සියලු හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights reserved

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

Provincial Department of Education - NWP

10 S 1

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය - 2018

Third Term Test - Grade 13 - 2018

විභාග අංකය .... සංයුක්ත ගණිතය I කාලය පැය තුනයි

උපදෙස්

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) දක්වා B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
  වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- **නියමිත** කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	එකතුව	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
මුළු එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

සංයුක්ත ගණිතය 13 - I (A කොටස)

01. සියළු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{(3r-1)(3r+2)} = \frac{n}{6n+4}$ බව ගණිත අභ්‍යුහන මුලධර්මය මගින් පෙන්වන්න.

02. $|x-2| < 4-|x|$ යන අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

03. $\frac{1}{(2+i)^2}-\frac{1}{(2-i)^2}$ යන්න a හා $b \in \Re$ වූ $a+ib$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. එහි මාපාංකය හා විස්ථාරය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

04. $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^{2n}$ ප්‍රකාශනයේ x^p පවතී නම්, එහි සංගුණකය $\frac{(2n)!}{\left(\frac{4n-p}{3}\right)!\left(\frac{2n+p}{3}\right)!}$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

05. $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{4\sqrt{2}-(\cos x+\sin x)^5}{1-\sin 2x} = 5\sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

06. $y = 2x - x^2$ වක්‍රයෙන් ද $y = -x$ සරල රේඛාවෙන් ද ආවෘත වූ පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

07. $x = 2\cos t - \cos 2t, \ y = 2\sin t - \sin 2t$ නම්, $t = \frac{\pi}{2}$ විට $\frac{dy}{dx}$ සොයන්න. ඒනයින්, $t = \frac{\pi}{2}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේ දී වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්බයේ සමීකරණය සොයන්න.

08. A හා B ලක්ෂ්‍යයන් පිලිවෙලින් $y = x$ හා $y = x - 2$ රේඛාමත පිහිටයි. AB රේඛාවේ හි ලම්බ සමච්චේදකයෙහි සමීකරණය $4x + 3y - 32 = 0$ වේ නම්, A හා B හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

09. $x^2+y^2+2x-4y-8=0, x^2+y^2-6x+8y+12=0$ යන සමීකරණ එකක් අනෙක ස්පර්ශ කරන සමාන වර්ගඵලය ඇති වෘත්ත නිරූපනය කරන බව පෙන්වන්න. ඒවා ස්පර්ශ වන ලක්ෂ්‍යයේදී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

10. $3\cos^2\theta-2\sqrt{3}\cos\theta\sin\theta-3\sin^2\theta=0$ විසඳන්න.

සංයුක්ත ගණිතය 13 - I (B කොටස)

❖ **ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.**

11. *a.* $x^2+px+q=0$ සමීකරණයේ මූල α හා β වේ. $x^2+ax+b=0$ සමීකරණයේ මූල $\frac{1}{\alpha}$ හා γ වේ. $(p-aq)(a-pb)=(1-bq)^2$ බව පෙන්වන්න. තව ද β හා γ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය $x^2(1-bq)-x[(a+p)bq-(aq+bp)]+bq(1-bq)=0$ බව පෙන්වන්න.

b. $g(x)=x^2+x-k$ වේ. මෙහි $k\in R$ වේ. $g(x)=0$ සමීකරණයේ මූල α හා α^2 නම්, $k=-1$ බව පෙන්වන්න.

$a\in R$ සඳහා $f(x)=g(x)+a-10$ යැයි ගනිමු. $f(x)=0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික වේ නම්,

i. අවම වශයෙන් එක් ධන මූලයක් වත් තිබීමට

ii. එක් ධන මූලයක් වත් නොතිබීමට, a සඳහා ගත හැකි අගය පරාසය සොයන්න.

c. $f(x)\equiv x^4-(k+1)x^3+x^2+3x-5$, $(x-1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය -3 ක් වේ. k හි අගය සොයන්න. k හි මෙම අගය සඳහා $f(x)$ යන්න x^2-3x+2 න් බෙදූවිට ශේෂය $px+q$ නම් p හා q සොයන්න. ඒ නයින් $f(x)=-3$ සමීකරණය පූර්ණ ලෙස විසඳන්න.

12. *a.* "INDEPENDENCE" යන වචනයේ අකුරු භාවිතයෙන් සැකසිය හැකි සංකරණ සංඛ්‍යාව සොයන්න. එම සංකරණ අතරින්

i. වචන කීයක් P අකුරෙන් ආරම්භ වේ ද?

ii. වචන කීයක ස්වර අකුරු සියල්ල ම එක ලඟ පවතී ද?

iii. වචන කීයක ස්වර අකුරු කිසි විටකත් එක ලඟ නොපවතී ද?

iv. වචන කීයක් I අකුරෙන් ආරම්භ වී P අකුරෙන් අවසන් වේ ද?

b. සියලුම $x_i>0$ සඳහා $x_1, x_2, ..\ \ x_n$ සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටයි නම්,

i. $\frac{1}{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}+\frac{1}{\sqrt{x_2}+\sqrt{x_3}}+...\ \ \frac{1}{\sqrt{x_{n-1}}+\sqrt{x_n}}=\frac{n-1}{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_n}}$ බව ද,

ii. $\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_4}...\ \ \frac{1}{x_{n-1}x_n}=\frac{n-1}{x_1x_n}$ බව පෙන්වන්න.

c. $\frac{3}{1^2\cdot 2^2}+\frac{5}{2^2\cdot 3^2}+\frac{7}{3^2\cdot 4^2}+...$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r ලියන්න.

$f(r)-f(r+1)\equiv U_r$ වන අයුරින් $f(r)$ සොයා ගැනීම සඳහා $(r+1)^2-r^2\equiv 2r+1$ සර්වසමය භාවිතා කරන්න. එමගින් $\sum_{r=1}^{n}Ur$ අගයන්න.

13. *a.* $A\equiv\begin{pmatrix}3 & 1\\ 7 & 5\end{pmatrix}$ ලෙස ගනිමු. $A^2+xI=yA$ තෘප්ත වන පරිදි x හා y සොයන්න. එනයින්, A' සොයන්න.

b. i. $z=\frac{(1+\sqrt{3}i)^2}{4i(1-\sqrt{3}i)}$ ලෙස වූ z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ විස්තාරය සොයන්න.

ii. A,B,C ලක්ෂ්‍යවලින් පිළිවෙළින් z_1, z_2, z_3 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය වේ නම්, $\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}=\frac{1-\sqrt{3}i}{2}$ විට ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන බව පෙන්වන්න.

iii. පහත සදහන් එක් එක් අවස්ථාවේදී z හි පථය විස්තර කරන්න.

$|z+3-2i|=\sqrt{14}$

$\arg(z+3)=\frac{\pi}{2}$

මෙම පථ දෙක එකම සටහනක ඇද පොදු ලක්ෂයකට අනුරූප සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

14. *i.* $y=\frac{3(x+3)}{(x-1)(x+2)}$ බව දී ඇත. $\frac{dy}{dx}=-\frac{3(x+5)(x+1)}{(x-2)^2(x-1)^2}$ බව පෙන්වන්න. එම ශ්‍රිතයේ ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා x හා y අක්ෂ ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y=\frac{3(x+1)}{(x-1)(x+2)}$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ii. $x^2+y^2=1$ යන වෘත්තය මගින් x අක්ෂය P හා Q හි ඡේදනය කරනු ලැබේ. කේන්ද්‍රය Q කර ගත්, විචල්‍ය අරයක් සහිත වෙනත් වෘත්තයක් මගින් ඉහත වෘත්තය x අක්ෂයට ඉහළින් වන R හි දී ද PQ රේඛා ඛණ්ඩය S හි දී ද ඡේදනය කරනු ලැබේ. SQR ත්‍රිකෝණයට තිබිය හැකි උපරිම වර්ගඵලය සොයන්න.

15. *a.* කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යෙදීමෙන්, $\int x^2\cos 2x\,dx$ සොයන්න.

b. $\frac{1}{(x+1)(x+2)}$ භින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර, ඒ නයින්, $\int\frac{1}{(x+1)(x+2)}dx$ සොයන්න.

$x=\cos\theta$ ආදේශය හා ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $\int\frac{\sin\theta\cos\theta}{\cos^2\theta+3\cos\theta+2}d\theta$ සොයන්න.

c. $\int_0^a f(x)dx=\int_0^a f(a-x)dx$ බව සාධනය කරන්න. ඒ නයින්,

$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(\sin x)^{2018}}{(\cos x)^{2018}+(\sin x)^{2018}}dx$ සහ $J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(\cos x)^{2018}}{(\cos x)^{2018}+(\sin x)^{2018}}dx$ නම්,

$I=J=\frac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{7(\sin x)^{2018}-3(\cos x)^{2018}}{(\cos x)^{2018}+(\sin x)^{2018}}dx$ හි අගය සොයන්න.

16. (a) $ax+by+c=0$ සරල රේඛාව සමඟ $O\hat{A}B=O\hat{B}A=60^\circ$ කෝණ සෑදෙන සේ O මූලය හරහා OA හා OB සරල රේඛා දෙක ඇඳ ඇත්තේ $ax+by+c=0$ සරල රේඛාව A හා B හි දී ඡේදනය වන සේ ය. OA හා OB රේඛාවල සමීකරණ ලබා ගන්න. OAB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක $\frac{c^2}{\sqrt{3}(a^2+b^2)}$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

(b) $A\equiv(0,3)$, $B\equiv(\sqrt{3},0)$, $C\equiv(-\sqrt{3},0)$ ලෙස වූ A, B, C ලක්ෂ්‍ය තුළින් යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

අණුක්‍රමණය m විචල්‍යය වන $y=mx-3$ සරල රේඛාව, ඉහත වෘත්තය L හා M හි දී ඡේදනය කරයි. LM හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පථයේ සමීකරණය සොයන්න.

17. *a.* සුපුරුදු අංකනයෙන් ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් සූත්‍රය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

එම අංකනය ම භාවිතයෙන් , ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $\dfrac{\cos^2\left(\frac{B-C}{2}\right)}{(b+c)^2}+\dfrac{\sin^2\left(\frac{B-C}{2}\right)}{(b-c)^2}=\dfrac{1}{a^2}$ බව ද පෙන්වන්න.

b. $f(x)=\sin x\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ ලෙස ගනිමු.

$f(x)$ යන්න $a\cos(bx-\alpha)+c$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි a,b,c හා $\alpha\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ. $g(x)=4f(x)+\sqrt{2}$ ලෙස ගනිමු. $\dfrac{\pi}{8}\le x\le\dfrac{9\pi}{8}$ සඳහා $y=g(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

c. ලිඳක් තුළ තිරසට α කෝණයකින් ආනතව ඉණිමගක් ලිං බිත්තියට හාන්සි කර තිබේ. එහි පතුල තිරස්ව a දුරක් බිත්තියෙන් ඉණිමග ඉවතට ද මුදුන සිරස්ව b දුරක් පහළට ද ඉණිමග ලිස්සා ගිය විට ඉණිමග තිරසට ආනතිය β විය. $a=b\tan\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

සියලු හිමිකම් ඇව්රිණි / All Rights reserved

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

10 S II

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය - 2018

Third Term Test - Grade 13 - 2018

විභාග අංකය .... සංයුක්ත ගණිතය II කාලය පැය තුනයි

උපදෙස්

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) දක්වා B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
  වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- **නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.**
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
	එකතුව	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
මුළු එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

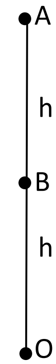
පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

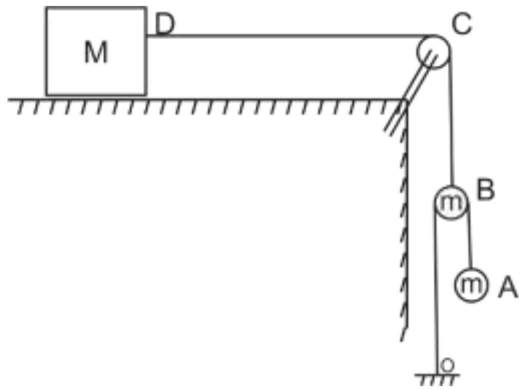
(B කොටස)



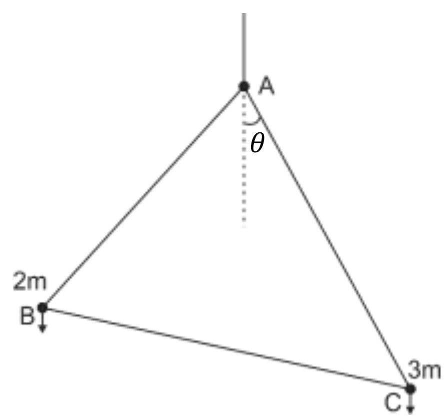
01) උස $2h$ වන OA සිරස් කුළුණක පාමුල සිය ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් $2\sqrt{5gh}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට නිදහසේ ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේපණය කරන මොහොතේම එම P අංශුව සිරස්ව ගමන් කරන මාර්ගයේම ස්කන්ධය m වන Q දෙවන අංශුවක් A සිට සීරුවෙන් අත හරිනු ලැබේ. P හා Q අංශු දෙක කුළුනේ හරි මැද B ලක්ෂ්‍යයේ දී එකට ගැටී හා වෙයි. මෙම අංශු දෙක ගැටීමෙන් පසු සංයුක්ත අංශුව කුළුන මුදුනේ A ලක්ෂ්‍යය දක්වා ගමන් කර මොහොතකට නිසල වන බව පෙන්වන්න.

02) ස්කන්ධය M වන ලෑල්ලක් මත ස්කන්ධය m වන මැඩියෙක් සිටියි. ලෑල්ල සුමට ගෙබිමක් මත තබා ඇති අතර ලෑල්ලට සාපේක්ෂව මැඩියා V ප්‍රවේගයෙන් තිරස්ව ඉදිරියට පනියි. මැඩියාට හා ලෑල්ලට $I = \Delta mV$ යෙදීමෙන් ලෑල්ල චලනය වන ප්‍රවේගයත් මැඩියා ලෑල්ල මත ඇති කරන ආවේගයත් සොයන්න.

03) රූප සටහනේ පරිදි සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය M සහිත වස්තුවකට ද C සුමට අචල කප්පියක් මතින් ගොස් ස්කන්ධය m වූ B සුමට සචල කප්පයකට ද සම්බන්ධ කර ඇත. තවත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර B කප්පිය මතින් ගොස් ස්කන්ධය m වන A වස්තුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. පද්ධතිය සීරුවෙන් තබා නිදහස් කරනු ලැබේ. එවිට, A වස්තුවේ ත්වරණය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



04) ABC යනු සැහැල්ලු සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයකි. එහි B හා C ශීර්ෂ මත පිළිවෙලින් ස්කන්ධය $2m$ හා $3m$ වූ අංශු 2ක් සම්බන්ධ කර A ශීර්ෂයෙන් නිදහසේ එල්ලනු ලැබේ. ආස්තරය සිරස් තලයක සමතුලිතව පවතී. එවිට AC පාදය යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ බව පෙන්වන්න.



05) ස්කන්ධය $M\ kg$ වූ වාහනයක එන්ජිමක ජවය $H\ Kw$ වේ. තිරසට θ කෝණයකින් ආනත වූ කන්දක උපරිම බෑවුම් රේඛාව දිගේ ඉහළට $2R\ N$ වූ ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව $a\ mS^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයකින් එම වාහනය ගමන් කරයි. වාහනයේ ප්‍රවේගය $V\ mS^{-1}$ වූ විට, $1000\,H = (2R + Ma + Mg\sin\theta)V$ බව පෙන්වන්න. මෙහි g ගුරුත්වජ ත්වරණය යි.
$H = 7,\ R = 400,\ g = 9.8,\ M = 1200\ ,\ \theta = \sin^{-1}(\frac{1}{19.6})$ නම් රථයේ උපරිම ප්‍රවේගය සොයන්න.

06) $\underline{p} = 3\underline{i} + 5\underline{j}$ ද $\underline{q} = \alpha\ \underline{i} + \beta\ \underline{j}$ ද වේ. මෙහි α හා β තාත්වික නියත වන අතර $\alpha < 0$ ද, වේ. මෙහි $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ යනු OXY අක්ෂ තලයේ OX හා OY අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික වේ. $|\underline{q}| = 1$ ද, $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ ලම්භක ද නම් α හා β හි අගය සොයන්න.

07) A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන් $P\,(A \cup B) = \frac{11}{12}$, $P\,(B) = \frac{2}{3}$ බව දී ඇත. $P\,(A)$ හා $P\,(A \mid B^{|})$ සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

08) X නම් මල්ලේ ප්‍රමාණයෙන් සමාන සුදු බෝල 5 ක් ද කලු බෝල 3ක් ද ඇත. Y නම් මල්ලේ එම වර්ගයේම ප්‍රමාණයෙන් සමාන සුදු බෝල 2ක් ද, කලු බෝල 4ක් ද ඇත. X මල්ලෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගෙන එය Y මල්ලට දමා අනතුරුව Y මල්ලෙන් බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) දෙවන බෝලය කලු බෝලයක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) දෙවන බෝලය කලු බෝලයක් බව දී ඇති විට X මල්ලෙන් ඉවතට ගත් බෝලය සුදු එකක් විමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

09) 3, 4, 5, a , b, c , d , 8 යනු ආරෝහණ පිළිවෙලකට සකස් කළ ධන නිඛිල නිරීක්ෂණ අටකි. a, b, c, d > 5 වේ. නිරීක්ෂණවල මධ්‍යස්ථය 6ක් ද, මධ්‍යන්‍යය 6 ක් ද වේ. a, b, c, d හි අගයන් සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10) නිරීක්ෂණ n ගණනක සම්මත අපගමනය $S = 2\sqrt{3}$ වන අතර $\sum_{i=1}^{n} x_i = 8$ ද $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 104$ වෙයි. ව්‍යාප්තියේ ඇති නිරීක්ෂණ ගණන සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

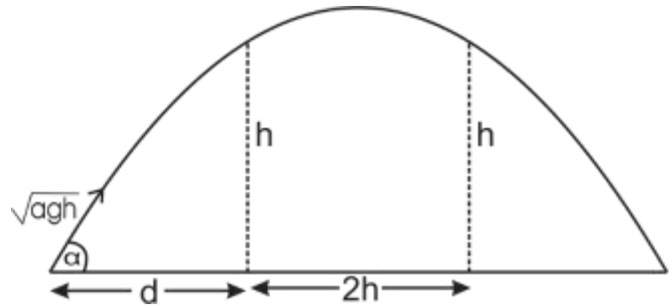
....

....

....

....

11) (a) අංශුවක් $\sqrt{agh}$ අරම්භක ප්‍රවේගයෙන් $t = 0$ විට O ලක්ෂයෙන් තිරසට α ආනතව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව එකිනෙක අතර දුර $2h$ හා උස h වූ සිරස් බිත්ති දෙකක් උඩින් යයි. (රූපය බලන්න) $t = t_1$ විට පළමු බිත්තිය ද $t = t_2$ විට දෙවන බිත්තිය ද පසු කර යයි.



අංශුවේ තිරස් හා සිරස් ප්‍රවේග සංරචක සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර වෙනවෙනම අඳින්න. එනයින්, තිරස් සංරචකයට අදාල ප්‍රස්ථාරය ඇසුරින්,

$t_2 - t_1 = \frac{2h}{\sqrt{agh}\ \cos\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

සිරස් සංරචකයට අදාල ප්‍රස්ථාරය ඇසුරින්,

$t_2 + t_1 = 2\sqrt{\frac{ah}{g}}\ \text{Sin}\,\alpha$ බවද පෙන්වන්න.

එනයින්, ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ සිට ආසන්න බිත්තියට දුර $d = h\,[\,a\sin\alpha\ \ Cos\,\alpha - 1]$ බව ද පෙන්වන්න,

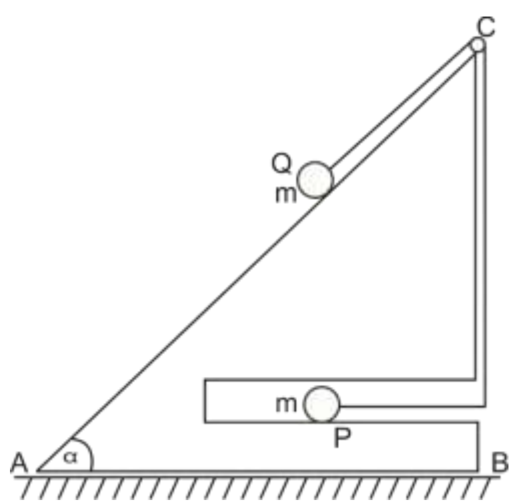
(b) $3u\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ගමන් කරන A නම් බෝට්ටුවක් විසින් මීටර a දුරක් බටහිරින් පිහිටි B නම් බෝට්ටුවක් $2u\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරින් දකුණට 30^0 ක කෝණයක් සාදන දිශාවට ගමන් කරන බව දකින ලදී.

B හි පොළොවට සාපේක්ෂ චලිතය සැළකීමෙන් ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ B හි පොළොවට සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය $\sqrt{7}\,u\,ms^{-1}$ බව පෙන්වන්න.

එහි චලිත දිශාව උතුරින් නැගෙනහිරට θ නම් $\theta = \sin^{-1}\sqrt{\frac{3}{7}}$ බව පෙන්වන්න.

A බෝට්ටුව B හමුවීම සඳහා A හා B අතර දුර අවම වන පරිදි ගමන් කළ යුතු දිශාව උතුරින් බටහිර දිශාවට $\sin^{-1}\frac{\sqrt{7}}{3}$ බව පෙන්වන්න.

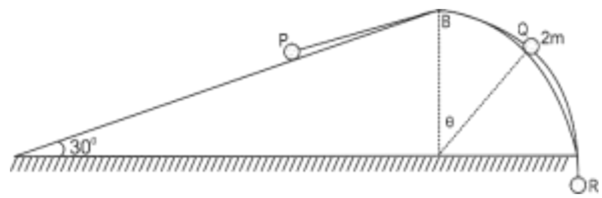
12) (a) ABC යනු $A\hat{B}C = 90^0$ වන පරිදි වූ සැහැල්ලු ත්‍රිකෝණාකාර සුමට කුඤ්ඤයකි. එහි AB පාදය තිරස් වන අතර එය සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. $B\hat{A}C = \alpha$ වේ. AB පාදයට සමාන්තර වන සේ කුඤ්ඤයේ ඒකාකාර හරස්කඩක් ඇති කුහරයක් හාරා ඇත. ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් එම කුහරයේ තබා සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකන් එය සම්බන්ධ කර කුඤ්ඤයේ C ඉහළ කෙළවරෙහි සවිකර ඇති සුමට අචල කප්පියක් මතින් ගොස් AC සුමට මුහුණත මත තබා ඇති m ස්කන්ධයෙන් යුත් Q අංශුවක් දරා සිටී. මුළු පද්ධතියම සීරුවෙන් තබා මුදා හරිනු ලැබේ. Q අංශුව $\overrightarrow{CA}$ දිගේ චලනය වන බව උපකල්පනය කරමින්, P අංශුවට $\overrightarrow{AB}$ දෙසට ද Q අංශුවට $\overrightarrow{CA}$ දෙසට ද පද්ධතියට තිරසට ද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



එනයින් P අංශුව කුහරය මත ඇති තාක් කුඤ්ඤයේ ත්වරණයේ විශාලත්වය $\frac{g\sin\alpha\,(1-\cos\alpha)}{[\,4-(1-\cos\alpha)^2]}$ පෙන්වන්න.

Q අංශුවේ ත්වරණය ද සොයන්න.

(b) එක එකක ස්කන්ධය m වූ P හා R අංශු 2ක් දිග $2l$ ($\pi a < 2l$) වන තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා ඇති අතර එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ස්කන්ධය $2m$ වූ Q අංශුවක් ඈඳා ඇත. මෙම අංශු තන්තු ඇදී පවතින පරිදි ඉහල කොටස අරය a වන වෘත්තාකාර කොටසට සම්බන්ධ කරන ලද තිරසට 30^0 කෝණයක් ආනත තලයක් මත Q අංශුව B ලක්ෂ්‍යයේ පවතින පරිදි PQR එකම සිරස් තලයක පිහිටන පරිදිත් තබා සීරුවෙන් අත හරිනු ලැබේ. R අංශුවට නිදහසේ සිරසට පහළට චලනය වීමට හැකිය. (රූපය බලන්න.) දැන් Q අංශුවට R අංශුව පිහිටි පැත්තට කුඩා විස්ථාපනයක් දෙනු ලැබේ. Q අංශුව සිරස සමඟ θ කෝණයකින් හැරී ඇතිවිට එය වෘත්තාකාර කොටස මත ඇතිතාක් Q අංශුවේ කෝණික ප්‍රවේගය $4a\dot{\theta}^2 = g\,[\theta + 4\,(1 - \cos\theta)]$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.



තවද, $2m$ අංශුව මත ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{mg}{2}\,[4\,(2\cos\theta - 1) - \theta]$ බව පෙන්වන්න.

13) ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් රළු තිරස් ගෙබිමක A අචල ලක්ෂයයකට ද, අනෙක් කෙළවර වන B, m ස්කන්ධයකට ද ඈඳා ඇත. m ස්කන්ධය $AB = a$ වන පරිදි B හි තබා $\overrightarrow{AB}$ දිශාවට $2\sqrt{ag}$ ප්‍රවේගයකින් අංශුව තලය දිගේ තිරස්ව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. තන්තුවේ විතතිය x ද තලය හා m ස්කන්ධය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{\sqrt{2}}$ වන විට $0 < x < \sqrt{2}\,a$ සඳහා m ස්කන්ධයේ ත්වරණය $\ddot{x} + g\left(x + \frac{g}{\sqrt{2}}\right) = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

චලිතය සරල අනුවර්තී බව ද තව දුරටත් පෙන්වන්න.

මෙම සරල අනුවර්තීය චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය හා විස්ථාරය සොයන්න.

අංශුව ඉහත චලිතයේදී උපරිම විතතියට එළඹීමෙන් පසු $\overrightarrow{BA}$ දිශාවට චලිතයේ දී තන්තුවේ විතතිය y විට ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය භාවිතයෙන් $0 < y < \sqrt{2}\,a$ සඳහා m ස්කන්ධයේ ප්‍රවේගය $\dot{y}^2 + \frac{gy^2}{a} - \sqrt{2}g\,y = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\overrightarrow{BA}$ දිශාවට චලිතයේ දී m ස්කන්ධය B හිදී නිත්‍ය වශයෙන්ම නිසල වන බව පෙන්වන්න.

ඉහත චලිත අවස්ථා දෙකෙහි දී B සිට D ට ගොස්, D සිට B ට නැවත ඒමට ගතවන මුළු කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}}\left[\pi + \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)\right]$ බව පෙන්වන්න. (මෙහි D යනු උපරිම විතතියේ දී m ස්කන්ධය ලඟා වන ලක්ෂ්‍යය යි.)

14) (a) O, A, B වනු ඒක රේඛිය නොවන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍යය 3ක් වන අතර O අචල මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ගේ පිහිටුම් දෛශික පිලිවෙලින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ. O මූලය අනුබද්ධයෙන් C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{c}$, $\underline{c} = \frac{1}{3}\,\underline{a} + \frac{2}{3}\,\underline{b}$ වන පරිදි වේ. A හා B සමඟ C ලක්ෂ්‍යය ඒක රේඛීය බව පෙන්වා $AC : CB = 2:1$ බව පෙන්වන්න. O මූලය අනුබද්ධයෙන් D හි පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{d}$, $\underline{d} = \lambda\,(\underline{a} + 2\,\underline{b})$ වන පරිදි වූ OC මත තවත් ලක්ෂ්‍යයකි. $\overline{OA}$ ට සමාන්තරව B හරහා ඇඳි රේඛාවට D හිදී දික්කල OC හමුවෙයි. λ සොයන්න.

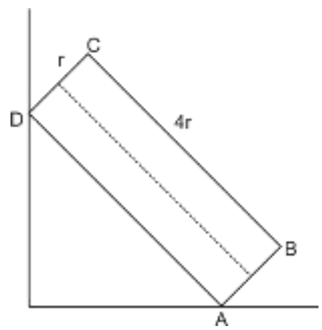
$OC : CD$ අනුපාතය සොයන්න. OA හා OD රේඛා එකිනෙකට ප්‍රලම්භ නම් හා $|\underline{a}| = |\underline{b}|$ නම් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අතර කෝණය $\frac{2\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $ABCDEF$ සවිධි ෂඩාස්‍රයේ පාදයක දිග මීටර $2m$ වේ. නිව්ටන් $8, 2, 4, 4, 6$ හා 8 විශාලත්වය සහිත බල හයක් පිළිවෙලින් AB, CB, DC, DE, FE හා AF අක්ෂරවලින් දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ පාද දිගේ ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව ද එහි ක්‍රියා රේඛාව AB කැපෙන ලක්ෂ්‍යය ද සොයන්න.

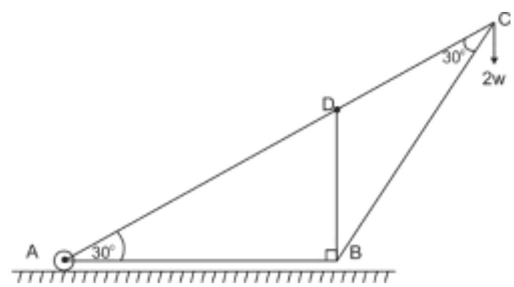
i. A හරහා යන P බලයක් එම බල පද්ධතියට එකතු කළ විට එය බල යුග්මයකට තුල්‍ය වේ. P බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. එම බල යුග්මයේ විශාලත්වය ද සොයන්න. එහි අත දක්වන්න.

ii. මුල් බල පද්ධතිය CBA අතට ක්‍රියා කරන $18\sqrt{3}\,a$ බල යුග්මයකට තුල්‍ය කිරීමට නම් එකතු කළ යුතු තනි බලයේ විශාලත්වයත් දිශාවත් එය AB කැපෙන ලක්ෂ්‍යයත් සොයන්න.

15) (a) ABCD යනු අරය r හා උස $4r$ වන සිලින්ඩරාකාර පයිප්පයක් වන අතර එය සුමට සිරස් බිත්තියකටත් රළු තිරස් ගෙබිමකටත් A හා D හිදී ස්පර්ශ වන පරිදි එහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස්තලයේ සිලින්ඩරය සමතුලිතව ඇත්තේ තිරසට θ කෝණයකින් ආනතවය. මෙහි $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ වෙයි. සිලින්ඩරයේ A ලක්ෂ්‍යය හා ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් $\frac{1}{8} \leq \mu$ බව පෙන්වන්න.

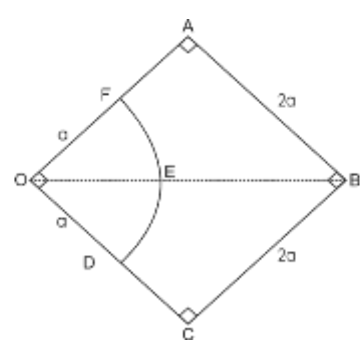


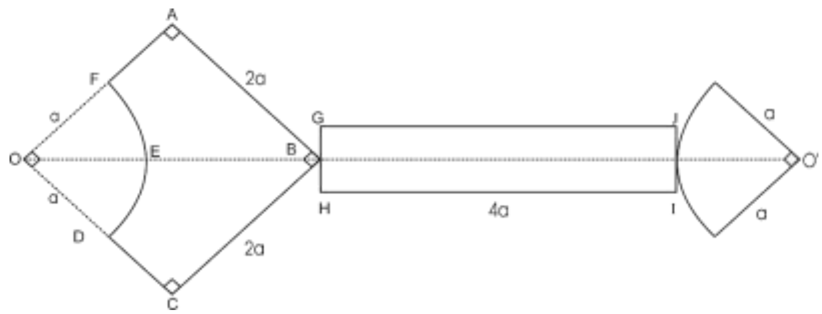
(b) කෙළවර වලින් නිදහසේ සන්ධි කරන ලද AB, BC, CD, DA හා DB සැහැල්ලු දඬු 5කින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ දැක්වෙයි.
AB = BC මීටර a වන අතර $B\hat{A}D = B\hat{C}D = 30^0$ රාමු සැකිල්ලට C හිදී $2w$ භාරයක් යොදා A හි දී සුචල ලෙස අසව් කර AB තිරස්ව පිහිටන පරිදි සුමට තිරස් ගෙබිමක ABC රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත.



B හිදී රාමු සැකිල්ල මත අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව $3W$ බව පෙන්වන්න.
බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ එනයින් සියළුම දඬුවල ප්‍රත්‍යාබලවල විශාලත්ව සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද වශයෙන් දක්වන්න.

16) කේන්ද්‍රයෙහි $\frac{\pi}{2}$ කෝණයක් ආපාතනය කරන අරය a වන වෘත්තයක කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක ආකාරයේ වූ ඒකාකාර ආස්තරයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි සමමිතික අක්ෂය මත කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{4\sqrt{2}a}{3\pi}$ දුරකින් පිහිටන බව අනුකලනය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.
රූපයේ පරිදි පැත්තක දිග $2a$ වූ සමචතුරස්‍රාකාර ඒකාකාර ආස්තරයකින් කේන්ද්‍රය O හා අරය a වන $ODEF$ වෘත්තයක කේන්ද්‍රික ඛාණ්ඩය ඉවත් කර ඇත. ඉතිරි කොටසේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සමමිති අක්ෂය මත O සිට $\frac{44\sqrt{2}a}{3(16-\pi)}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.





අනතුරුව එම ද්‍රව්‍යයෙන්ම වන දිග $4a$ ද පළල $\frac{a}{4}$ ද වූ ඍජුකෝණාස්‍රාකාර $GHIJ$ කොටස ද මුලින් ඉවත් කරන ලද $ODEF$ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ කොටස ද රූපයේ පරිදි එකම සිරස් තලයක වන පරිදි සම්බන්ධ කර සංයුක්ත වස්තුවක් සාදා ඇත. එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සමමිතික අක්ෂය මත O සිට $\frac{a}{60}\left[64\sqrt{2}\ + 24 + 3(5 + 2\sqrt{2})\pi\right]$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

එක් කෙළවරක් සිවිලිමකට හා අනෙක් කෙළවර A ලක්ෂ්‍යයට සවිකොට ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් ආස්තරය සිරස් තලයක නිදහසේ එල්ලා තැබූ විට OO' රේඛාව යටි අත් සිරස සමඟ $\tan^{-1}\frac{60\sqrt{2}}{4\sqrt{2}+\ 24 +\ 3(5+2\sqrt{2}\,)\pi}$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

17) (a) A නම් පෙට්ටියක ප්‍රමාණයෙන් සමාන නිල් බෝල 2ක් ද රතු බෝල 3ක් ද ඇත. B නම් පෙට්ටියක එම වර්ගයේම නිල් බෝල 1ක් ද රතුබෝල 2 ක් ද ඇත. 1, 2, 3, 4, 5, 6 අංක ලකුණු කරන ලද ඝනාකාර දාදු කැටයක් එක් වරක් උඩ දමනු ලැබේ. දාදු කැටයේ අය ගණන 5 හෝ 5 ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් ලැබේ නම් A පෙට්ටියෙන් ද 5ට අඩු සංඛ්‍යාවක් ලැබේ නම් B පෙට්ටියෙන් ද බෝල දෙකක් වරකට එක බැගින් ප්‍රතිස්ථාපනයකින් තොරව සසම්භාවී ලෙස ඉවතට ගනු ලැබේ.

i. ඉවතට ගත් පළමු බෝලය රතු බෝලයක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ii. ඉවතට ගත් බෝල දෙකම රතු බෝල වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

iii. ඉවතට ගත් බෝල දෙකම රතු ඒවා බව දී ඇති විට ඒවා A පෙට්ටියෙන් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) A නම් ශිෂ්‍යයෙකු විෂයයන් 5 කට වාර පරීක්ෂණයක දී ලබා ගත් ලකුණු පහත දැක්වේ.

76 , 78, 67, 87, 92

A ශිෂ්‍යයා විෂයයන් 5ට ලබා ගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

($\sqrt{76.4}\ \approx 8.8$ බව සලකන්න.)

B නම් ශිෂ්‍යයෙකු එම විෂයයන් පහට ලබා ගත් ලකුණු වල සාරාංශ සංඛ්‍යාන පහත දැක්වේ.

$$\sum_{i=1}^{5} x_i = 375, \quad \sum_{i=1}^{5} x_i^{\,2} = \ 28445$$

B ශිෂ්‍යයා එම විෂයන් පහට ලබාගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍ය ($\bar{x}_B$) හා සම්මත අපමනය සොයන්න

මෙහි $\bar{x}_B$ යනු B ශිෂ්‍යයා ලබා ගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය වේ.

A හා B ශිෂ්‍යයින් ලබා ගත් ලකුණුවල විචලන සංගුණක සොයා විචල්‍යතාව සසඳන්න.

$\left[\text{විචලන සංගුණකය} = \frac{\text{සම්මත අපගමනය}}{\text{මධ්‍යන්‍යය}}\ \text{x 100} \quad \text{බව සලකන්න.}\right]$