සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Right Reserved]

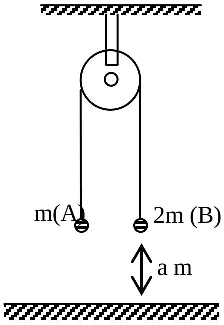
අධ්‍යාපන කලාපය - මතුගම
Education Zone - Mathugama

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2019

සංයුක්ත ගණිතය II | **13 ශ්‍රේණිය** | *කාලය පැය තුනයි*

(01) ස්කන්ධය පිළිවෙලින් m_1 සහ m_2 වූ කුඩා A, B සුමට ගෝල දෙකක් සුමට තිරස් වෘත්තාකාර කානුවක විෂ්කම්භය දෙකෙළවරෙහි නිශ්චලව තබා ඇත. A ගෝලය B දෙසට ප්‍රක්ෂේපනය කර t කාලයකට පසු එය B හි ගැටේ. තවත් $4\,t$ කාලයකට පසු ගෝල දෙක නැවතත් ගැටේ නම්, ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.

(02) රූප සටහනේ පරිදි A,B ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m,2m වූ අංශු දෙකක් සැහැල්ලු වූ තන්තුවක ගැටගසා අචල කප්පියකින් එල්ලා ඇත. පද්ධතිය සීරුමාරුවෙන් මුදාහල විට,



(i) m ගේ ත්වරණය සොයන්න.

(ii) m නිශ්චල වීමට පෙර $^{4a}/_{3}\,m$ ඉහලට ගමන් කරන බව පෙන්වන්න.

(03) අරය a වූ අචල අර්ධගෝලාකාර භාජනයක අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය ඔස්සේ ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් $(3ag/2)^{\frac{1}{2}}$ ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. අංශුව තිරස් වෘත්තයක් සලකුණු කරයි නම්, එම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය අධගෝලයේ කේන්ද්‍රයට $a/2$ දුරක් පහළින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

(04) ඒකාකාර ත්වරණයෙන් දල සරල රේඛීය මාර්ගයක ගමන් කරන දුම්රියක ඉදිරිපස u ප්‍රවේගයෙන් ද, පිටුපස v ප්‍රවේගයෙන් ද සිග්නල් කණුවක් පසුකරයි. මේ සඳහා ගතවන කාලයෙන් $\frac{1}{4}$ තුළ දුම්රියේ දිගින්, $\frac{(7u+v)}{16(u+v)}$ දිගක් එම සිග්නල් කණුව පසු කරන බව පෙන්වන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

(05) කිග්‍රෑ M ස්කන්ධයකින් යුත් ආපදා රථයක් ස්කන්ධය කිග්‍රෑ 3M වූ අබලන් බස් රියක් ඇද ගෙන යයි. ආපදා රථයේ ක්‍ෂමතාව කිලෝවොට් H වන අතර, එක්තරා මොහොතක ආපදා රථය 24 කිමී/පැ වේගයකින් ගමන් කරමින් තිබුණි. උාපදා රථයේ ත්වරණය 1/30 මී/තත්^{2} නම්, චලිතයට මුළු ප්‍රතිරෝධය නිව්ටන් (150 H – 2M/15) බව පෙන්වන්න.

....

(06) . $\underline{i}, \underline{j}$ බණ්ඩාංක තලයක x හා y අක්‍ෂ ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික වේ.

$\overrightarrow{OP} = \cos\alpha\, \underline{i} + \sin\alpha\, \underline{j}$ $\qquad$ $\overrightarrow{OQ} = \cos\alpha\, \underline{i} + \sin\alpha\, \underline{j}$

තිත් ගුණිතය භාවිතයෙන් $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ බව පෙන්වන්න.

....

(07) දිග 2l සහ බර w වන ඒකාකාර AB දණ්ඩක් සුමට සිරස් බිත්තියකට ලම්බ සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත්තේ එහි A කෙළවර බිත්තිය ස්පර්ශ කරමින් හා A කෙළවරට ඉහළින් B කෙළවර පවතින සේ දණ්ඩ මත ලක්ෂ්‍යයක් සුමට නාදැත්තක් මත පිහිටන පරිදි ය. බිත්තිය සහ නාදැත්ත අතර දුර b ද දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය θ ද නම්, $\cos^3\theta = \frac{b}{l}$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(08) බර w වන වස්තුවක් තිරසට α කෝණයක් ආනත රළු තලයක් මත තබා උපරිම බෑවුම් රේඛාව දිගේ යාන්තමින් ඉහළට චලිත කරවීම සඳහා යෙදිය යුතු අඩුතම බලය සොයන්න. වස්තුව හා තලය අතර ඝර්ෂණ කෝණය λ වේ.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(09) 7, 2, 3, 2, 6, 3, 7, x, y හා z යන නිරීක්ෂණ දහයෙහි මධ්‍යන්‍යය, මාතය හා මධ්‍යස්ථය පිළිවෙලින් 5,3 හා 4 වේ. x,y හා z සොයන්න. මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ හැඩය කුමක් ද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

(10) AB හා C යනු Ω නියැදි අවකාශයක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර හා නිරවශේෂ සිද්ධීන් තුනකි. $P(A\cup B)=P(B\cup C)=\frac{3}{4}$ නම් $P(C\cup A)$ සොයන්න.

B කොටස

❖ **ප්‍රශ්න 05 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.**

11 . a) බැලූමක් බිම සිට සීරුවෙන් මුදාහරිනු ලැබේ . එය සිරස්ව ඉහළට චලනය වේ . එහි චලිතයේ පලමු u/g කාලය තුළ 2g ත්වරණයෙන්ද ඊළඟ $2u/g$ කාලය තුළ 4g ත්වරණයෙන්ද ගමන් කරයි බැලූම චලිතය අරඹා $3u/g$ කාලයකදී බැලූමේ සිට වස්තුවක් සීරුවෙන් මුදහරිනු ලැබේ . ඒ සමග බැලූම 6g ත්වරණයෙන් චලනය වීමට පටන් ගනි . (මෙහි g යනු ගුරුත්වජ ත්වරණයයි) ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක අඳින්න. එමගින් ,

i) වස්තුව මුදාහරින විට බැලූම ගමන් කර ඇති දුර $\frac{13u^2}{g}$ බව පෙන්වන්න.

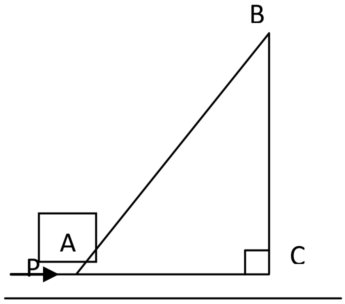
ii) වස්තුව පොළොවට පැමිණෙන විට බැලූමේ ප්‍රවේගය $[70+6\sqrt{126}]u$ බව පෙන්වන්න.

b) නිශ්චල වාතයේදී ගුවන් යානයක ප්‍රවේගය $5ukmh^{-1}$ වේ. එහි ටැංකිවල ඉන්ධන සම්පූර්ණයෙන් පුරවා ඇති විට එයට උපරිම වශයෙන් R_1km දුරක් ගොස් එම දුර ආපසු පැමිණිය හැක. උතුරු දෙසට $3ukmh^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් සුළඟක් හමන දිනක එහි ටැංකි වල ඉන්ධන සම්පූර්ණයෙන් පුරවා, උතුරෙන් θ නැගෙනහිර දිශාවට උපරිම වශයෙන් R_2km දුරක් ගමන් කර ආපසු පැමිණිය හැක. $R2=\frac{16R_1}{5\sqrt{25-9Sin^2\theta}}$ බව පෙන්වන්න. $5R_2\le 4R_2$ බව අපෝහනය කරන්න.

12. (a) අංශුවක් P ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට α ආනතව V ප්‍රවේගයෙන් උඩු අතට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. එය පලමුව P_1 ලක්ෂ්‍යය හරහා ද දෙවනුව P_2 ලක්ෂ්‍යය හරහා ද ගමන් කරයි. P_1 හා P_2 හිදී ප්‍රවේග V_1 හා V_2 වන අතර එම ලක්ෂ්‍යය වලදී චලිත දිශා වල තිරසට ආනති පිළිවෙලින් $\propto-\beta$ හා $\propto-2\beta$ වේ. PP_1 හා PP_2 කොටස් තුල අංශුව චලිත වීමට ගතවන කාලයත් පිළිවෙලින් t_1 හා t_2 වේ.

i) $\frac{1}{V}+\frac{1}{V_2}=\frac{2Cos\beta}{V_1}$ බවත් , ii) $v_2t_1=vt_2$ බවත් පෙන්වන්න.

(b) ස්කන්ධය M වු සුමට ABC කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් තලයක පිහිටයි. කුඤ්ඤයේ AB මුහුණත තිරසට α කෝණයක් සාදන අතර එම තලය මත m ස්කන්දයක් තබා ඇත. කුඤ්ඤය මත P තිරස් බලයක් B හිදි යෙදයි. (මෙම බලය කුඤ්ඤයේ පහළම දාරයට ලම්බක වේ) පද්ධතිය නිසලව තබා අතහැරිය විට කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{P+mgSin\alpha Cos\alpha}{M+mSin^2\alpha}$ බව සාධනය කරන්න. m අංශුව සිරස්ව පහළට වැටේ නම් $P=mgCot\alpha$ බවද පෙන්වන්න.



13. තිරස් සුමට මේසයක දාරය උඩින් වැටී ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවර එක එකක් m ස්කන්ධයෙන් යුතු A,B අංශු දෙකකට ඈඳා ඇත. mg මාපාංකයෙන් ද , l ස්වාභාවික දිගින් ද යුතු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් මගින් A අංශුව මේසය මත O ලක්ෂ්‍යයකට යා කොට තිබේ. අවිතන්‍ය තන්තුව තදව මේස දාරයට ලම්බකව පිහිටන සේ ද, B අංශුව එකී තන්තු කෙළවරින් සිරස්ව එල්ලෙමින් පවතින සේ ද A අංශුව O හි රඳවා ගනු ලබයි. අනතුරුව එය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලබයි. එවිය ඇති වන චලිතයේදී A අංශුව මේස දාරය තෙක් නොපැමිණියේ නම්,

i) OA = l වන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය හා ගත වූ කාලය සොයන්න.

ii) විතතිය x වන විට චලිතය සරල අනුවර්තී බව පෙන්වා කේන්ද්‍රය හා විස්තාරය සොයන්න.

iii) O සිට මේස දාරයට දුර $l(2+\sqrt{3})$ ට වඩා වැඩි බවත්,

iv) $2\sqrt{\frac{2l}{g}}(\pi+\sqrt{2}-\tan^{-1}\sqrt{2})$ කාලයකට පසුව අංශුව නැවත O වෙතට පැමිණෙන බවත් දක්වන්න

14. (a) $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}$ බව ද, $\overrightarrow{PQ} = \lambda\overrightarrow{PR}$ නම්, P, Q හා R ඒක රේඛීය බව ද, $PQ{:}QR = \lambda;(1-\lambda)$ බව ද පෙන්වන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයේ $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ ද $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ද OA, OB සහ AB පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂය පිළිවෙලින් හා D,E හා F ද වේ. පහත සඳහන් ප්‍රතිඵල අපෝහනය කරන්න.

(i) $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\underline{a}$, $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{2}\underline{b}$ හා $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}(\underline{a}+\underline{b})$ බව

(ii) AG ; GE = 2 ; 1 වන සේ G ලක්ෂ්‍යය AE මත වේ නම්, $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\underline{a}+\underline{b})$

(iii) O , G හා F ඒක රේඛීය බව හා OG : GF = 2 : 1 බව

(iii) B , G හා D ද ඒක රේඛීය බව හා BG : GD = 2 : 1 බව

(b) $ABCD$ යනු පැත්තක දිග 2m වූ සමචතුරස්‍රයකි. 2N, 1N, 3N, 4N සහ $2\sqrt{2}N$ යන බල පිළිවෙළින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ සහ $\overrightarrow{BD}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි.

(i) බල පද්ධතිය සමතුලිත කිරීම පිණිස බල පද්ධතියට එක් කළ යුතු බලයේ විශාලත්වය, දිශාව සහ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

(ii) බල පද්ධතිය ABC අතට 10Nm යුග්මයකට ඌනනය කිරීම පිණිස බල පද්ධතියට එක් කළ යුතු බලයේ විශාලත්වය, දිශාව සහ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

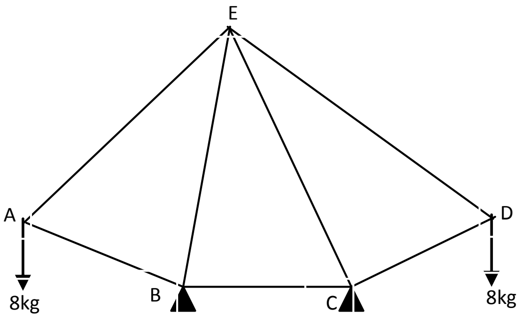
(iii) දී ඇති බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයට විශාලත්වයෙන් සහ දිශාවෙන් සමාන එහෙත් D හි දී ක්‍රියා කරන තනි බලයකට බල පද්ධතිය ඌණනය කිරීම සඳහා බල පද්ධතියට එක් කළ යුතු යුග්මයේ විශාලත්වය හා අත සොයන්න.

15. i) දිග 2a හා බර w බැගින් වන ඒකාකාර සමාන AB, BC දඬු දෙක හා බර w වන ඒකාකාර BC දණ්ඩ ABC ත්‍රිකෝණයක් සෑදෙන සේ නිදහස්ව සන්ධි කර ඇත. $A\hat{B}C = 2\alpha$ වේ. B හි සුමට අසව්ව ඇසුරින් BC තිරස්වද BC ට පහලින් A වන සේද B තුලින් සිරස් තලයේ ABC සමතුලිතතාව තබා ඇත්තේ AB දණ්ඩයට යොදා ඇති G බල යුග්මය මගින් වේ.

i) A හා C සන්ධි වල ප්‍රතික්‍රියා වලතිරස් සහ සිරස් සංරචක

ii) G හි විශාලත්වය සොයන්න.

ii) සැහැල්ලු දඬු 7 කින් සැදුම් දෘඪ රාමු කට්ටුවක් රූපයේ දැක්වේ. එහි BCE සමපාද ත්‍රිකෝණයකි.
$A\hat{B}E = E\hat{C}D = 90°$ වේ.
$A\hat{E}B = C\hat{E}D = 30°$ කි. A හා D සන්ධි වල කි.ග්‍රෑම් 8 බැගින් වූ භාර දෙකක් එල්ලා ඇත. BC තිරස්ව පිහිටන සේ මෙම රාමු කට්ටුව B හා C සන්ධි වලදී කුඤ්ඤ දෙකක් මත ගැටෙමින් සිරස් තලයක සමතුලිතව තිබේ. B හා C සන්ධි වලදී ක්‍රියකරන ප්‍රතික්‍රියා සිරස් යැයි සලකා එම ප්‍රතික්‍රියාවන්හි අගයද දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒව තෙරපුම්ද ආතතියක් ද යන්න සඳහන් කරන්න.



16. උස h වූ ඍජු වෘත්තාකාර ඝන කේතුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තල ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

i) අඩ සිරස් කෝණය $30°$ ඝන ඍජු කේතුවකින් උපරිම අරයකින් යුක්ත වූ ඝන ගෝලාකාර කොටසක් ඉවත් කරන ලදි. ඉතිරි කොටස් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය මගින් කේතුවේ අක්ෂය 11 : 49 බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

ii) ඉවත් කල ගෝලාකර කොටස දැන් කේතුවේ ඉතිරි කොටසේ ශීර්ෂයට සවිකර කෙළි බඩුවක් සාදන ලදි. ගෝලය සමමිතික ලෙස ශීර්ෂයේ සවිකර ඇත්නම් එම කෙළිබඩුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

iii) මෙම කෙළි බඩුවේ තල ආධාරකය රළු තිරස් තලයක් මත තබා තලයේ තිරසට ආනතිය ක්‍රමයෙන් වැඩි කරන ලදි. තලයේ ඝර්ෂණ වස්තුවේ ලිස්සා යාම වැලැක්වීම සඳහා ප්‍රමාණවත් වේ. මෙම වස්තුව පෙරළීමට පෙර තලයේ ආනතිය , $Tan^{-1}(\frac{12\sqrt{3}}{25})$ බව පෙන්වන්න.

17. (a) යම් ජනගහණයක එක්තරා රෝගයකින් පෙළෙන රෝගීන් ගණන මුළු ජනගහණයේ අනුපාතයක් ලෙස 0.01 කි. මෙම රෝගය නිශ්චය කිරීම සඳහා පරීක්ෂණයක් ඇත. නමුත් රෝගය නැති පුද්ගලයෙකු පරීක්ෂණයට භාජන කළ විට රෝගය ඇති බවට වැරදි නිගමනයකට එළඹීමේ සම්භාවිතාව 0.05 ක් වන අතර රෝගය ඇති පුද්ගලයකු පරීක්ෂණයට භාජනය කළ විට රෝගය නැති බවට වැරදි නිගමනයකට එළඹීමේ සම්භාවිතාව 0.02 ක් වේ. මෙම ජනගහණයෙන් පුද්ගලයකු සසම්භාවී ව තෝරා ගෙන පරීක්ෂණයට භාජනය කෙරේ. එම පරීක්ෂණයෙන්,

(i) රෝගයක් ඇති බව පෙන්නුම් කිරීමේ,

(ii) වැරදි නිගමනයකට එළඹීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.
පරීක්ෂණයේ දී ඔහුට ඇති බව පෙන්නුම් කළේ නම් ඇත්ත වශයෙන් ම ඔහුට රෝගය තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) පහත දී ඇති සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මාතය 53 ද මධ්‍යස්ථය $48\frac{9}{18}$ වේ. f_1 හා f_2 සොයා සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	0 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 100
සංඛ්‍යාතය	f_1	11	15	f_2	22	15	10