

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2019 අගෝස්තු
13 ශ්‍රේණිය - දෙවන වාර පරීක්ෂණය

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Maths II

10 S II

පැය තුනයි
Three hours

උපදෙස් :

- ❖ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ❖ A කොටස :
සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- ❖ B කොටස
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ❖ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ❖ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙහි පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

(10) සංයුක්ත ගණිතය		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

II පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය කළේ :	

A කොටස

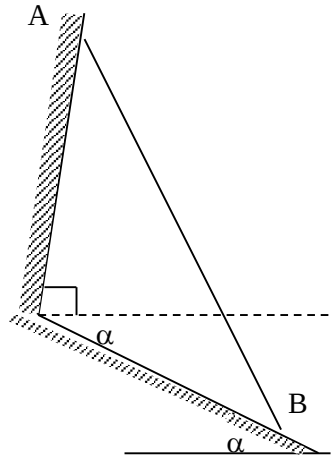
(01) ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත. එක එකක ස්කන්ධය m වූ අංශු දෙකක් මේසය මත ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට u හා $2u$ වේග වලින් නිසලව තිබෙන අංශුව දෙසට චලනය වෙමින් එය සමග එක විට ගැටී හැරේ. ගැටුමට පසු සංයුක්ත අංශුවේ වේගය සොයා ගැනුම නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය සොයන්න.

[illegible]

(02) සිරස් පොල් ගසක h උසකින් පොල් ගෙඩියක් පවතී. එම ගසේ $\frac{h}{4}$ උසකින් බෙනයක් පවතී. ලේනා ඒකාකාරී v ප්‍රවේගයකින් පොල් ගස නැගීම ආරම්භ කරන මොහොතේම පොල් ගෙඩිය නැට්ටෙන් ගිලිහේ. ලේනා නිරූපද්‍රිතව බෙනයට ළඟා වීමට අවශ්‍යතාව $V^2 \geq \frac{gh}{24}$ බව ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය ඇසුරින් සොයන්න.

This image shows a single page of white paper with horizontal blue or grey ruling lines, typical of notebook paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

- (07) W බරැති ඒකාකාර ඉණිමඟක් සුමට සිරස් බිත්තියකට හේත්තු වන සේ තබා තිබෙයි. එහි අඩිය බිත්තියේ සිට රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ඉන් ඉවතට තිරසර α ආනතියකින් බෑවුම් වන රළු බිමක් මත පිහිටා තිබේ. ඉණිමඟ සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ පිහිටා ඇත්නම්, සර්ෂණ කෝණය λ වී ඉණිමඟ, බිත්තියට ඇති කරන ආතතිය $\tan^{-1} [2 \tan (\lambda - \alpha)]$ බව පෙන්වන්න.



- (08) අරය a හා බර w වූ ඒකාකාර ගෝලයක් තිරසර ආනතිය 60° වූ සුමට තලයක නිශ්චලතාවයේ තබා ඇත්තේ ගෝල පෘෂ්ඨයේ ලක්ෂ්‍යයකට එක් කෙළවරක් ද තලයේ ලක්ෂ්‍යයකට අනිත් කෙළවර ද ඇඳ, දිග $2a$ වූ සැහැල්ලු අවිභ්‍යාස තන්තුවක ආධාරයෙනි. බල ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ තන්තුවේ ආතතියත් ආනත තලයේ ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න.

B කොටස

ප්‍රශ්න 05 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

- (11) (a) අංශුවක් සරල රේඛාවක් ඔස්සේ u වේගයෙන් චලනය වෙමින් පැවති අතර එය $2f$ නියත මන්දනයකින් චලිත වී නිශ්චලතාවයට පත්ව t කාලයක් පැවතීමෙන් අනතුරුව $3f$ නියත ත්වරණයකින් චලිත වී නැවත u ප්‍රවේගය ලබා ගනී. මෙම චලිතය නිරූපණය වන සේ ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරයක් නිර්මාණය කරන්න.

u වේගයෙන් චලනය නොවූ කාල ප්‍රාන්තරය තුළ අංශුවේ මධ්‍යක වේගය $\frac{5u^2}{10u+12f}$ බව සාධනය කරන්න.

දෙවන අංශුවක් නිශ්චලතාවයෙන් චලිතය අරඹා සරල රේඛීයව නියත ත්වරණයකින් චලිත වී $\frac{u}{2}$ ප්‍රවේගයක් ලබා අනතුරුව නියත මන්දනයකින් චලිත වී නිශ්චලතාවයට පත්වේ. එම චලිතය සඳහා ද ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය නිර්මාණය කරන්න.

එම චලිතයේ මධ්‍යක වේගය, ප්‍රථම අංශුව u ප්‍රවේගයෙන් චලනය නොවූ කාලය තුළ මධ්‍යක වේගයටම සමාන වේ නම්, $t = \frac{5u}{6f}$ බව සාධනය කරන්න.

- (b) සරල සමාන්තර ඉවුරු සහිත ගඟක මෙහා ඉවුර මත ලක්ෂ්‍යයක් A ද එහා ඉවුර මත ගඟ පහළ පිහිටන ලක්ෂ්‍යයක් B ද, AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C ද වේ. මෙහා ඉවුර සිට ගඟ මැද දක්වා ජලය U අනවරත ප්‍රවේගයකින් ද ගඟ මැද සිට එහා ඉවුර දක්වා ජලය $\frac{u}{2}$ අනවරත ප්‍රවේගයකින් ගලා බසී. මිනිසකුගේ නිශ්චල ජලයේ වේගය u ම වේ. මිනිසා A සිට ගමන් අරඹා B වෙත සරල රේඛීයව චලිත වන සේ, පිහිටා යයි. AC චලිතයත් CB චලිතයත් නිරූපණය වන සේ එකම සටහනක ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ නිර්මාණය කරන්න. මිනිසා පිහිනන ලද දිශාව C හි දී $\left[\alpha - \sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \sin \alpha \right) \right]$ කෝණයකින් හැරවීමට සිදුවන බව සාධනය කරන්න.

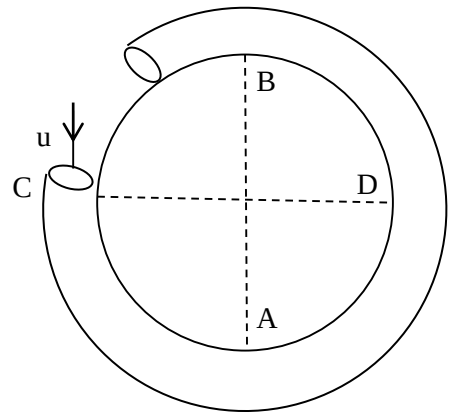
AC චලිතයේ දී මිනිසාගේ ප්‍රවේගය, CB චලිතයේ දී මිනිසාගේ ප්‍රවේගයට වඩා $\frac{u}{2} [3 \cos \alpha - \sqrt{4 - \sin^2 \alpha}]$ ප්‍රමාණයකින් වැඩිවන බව සාධනය කරන්න. (මෙහි α යනු AC රේඛාව ගඟ පහළ ඉවුර සමග සාදන කෝණය වේ.)

- (12) (a) තිරස් සුමට තලයක් මත නිදහසේ චලනය විය හැකි ABC කුඤ්ඤයක සුමට AB බෑවුම් මුහුණත මත ස්කන්ධය m වන අංශුවකට නිදහසේ චලනය විය හැක. කුඤ්ඤයේ ස්කන්ධය M වන අතර එහි මුහුණත තිරසර α කෝණයක් ආනත වේ. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට සිරුවෙන් මුදාහර වීමට කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha}$ බව පෙන්වන්න.

කුඤ්ඤය සුමට තලය දිගේ a දුරක් චලිත වන කාලය තුළ අංශුව AB බෑවුම දිගේ A සිට $\frac{(M + m)a}{M \cos \alpha}$ දුරක් චලිතව ඇති බව පෙන්වන්න.

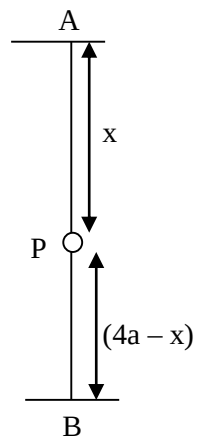
- (b) රූපයේ දැක්වෙන්නේ සිරස් නලයක සවිකළ අරය a වූ සිහින් සුමට වෘත්තාකාර නලයකි. එහි පහළම ලක්ෂ්‍යය A ද, AB හා CD පිළිවෙලින් සිරස් හා තිරස් විෂ්කම්භය වේ. සුමට අංශුවක් සිරස්ව u ප්‍රවේගයෙන් නලය තුළ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. අංශුව CD සමග θ සුළු කෝණයක් සාදන මොහොතක අංශුවේ වේගය V නම්,

$$V = \sqrt{u^2 + 2ga \sin \theta}$$
 බව පෙන්වා, අංශුව හා නලයේ පිටත පෘෂ්ඨය සමග ප්‍රතික්‍රියාව $R = m \left(3g \sin \theta + \frac{u^2}{a} \right)$ බව පෙන්වන්න.



අංශුව BD වාප කොටසේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට පැමිණෙන විට අංශුව පිටත පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වේ නම්, $u^2 = \frac{3ga}{\sqrt{2}}$ බව පෙන්වන්න.

- (13) (a) ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් එක එකක ස්වභාවික දිග a හා මාපාංකය mg වූ සමාන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තු දෙකක කෙළවර දෙකකට ඇඳා ඇත. එක තන්තුවක නිදහස් කෙළවර A අවල ලක්ෂ්‍යයකට හා අනෙක් තන්තුවේ නිදහස් කෙළවර A ට සිරස්ව පහළින් $4a$ දුරින් පිහිටි B අවල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇත. (රූපය බලන්න) තන්තු දෙකම නොබුරුල්ව A ට $\frac{5a}{2}$ දුරක් පහළින් අංශුව සමතුලිතව තිබෙන බව පෙන්වන්න.



P අංශුව දැන් AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ඔසවා එම පිහිටීමේ දී නිසලතාවයේ සිට සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. තන්තු දෙකම නොබුරුල්ව හා AP තන්තුවේ

දිග x වන විට බව $\ddot{x} + \frac{2g}{a} \left(x - \frac{5a}{2} \right) = 0$ පෙන්වන්න.

$x = \frac{5a}{2} + \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$ යනු ඉහත වලින සමීකරණයේ විසඳුමක් නම් α , β හා ω සොයා P

අංශුව ළඟා වන පහත්ම පිහිටි $x = 3a$ බව පෙන්වා වලිනයේ විස්ථාරය $\frac{a}{2}$ බව පෙන්වන්න.

P අංශුව ළඟා වන පහත්ම පිහිටීම $x = 3a$ හිදී PB තත්ත්ව කපනු ලැබේ. ඉන් අනතුරුව AP තත්ත්වේ දිග x වන විට $\ddot{x} + \frac{g}{a}(x - 2a) = 0$ ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

දැන් $x = 2a + p \cos \omega_0 t + q \sin \omega_0 t$ යනු ඉහත වලින සමීකරණයේ විසඳුමක් නම් p , q හා ω_0 සොයා නව වලිනයේ දී $x = a$ වන විට අංශුව එහි උච්චතම ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වන බව පෙන්වන්න.

අංශුව $x = 2a$ හි වූ එහි ආරම්භක පිහිටීමේ සිට පහළට a දුරක් ද ඊළඟට, එතැන් සිට ඉහළට $\frac{a}{2}$

දුරක් ද වලින වීමට ගනු ලබන මුළු කාලය $\frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{a}{2g}} [3 + \sqrt{2}]$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

- (14) (a) OABC යනු XOY තලයේ පිහිටි සමාන්තරාස්‍රයකි. O යනු මූලය වන අතර O ට සාපේක්ෂ ලෙස A හා B පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{i}$ සහ $3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ වෙයි. $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{OC}$ සහ $\overrightarrow{AC}$ සොයන්න.

$\overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{AC}$ වන සේ AC මත D ලක්ෂ්‍යයක් පිහිටා ඇත්තේ OD හා AC ලම්භක වන අන්දමින් නම් අදිශ ගුණිතය භාවිතයෙන් λ සොයා CA : AD = 5 : 1 වන සේ දික් කළ CA මත D ලක්ෂ්‍ය පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ADEB සමාන්තරාස්‍රයක් වන සේත් OEFC සමාන්තරාස්‍රයක් වන සේත් E සහ F ලක්ෂ්‍ය වල O ට සාපේක්ෂව පිහිටුම් දෛශික $\mathbf{i}$ සහ $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.

- (b) A, B, C, D, E යනු සවිධි ඡඩ්‍රයක යාබද ශීර්ෂ 5 කි. AE හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය F වෙයි. AB, AE, FB, CF, DF ඔස්සේ අක්ෂර පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශාවලට විශාලත්ව පිළිවෙලින් $P, 4\sqrt{3}P, \sqrt{7}P, 3P, 2\sqrt{7}P$ වන බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය $\sqrt{19}P$ බව පෙන්වා එය $\overrightarrow{BA}$ සමඟ සාදන කෝණය ද සොයන්න.

F වටා බල සුර්ණය සැලකීමෙන් සම්ප්‍රයුක්ත බලය ක්‍රියා රේඛාව ඡඩ්‍රයේ කේන්ද්‍රය හරහා පිහිටන බව පෙන්වන්න. E හරහා ED දිශාවට පිහිටන විශාලත්වය $4P$ වන බලයක් C හරහා පිහිටන තවත් බලයක් ද සමග එක් වී පද්ධතිය බල යුග්මයකට උභ්‍යන්‍ය වන බව දී ඇත්නම් C හරහා වූ බලයේ විශාලත්වය සහ දිශාවත් යුග්මයේ සුර්ණයේ විශාලත්වය සහ අභිදිශාවත් සොයන්න.

(15) (a) AB, BC, CD, DA සමාන ඒකාකාර දඬු 4 ක් නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත්තේ ABCD සමචතුරස්‍රයක් සෑදෙන පරිදිය. පද්ධතිය A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා තිබේ. සමචතුරස්‍ර හැඩය පවත්වා ගන්නේ AB හිත්, BC හිත් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කෙරෙන අවිනන්‍ය තන්තුවක් මගිනි. එක් එක් දණ්ඩේ බර w නම්,

(i) C හි ප්‍රතික්‍රියාව, සිරසට $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත වූ දිශාවකට වූ $\frac{\sqrt{5}w}{2}$ බවත්

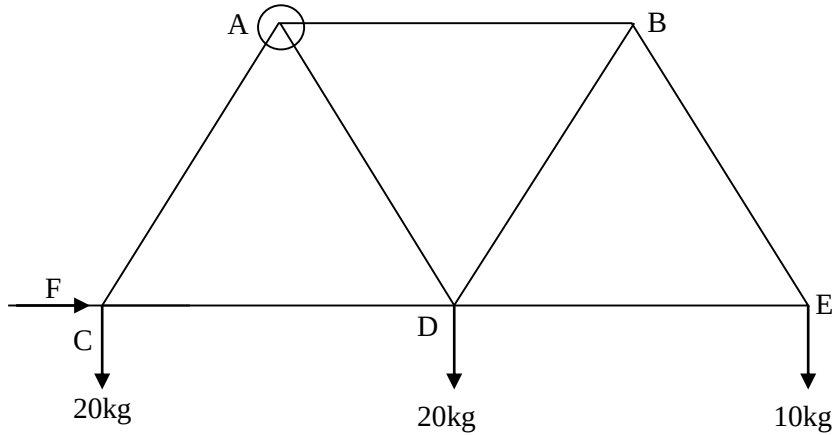
(ii) D හිදී ප්‍රතික්‍රියාව තිරස් දිශාවට වූ $\frac{w}{2}$ බවත්

(iii) යා කරන තන්තුවේ ආතතිය $4w$ බවත්

(iv) B හිදී ප්‍රතික්‍රියාව සිරසට $\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$ කෝණයකින් ආනත දිශාවකට $\frac{\sqrt{17}w}{2}$ වූ බවත්

සාධනය කරන්න.

(b)



A, B, C, D ලක්ෂ්‍ය වලදී සුවල ලෙස සන්ධි කළ සමාන ලුහු දඬු 7 කින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් ඉහත රූපයෙන් නිරූපණය වේ. C, D හා E ලක්ෂ්‍ය වලදී පිළිවෙලින් 20kg, 20kg, 10kg භාර 3 ක් රාමු සැකිල්ල දරා සිටී. රාමු සැකිල්ල A අවල ලක්ෂ්‍යයකට නිදහස් ලෙස අසව් කර තිබේ. C ලක්ෂ්‍යයට යෙදූ F තිරස් බලයක් මගින් CDE තිරස්ව තබා ඇත. F හි අගය සොයා A හි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.

බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහන් ඇඳ AC, CD, DA දඬු තුනෙහි පමණක් ප්‍රත්‍යා බලවල ස්වභාවය හා විශාලත්ව සොයන්න.

(16) අඩ සිරස් කෝණය α සහ උස h වන සිහින් කේතුකාකාර කබොලක ස්කන්ධය අනුකලනය මගින් $\pi h^2 \sigma \tan \alpha \sec \alpha$ බව පෙන්වන්න. මෙහි σ යනු ඝනත්වයයි.

උස h වන කේතුකාගාර කබොලේ ස්කන්ධය කේන්ද්‍රය එහි අක්ෂය දිගේ ශීර්ෂයේ සිට $\frac{2h}{3}$ දුරකින්

ඇති බව පෙන්වන්න. අඩ සිරස් කෝණය $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ වන හා උස $\frac{15a}{4}$ වන කේතුකාකාර

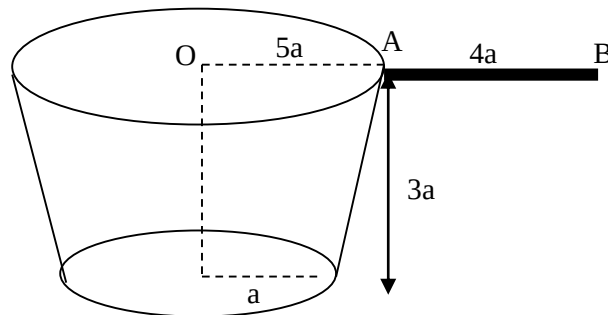
කබොලකින් උස $\frac{3a}{4}$ වන කේතුකාකාර කබොලේ එහි පළමු කේතුවේ ශීර්ෂයේ වන පරිදි කපා ඉවත්

කර රූපයේ පරිදි ජීන්තකයක් සාදා එහි ආධාරක අරය a වන කුඩා වෘත්තාකාර ගැටියට අරය a වන ඝනත්වය σ ම වන වෘත්තාකාර තැටියක් අලවනු ලැබේ. (පහත රූපය බලන්න) ඉන්පසු $4a$ හා රේඛීය ඝනත්වය ρ වූ තුනී ඒකාකාර AB දණ්ඩක් ජීන්තකයේ අරය $5a$ වූ ගැටියට O හා A හා B ලක්ෂ්‍ය ඒකරේඛීය වන පරිදි රූපයේ දැක්වෙන පරිදි පැස්සීමෙන් සාස්පානක් සාදා ඇත. සාස්පානයේ ස්කන්ධය කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

$\frac{\rho}{\sigma} < \frac{31\pi a}{24}$ නම්, තිරස් මේසයක් මත, ස්වකීය පතුළ ස්පර්ශ වන පරිදි තැබූ විට සාස්පාන සමතුලිතව

පැවතිය හැකි බව පෙන්වන්න.

$\rho = \pi a \sigma$ බව දී ඇත. සාස්පාන B කෙළවරින් නිදහසේ ඵල්ලා ඇති විට BA යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය ද සොයන්න



(17) (a) පොත් සාප්පුවක A හා B ඡායා පිටපත් යන්ත්‍ර දෙකක් ඇත. එක්තරා සතියක යන්ත්‍ර දෙකම ක්‍රියා විරහිත වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{10}$ කි. එක් යන්ත්‍රයක් පමණක් ක්‍රියා විරහිත වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{3}$ ක් ද වේ. A හා B යන්ත්‍ර ස්වායත්තව ක්‍රියා කරන බව උපකල්පනය කරන්න. A යන්ත්‍රය ක්‍රියා කිරීමේ සම්භාවිතාව p ලෙසද, B යන්ත්‍රය ක්‍රියා කිරීමේ සම්භාවිතාව q ලෙසද ගෙන $pq = \frac{17}{30}$ බව පෙන්වන්න. එනමින් එම සතිය තුළ යන්ත්‍ර දෙකම හොඳින් ක්‍රියා කිරීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

- (b) එක්තරා පාසලක 13 ශ්‍රේණිය විද්‍යා පන්තියක සිසුන් තිදෙනෙක් සකුන්, ලෝවන, වමෝද් වේ. මොවුන් තිදෙනා සංයුක්ත ගණිතය උගන්වන කාල සීමාවේ ජනේලයෙන් පිටත බැලීම අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාරව සහ නිරවශේෂව ගුරුවරයාට රහසිගතව සිදු කරනු ලැබේ. සකුන් ජනේලයෙන් පිටත බැලීමේ සම්භාවිතාව 40% ක් ද ලෝවන ජනේලයෙන් පිටත බැලීමේ සම්භාවිතාව 35% ක් ද වමෝද් ජනේලයෙන් පිටත බැලීමේ සම්භාවිතාව 25% ක් ද වේ. සිසුන්ගේ හැසිරීම නිරීක්ෂණය කරන ගුරුවරයාට, සකුන් ජනේලයෙන් පිටත බැලීමේ දී ගුරුවරයාට 85% ක් ද ලෝවන ජනේලයෙන් පිටත බැලීමේ දී ගුරුවරයාට 65% ක් ද වමෝද් ජනේලයෙන් පිටත බැලීමේ දී ගුරුවරයාට 10% ක් ද නිරීක්ෂණය වුණි.
- (i) සිසුන් ජනේලයෙන් පිටත බැලීමේ දී ගුරුවරයාට නිරීක්ෂණය වූ මුළු සම්භාවිතාව සොයන්න.
- (ii) එක්තරා මොහොතක ගුරුවරයා මොවුන් නිරීක්ෂණය කරමින් සිටින මොහොතක එක් එක් සිසුවා ජනේලයෙන් පිටත බලා සිටීමේ සම්භාවිතාවයන් බෙයස් ප්‍රමේයය ඇසුරෙන් සොයන්න.
- (iii) ගුරුවරයාට වඩාත් නිරීක්ෂණය වූ සිසුවා කවරෙක් දැයි පහදන්න.