131

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

11 S I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2010 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2010 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2010

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

✳ ප්‍රශ්න **හයකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (*a*) A හා B යනු දෙන ලද S කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. $A-B$ කුලකය, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $A-B=A\cap B'$ ලෙස අර්ථ දක්වෙයි. ඔබ විසින් යොදා ගනු ලබන කුලක වාදයේ එන ඕනෑම වීජීය නියමයක්, පැහැදිලි ලෙස ප්‍රකාශ කරමින් $(A-B)\cup(B-A)=(A\cup B)-(A\cap B)$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) පවුල් 500 ක් සඳහා මෑතක දී කරන ලද සමීක්ෂණයක දී, එම පවුල්වලින්, 348 කට ශීතකරණය බැගින් තිබෙන බව ද, 248 කට ක්ෂුද්‍ර තරංග උඳුන බැගින් තිබෙන බව ද, 275 කට ආහාර සැකසුම් යන්ත්‍රය බැගින් තිබෙන බව ද, 125 කට ක්ෂුද්‍ර තරංග උඳුන බැගින් හා ආහාර සැකසුම් යන්ත්‍රයක් බැගින් තිබෙන බව ද, පවුල් 92 කින් එක් එක් පවුලට උපකරණ තුනම තිබෙන බව ද, අනාවරණය වී ඇත. ශීතකරණයක් පමණක් ඇති පවුල් ගණන ආහාර සැකසුම් යන්ත්‍රයක් පමණක් ඇති පවුල් ගණනට සමාන වේ.

(i) ක්ෂුද්‍ර තරංග උඳුන් පමණක් ඇති පවුල් ගණන සොයන්න.

(ii) ආහාර සැකසුම් යන්ත්‍ර පමණක් ඇති පවුල් ගණන 102 ට වඩා වැඩි නොවන බව පෙන්වන්න.

(*c*) $\mathbb{Z}$ කුලකය මත R නම් සම්බන්ධයක්, කිසියම් $n\in\mathbb{Z}$ සඳහා $a=2^n b$ නම්, aRb යන්නෙන් අර්ථ දක්වෙයි. R යන්න $\mathbb{Z}$ මත තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වන්න. 8 හි තුල්‍යතා පන්තිය සොයන්න.

2. (*a*) $\Delta=\begin{vmatrix} a & a^3 & a^4-1 \\ b & b^3 & b^4-1 \\ c & c^3 & c^4-1 \end{vmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$\Delta=(b-a)(c-a)(c-b)\{abc(ab+bc+ca)-(a+b+c)\}$ බව පෙන්වන්න.

a, b හා c යනු $\Delta=0$ වන පරිදි වූ ප්‍රභින්න නිශ්ශුන්‍ය තාත්ත්වික සංඛ්‍යා තුනක් නම්, $ab+bc+ca=\dfrac{1}{ab}+\dfrac{1}{bc}+\dfrac{1}{ca}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*b*) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ පරිණාමනය යටතේ තමන් මතට ම අනුරූපණය වනු ලබන සරල රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

[දෙවෙනි පිටුව බලන්න.

3. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා **ද මුවාවර්** ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා, ද මුවාවර් ප්‍රමේයය හා ද්විපද ප්‍රමේයය උපයෝගිකර ගනිමින්,

$\theta \in \mathbb{R} - \left\{(2n+1)\frac{\pi}{2} : n \in \mathbb{Z}\right\}$ සඳහා $\frac{\cos 6\theta}{\cos^6\theta} = 1 - 15\tan^2\theta + 15\tan^4\theta - \tan^6\theta$ බව සාධනය කරන්න.

$x^6 - 15x^4 + 15x^2 - 1 = 0$ සමීකරණයේ මූල, $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ සඳහා $\tan\left\{\frac{(2n-1)\pi}{12}\right\}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$y^3 - 15y^2 + 15y - 1 = 0$ සමීකරණයේ මූල **අපෝහනය** කරන්න.

ඒ නයින්, $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

4. $g(x)$ යනු, $x \geq 0$ සඳහා $g(x) \neq -1$ද, $x = 0$ දී $g(x)$ අවකල්‍ය ද වන පරිදි, $\mathbb{R}$ මත අර්ථ දැක්වෙන ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු.

$f(x)$ යනු

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x \leq 0 \text{ නම්;} \\ \dfrac{g(x)}{1+g(x)}, & x > 0 \text{ නම්,} \end{cases}$$

ලෙස අර්ථ දැක්වෙන ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු.

(i) $x = 0$ දී $f(x)$ සන්තතික නම්, $g(0)$ සොයන්න.

(ii) $x = 0$ දී $f(x)$ සන්තතික නම්, $x = 0$ දී $f(x)$ අවකල්‍ය බව පෙන්වන්න.

(iii) $g(x) = \frac{x}{1+x^2}$ නම්, $x = 0$ දී $f(x)$ අවකල්‍ය බව පෙන්වන්න.

මෙම අවස්ථාවේ දී $f(x)$ හි ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

The National e-learning Portal for the General Education

5. (*a*) $u = x + \sqrt{x^2 + 2x - 1}$ ආදේශය යොදගනිමින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+2x-1}}$ සොයන්න.

(*b*) $x = a\cos^2\theta + b\sin^2\theta$ ආදේශය යොදගනිමින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ

$\int_a^b \frac{x}{\sqrt{(x-a)(b-x)}}\, dx, \ (a < b)$ අගයන්න.

(*c*) $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x \, dx$ යැයි ගනිමු.

$n \geq 2$ සඳහා, $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$ බව සාධනය කරන්න.

ඒ නයින්, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^5 x \, dx$ හා $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^{10} x \, dx$ අගයන්න.

[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

6. (*a*) $z = \sin y^2$ ආදේශය යොදගනිමින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ $2y\cos y^2 \dfrac{dy}{dx} - \dfrac{2}{x+1}\sin y^2 = (x+1)^3$ අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(*b*) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2x}{y}$ මගින් ඉලිප්ස පද්ධතියක් නිරූපණය වෙන බව පෙන්වන්න. මෙම පද්ධතියේ ප්‍රලම්බ පරාවක්‍ර කුලය සොයා එය විවරණය කරන්න.

(*c*) $f(x) \equiv x^3 + x^2 - 2x - 1$ යැයි ගනිමු.

$f(x) = 0$ සමීකරණයට $x < -1$, $-1 < x < 0$ හා $x > 1$ යන ප්‍රාන්තර එක එකක් තුළ මූලයක් තිබෙන බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ හි ධන මූලයට සන්නිකර්ෂණයක් සෙවීම සඳහා $x = 1$ ආරම්භක අගය ලෙස ගෙන **නිව්ටන්-රැප්සන්** ක්‍රියාවලිය යොද ගන්න.

7. $P_0(x_0, y_0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $S \equiv \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ ඉලිප්සයට ඇඳි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශීය ජ්‍යායේ සමීකරණය $\dfrac{x_0 x}{a^2} + \dfrac{y_0 y}{b^2} = 1$ බව පෙන්වන්න.

P හා Q යනු OP යන්න OQ ට ලම්බ වන ලෙස $S \equiv \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ ඉලිප්සය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි; මෙහි O යනු $S = 0$ ඉලිප්සයේ කේන්ද්‍රය වේ. P හා Q හි දී $S = 0$ ඉලිප්සයට ඇඳි ස්පර්ශක R ලක්ෂ්‍යයේ දී ඡේදනය වේ නම්, R ලක්ෂ්‍යයෙහි පථය සොයන්න.

8. $Oxyz$ කාටීසියානු ඛණ්ඩාංක පද්ධතියක O අනුබද්ධයෙන්, $ABCD$ චතුස්තලයක A, B, C හා D ශීර්ෂවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින්, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{c} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ හා $\mathbf{d} = 2\mathbf{i}$ ලෙස දී ඇත.

(i) ABC මුහුණතට ලම්බ ඒකක දෛශිකය සොයන්න.

(ii) ABC මුහුණතෙහි දෛශික සමීකරණය සොයන්න.

(iii) D ශීර්ෂයේ සිට ABC මුහුණතට ඇති කෙටිතම දුර නිර්ණය කරන්න.

(iv) G යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකය නම්, D හා G ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය සොයන්න.

(v) චතුස්තලයෙහි ABC මුහුණත සමග DG සාදන කෝණය සොයන්න.

9. (*a*) $f(\theta) = \dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{\sqrt{2} + \cos\theta}$ යැයි ගනිමු; මෙහි θ තාත්ත්වික වේ.

(i) f හි ආවර්තය 2π බව පෙන්වන්න.

(ii) θ හි සියලුම අගයන් සඳහා $h \le f(\theta) \le k$ වන ලෙස h හා k සංඛ්‍යා සොයන්න.

(iii) $\theta = \dfrac{5\pi}{12}$ හි දී f ට උපරිමයක් පවතින බව පෙන්වන්න.

(*b*) $\theta = \cos^{-1} x$ ආදේශය යොදගනිමින්, $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{3\pi}{2}$ තුළ දී

$2\sin\theta + \tan\theta + 6\cos\theta + 3 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

***

AL/2010/11-S-II

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

11 | S | II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2010 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2010 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2010

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

✻ ප්‍රශ්න **හයකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

✻ සංඛ්‍යාන වගු සපයනු ලැබේ.

[g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දක්වෙයි.]

---

1. බල පද්ධතියක්, $Oxyz$ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කාටීසියානු ඛණ්ඩාංක පද්ධතියක O මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී $\mathbf{R}$ තනි බලයකට හා ඝූර්ණය $\mathbf{G}$ වූ බල යුග්මයකට තුල්‍ය වේ.

එම බල පද්ධතියම O' ලක්ෂ්‍යයක දී $\mathbf{R}'$ තනි බලයකට හා ඝූර්ණය $\mathbf{G}'$ වූ බල යුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම් $\mathbf{R}'=\mathbf{R}$ හා $\mathbf{G}'=\mathbf{G}-\mathbf{r}\times\mathbf{R}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\mathbf{r}$ යනු O මූලය අනුබද්ධයෙන් O' ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටුම් දෛශිකය වෙයි.

පිහිටුම් දෛශික $\mathbf{k}$, $\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ හා $3\mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k}$ වූ ලක්ෂ්‍යවලදී පිළිවෙළින් ක්‍රියා කරනු ලබන $\mathbf{F}_1=-6\mathbf{i}+l\mathbf{j}+2\mathbf{k}$, $\mathbf{F}_2=m\mathbf{i}+3\mathbf{j}-\mathbf{k}$ හා $\mathbf{F}_3=\mathbf{i}-\mathbf{j}+n\mathbf{k}$ බල තුනකින්, බල පද්ධතියක් සමන්විත වෙයි.

බල පද්ධතිය, O මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී $\mathbf{R}$ තනි බලයකට හා ඝූර්ණය $\mathbf{G}$ වූ බල යුග්මයකට තුල්‍ය වෙයි නම් $\mathbf{R}=(m-5)\mathbf{i}+(l+2)\mathbf{j}+(n+1)\mathbf{k}$ සහ $\mathbf{G}=-(l+n+6)\mathbf{i}+(2m-3n-5)\mathbf{j}-(m+2)\mathbf{k}$ බව පෙන්වන්න.

පද්ධතිය තනි බලයකට ඌනනය වෙයි නම් $2mn+3(ln+m+n)=lm+18$ බව පෙන්වා $l=m=1$ විට n හි අගය සොයන්න. මෙම බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය සොයා, පිහිටුම් දෛශිකය $3(\mathbf{i}-\mathbf{j})$ වූ ලක්ෂයේදී එම රේඛාව Oxy - තලය හමුවෙන බව පෙන්වන්න.

2. උස l හා පළල w වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර තහඩුවක්, එහි තලය සිරස්ව ද, තහඩුවේ ඉහළ දරය ද්‍රවයේ නිදහස් පෘෂ්ඨයේ සිට h ගැඹුරකින් තිරස්ව ද පිහිටන ලෙස ඝනත්වය ρ වූ සමජාතීය ද්‍රවයක ගිල්වා ඇත.

තහඩුව මත ද්‍රවයේ තෙරපුම ද, තහඩුවේ ඉහළ දරයේ සිට පීඩන කේන්ද්‍රයට ඇති දුර ද සොයන්න.

ජලාශයක සිරස් බිත්තියක සෘජුකෝණාස්‍රාකාර සොරොව්වක් තබා ඇති අතර එහි ඉහළ දරයට, තිරස් අක්ෂයක් මත පිටතට චලනය වන ලෙස පැද්දීමට නිදහස ඇත. සොරොව්වේ, ඉහළ දරයේ සිට a දුරින් හා පතුල් දරයේ සිට b දුරින් අක්ෂය පිහිටයි; මෙහි $a>b$ වෙයි.

(i) සොරොව්වේ ඉහළ දරයට අඩු තරමින් $\dfrac{2b^2+ab-a^2}{a-b}$ ඉහළින් ජල මට්ටම පවතී නම්, සොරොව්ව විවෘත වන බව ද,

(ii) $a>2b$ නම්, සොරොව්ව සම්පූර්ණයෙන්ම ගිලීමට පෙර සොරොව්ව විවෘත වන බව ද

පෙන්වන්න.

[දෙවෙනි පිටුව බලන්න.

3. kv^2 ප්‍රතිරෝධයක් ඇති කරනු ලබන මාධ්‍යයක් තුළ පොළොවේ පිහිටි O නම් ලක්ෂයක සිට u වේගයෙන් ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි; මෙහි v යනු අංශුවේ වේගය වන අතර $k>0$ වේ. අංශුව සඳහා චලිත සමීකරණය ලියා දක්වා, O සිට අංශුවට ඇති සිරස් දුර x හා අංශුවේ වේගය v යන්න

$$x=\frac{m}{2k}\ln\left(\frac{1+\frac{k}{gm}u^2}{1+\frac{k}{gm}v^2}\right)$$ මගින් සම්බන්ධ වෙන බව පෙන්වන්න.

අංශුව ලඟා වෙන ඉහළතම උස වන h යන්න $h=\frac{m}{2k}\ln\left(1+\frac{k}{gm}u^2\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව **අපෝහනය** කරන්න.

$\frac{k}{gm}u^2<<1$ නම් $x\simeq\frac{1}{2g}(u^2-v^2)$ සහ $h\simeq\frac{u^2}{2g}$ බව පෙන්වන්න.

අංශුව h උසට ලඟාවීමෙන් පසුව එම මාධ්‍යය තුළම සිරස්ව පහළට වැටෙයි. යටි අත් චලිතය සඳහා චලිත සමීකරණය ලියා දක්වා, අංශුවෙහි වේගය v වන විට දුර $OP=x'$ යන්න $x'=\frac{m}{2k}\ln\left|\left(1+\frac{k}{gm}u^2\right)\left(1-\frac{k}{gm}v^2\right)\right|$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

4. ආවේගය නිසා චාලක ශක්තියෙහි වෙනස, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\frac{1}{2}\mathbf{I}.(\mathbf{u}+\mathbf{v})$ බව පෙන්වන්න.

ස්කන්ධය m හා අරය කුඩා වූ සුමට P නම් තැටියක් සුමට මේසයක් දිගේ චලනය වී මේසය මත නිශ්චලව පවතින එවැනිම Q නම් තැටියක ගැටේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර P හි ප්‍රවේගය u වන අතර එය තැටිවල කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව සමග α කෝණයක් සාදයි. ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු, කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව දිගේ Q තැටිය $\left(\frac{e+1}{2}\right)u\cos\alpha$ වේගයෙන් P වලින් ඉවතට චලනය වන බව ද, කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව දිගේ P තැටියේ ප්‍රවේග සංරචකය, Q හි දිශාවට ප්‍රතිවිරුද්ධ අතට $\left(\frac{e-1}{2}\right)u\cos\alpha$ බව ද පෙන්වන්න; මෙහි $e\,(>1)$ යනු තැටි අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වෙයි.

ගැටුමෙහි ඵලයක් ලෙස Q මත ඇති කරනු ලබන ආවේගය $\frac{m(e+1)}{2}u\cos\alpha$ බව ද, පද්ධතියේ චාලක ශක්ති වෙනස $\frac{m}{4}(e^2-1)u^2\cos^2\alpha$ බව ද පෙන්වන්න.

ගැටුමෙන් පසු P තැටියේ ගමන් මග $\frac{\pi}{2}$ කෝණයකින් හැරෙයි නම් $\cos\alpha=\sqrt{\frac{2}{e+1}}$ බව ද, පද්ධතියේ චාලක ශක්ති වෙනස $\frac{m}{2}(e-1)u^2$ බව ද පෙන්වන්න.

The National e-learning Portal for the General Education

[තුන්වෙනි පිටුව බලන්න.

5. අවස්ථිති ඝූර්ණය අනුබද්ධයෙන් සමාන්තර අක්ෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

AB යනු ස්කන්ධය m හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර දණ්ඩකි. AB ට ලම්බව C ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන අක්ෂයක් වටා දණ්ඩේ අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න; මෙහි $AC = \frac{a}{2}$ වෙයි.

C ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන තිරස් අක්ෂයක් වටා සිරස් තලයක දණ්ඩට භ්‍රමණය වීමට නිදහස ඇත. ආරම්භයේ $t=0$ දී B ට සිරස්ව ඉහළින් A පිහිටන සේ දණ්ඩ නිශ්චලතාවේ ඇති අතර, B හි දී එකම සිරස් තලයේ දණ්ඩට I ආවේගයක් තිරස්ව දෙනු ලැබේ. t කාලයේ දී AB යටි අත් සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට, ශක්ති සංස්ථිති නියමය හෝ වෙනත් ක්‍රමයක් යොදා ගනිමින්, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $a\dot{\theta}^2 = a\Omega^2 - \frac{12g}{7}(1-\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි Ω යනු ආවේගයේ ඵලයක් ලෙස දණ්ඩට ලැබෙන කෝණික ප්‍රවේගය වේ.

භ්‍රමණ අක්ෂය වටා ආවේගයේ ඝූර්ණය ගැනීමෙන් $a\Omega = \frac{18}{7m}I$ බව පෙන්වන්න.

$I > m\sqrt{\frac{14ga}{27}}$ නම්, දණ්ඩ වෘත්ත චලිතය සම්පූර්ණ කරන බව ද, $I < m\sqrt{\frac{14ga}{27}}$ නම්, $-\alpha \le \theta \le \alpha$ බව ද පෙන්වන්න; මෙහි $\cos\alpha = 1 - \frac{27}{7m^2ga}I^2$ වෙයි.

$I << m\sqrt{ga}$ නම්, $\ddot{\theta} + \frac{6g}{7a}\theta = 0$ බව ද, ආවර්තය $2\pi\sqrt{\frac{7a}{6g}}$ සහිත සරල අනුවර්තී වර්ගයේ චලිතයක් දණ්ඩ සිදුකරණ බව ද පෙන්වන්න.

6. තිරසට α කෝණයකින් ආනත රළු තලයක වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව දිගේ ස්වකීය තලයේ තැටිය චලනය වන සේ ස්කන්ධය m හා අරය a වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි. තැටියේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය වන G හි ආරම්භක ප්‍රවේගය තලය ඉහළට u ද, රූටා යෑමකින් හෝ ලිස්සා යෑමකින් හෝ තොරව තැටිය තලය ඉහළට පෙරලේ ද නම්, ප්‍රක්ෂේපනයෙන් t කාලයකට පසුව $v = u - \frac{2}{3}g\sin\alpha\, t$ මගින් දෙනු ලබන v ප්‍රවේගයෙන් G චලනය වන බව ද, තැටියේ කෝණික ප්‍රවේගය ω යන්න $\omega = \frac{u}{a} - \frac{2g\sin\alpha}{3a}t$ මගින් දෙනු ලබන බවද පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $t = \frac{3u}{2g\sin\alpha}$ කාලයේ දී තැටිය ක්ෂණික නිශ්චලතාවට පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

ක්ෂණික නිශ්චලතාවට පැමිණීමත් සමග, සිරස්ව පවතින ස්වකීය තලයට සීමා වූ චලිතයක් සහිතව තැටිය යටි අතට ගමන ආරම්භ කරයි. තලය සහ තැටියේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය, G මෙන් එකම අතට චලනය වෙයි නම්, යටි අතට ගමන ආරම්භ වීමෙන් t කාලයකට පසු G හි ප්‍රවේගය $g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)t$ බව ද, තැටියේ කෝණික ප්‍රවේගය $\frac{2\mu g\cos\alpha}{a}t$ බව ද, තලය සමග තැටියේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ යටි අතට ප්‍රවේගය $g(\sin\alpha - 3\mu\cos\alpha)t$ බව ද පෙන්වන්න; මෙහි $\mu\left(< \frac{1}{3}\tan\alpha\right)$ යනු තැටිය හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වෙයි.

7. (*a*) අයිස් ක්‍රීම් වෙළෙන්දෙක් ඔහුගේ දවස් "පැහැබර", "සාමාන්‍ය" හෝ "ශීත" යැයි බෙදා වෙන් කර ගෙන ඇත. පැහැබර දවසක් වීමේ සම්භාවිතාව 0.5 ක් යැයි ද, ඔහුගේ දවස් වලින් 30% ක් ශීත යැයි ද වෙළෙන්දා ඇස්තමේන්තු කරයි. දවස් වර්ග තුන සඳහා ඔහුගේ සාමාන්‍ය ආදායම් පිළිවෙළින් රුපියල් 2200, රුපියල් 1300 හා රුපියල් 400 බවත් ඔහු ගණනය කර ඇත. දවසකට ඔහුගේ සාමාන්‍ය මුලු වියදම රුපියල් 800 නම් දවසකට ඔහුගේ අපේක්ෂිත ලාභය ගණනය කරන්න.

(*b*) එක්තරා පාපන්දු ලීගයක ප්‍රතිඵල දිගුකාලීනව නිරීක්ෂණය කිරීමෙන් පසු, තරගයක දී ලබාගන්නා ගෝල සංඛ්‍යාවට, මධ්‍යන්‍යය 4 සහිත පුවාසොන් ව්‍යාප්තියක් තිබෙන බව හඳුනාගෙන ඇත.

(i) එක්තරා තරගයක දී ගෝල දෙකකට වඩා ලබා ගැනීමේ,

(ii) සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද තරග තුනකින්, අඩු තරමින් තරග දෙකක දී ගෝල රහිත වීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

[$e^{-4} \simeq 0.01832$ යැයි ඔබට ගත හැකි ය.]

8. වාහන 4 කට පමණක් ඉඩ ඇති රථ ගාලකට පෙ. ව. 6 හා පෙ. ව. 7 අතර පැමිණෙන වාහන ගණන X විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයෙන් දක්වෙයි. X සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය පහත දක්වෙන පරිදි වේ:

$X = x$	0	1	2	3	4
$P[X = x]$	k	k	$4k$	$6k$	$3k$

(i) k හි සුදුසු අගය සොයන්න.

(ii) පෙ. ව. 6 හා පෙ. ව. 7 අතර රථ ගාලෙහි ඇති වාහන ගණනෙහි මධ්‍යන්‍යය ආගණනය කරන්න.

(iii) පෙ. ව. 6 හා පෙ. ව. 7 අතර රථ ගාලෙහි ඇති වාහන ගණනෙහි වඩාත් වියහැකි සංඛ්‍යාව කුමක් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(iv) රථ ගාල අයිතිකරු පෙ. ව. 6 හා පෙ. ව. 7 අතර පැමිණෙන වාහන එක එකකින් රුපියල් 30 බැගින් අයකරන අතර රථ ගාල එම කාලය තුළ හිස්ව පවතී නම් ඔහුට රුපියල් 45 ක් අහිමි වෙයි. පෙ. ව. 6 හා පෙ. ව. 7 අතර කාලය තුළ අයිතිකරුගේ අපේක්ෂිත ඉපයීම සොයන්න.

9. බර, මධ්‍යන්‍යය 500 g හා සම්මත අපගමනය 2.5 g සහිතව ප්‍රමත ලෙස ව්‍යාප්ත වූ පැකට්ටු වලින් උදෑසන ධාන්‍යමය ආහාරයක් සැපයේ. සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද පැකට්ටුවක බර 502 g ට වඩා වැඩිවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

සැපයුම්කරු පැකට්ටු එක එකක බර 497 g බව කියා සිටී. සිල්ලර වෙළෙන්දෙක් සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද පැකට්ටු 200 ක බර කිරීම මගින් මෙම කියමන පරීක්ෂා කිරීමට තීරණය කරයි. සිල්ලර වෙළෙන්දාට ලැබිය හැකි 497 g ට වඩා අඩු බර සහිත පැකට්ටු ගණන ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට ඇස්තමේන්තු කරන්න.

සැපයුම්කරු තත්ත්ව පාලන සමාලෝචනයක් කරන අතර ඕනෑම කාණ්ඩයකින් 10% ක් ප්‍රතික්ෂේප කිරීමට තීරණය කරයි. වැඩිතම බර සහිත 5% ක් හා අඩුතම බර සහිත 5% ක් පැකට්ටු ඔහු ප්‍රතික්ෂේප කරයි. සැපයුම්කරු පැකැට්ටුවක් පිළිගැනීමට නම් එහි බර පැවතිය යුතු සීමාවන් දශමස්ථාන දෙකකට සොයන්න.

***