. මෙහි a > 0 වේ.

නිව්ටන් 1, 2, 3, 4, $9\sqrt{2}$ සහ $\sqrt{2}$ යන බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CO}, \overrightarrow{OB}$ හා $\overrightarrow{AC}$ පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි.

$\overrightarrow{OX}$ හා $\overrightarrow{OY}$ දිශා ඔස්සේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විභේදන කොටස් සොයා සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය ලබාගන්න. සම්ප්‍රයුක්තය X – අක්ෂය සමඟ සාදනය කෝණය සොයන්න.

මෙම සම්ප්‍රයුක්තය OX අක්ෂය N හිදී හමුවේනම් N හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $3y - 4x + 3a = 0$ බව පෙන්වන්න.

මෙම සම්ප්‍රයුක්තය මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන පරිදි බල යුග්මයක් පද්ධතියට එක් කලේ නම් එම යුග්මයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.