



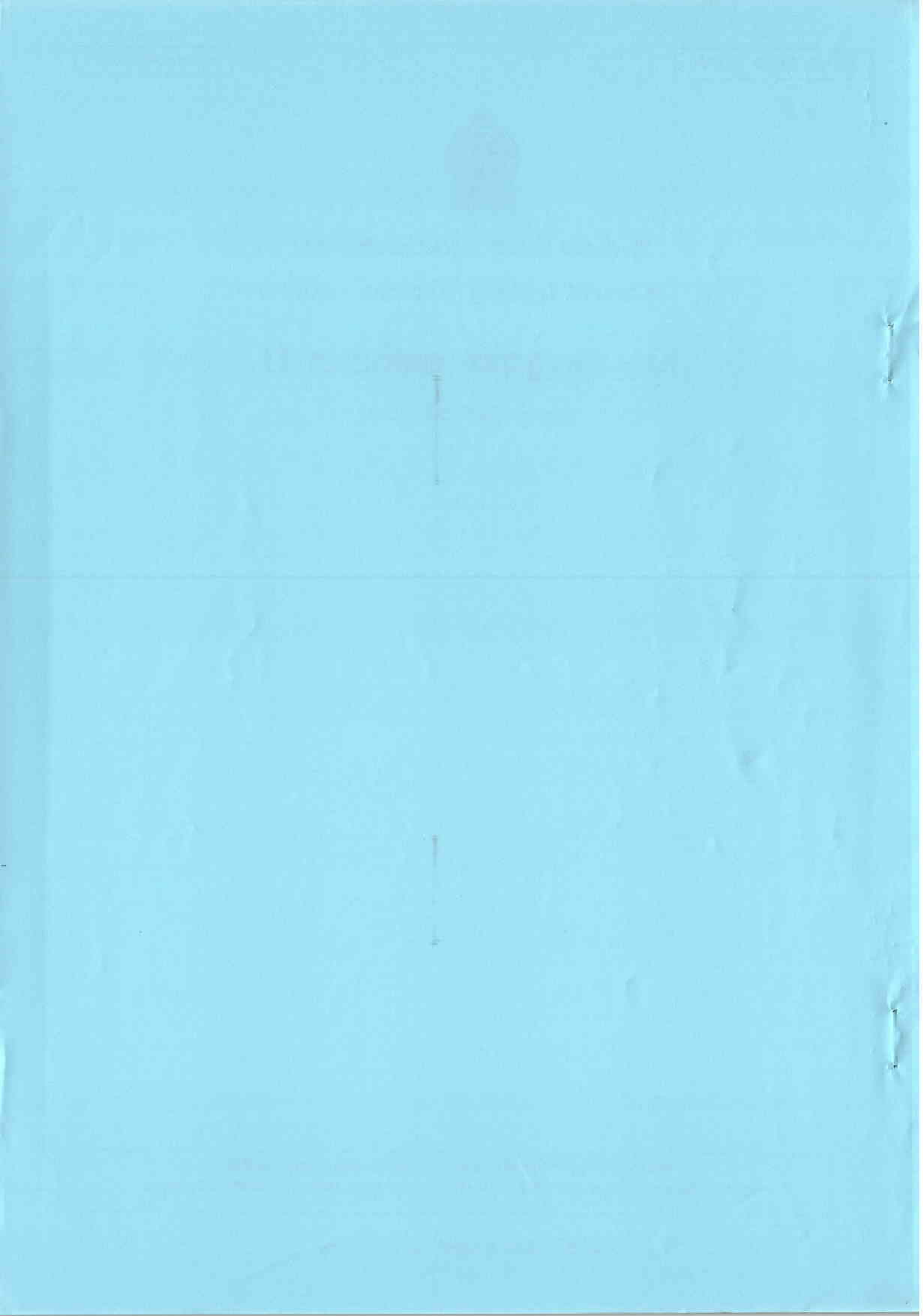
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2017

10 - සංයුක්ත ගණිතය II

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

මෙය උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි.
ප්‍රධාන/ සහකාර පරීක්ෂක රැස්වීමේ දී ඉදිරිපත්වන අදහස් අනුව මෙහි වෙනස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංශෝධන ඇතුළත් කළ යුතුව ඇත.



අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2017

10 - සංයුක්ත ගණිතය

ලකුණු බෙදීයාම

II පත්‍රය

$$\text{A කොටස} \quad 10 \times 25 = 250$$

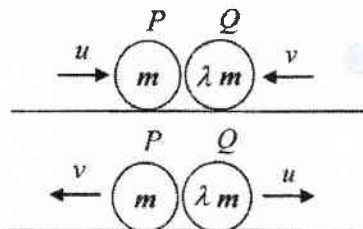
$$\text{B කොටස} \quad 05 \times 150 = 750$$

$$\text{එකතුව} = 1000/10$$

$$\text{II පත්‍රය සඳහා අවසාන ලකුණු} = 100$$

7102 - සකස් (ප්‍ර.ප.ව) ස.ප.ප

1. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය λm වූ Q අංශුවක් පිළිවෙළින් u හා v වේගවලින් එකිනෙක දෙසට, සුළඹට තිරස් ගෙඩීමක් මත වූ එක ම සරල රේඛාවක් දිගේ චලනය වේ. ඒවායේ ගැටුමෙන් පසු, P අංශුව v වේගයෙන් හා Q අංශුව u වේගයෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වේ. $\lambda=1$ බව පෙන්වා, P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.



පද්ධතියට $I = \Delta(Mv) \rightarrow$ යෙදීමෙන්

$$0 = (\lambda mu - mv) - (mu - \lambda mv)$$

5

$$\Rightarrow 0 = (\lambda - 1)u + (\lambda - 1)v$$

$$\Rightarrow 0 = (\lambda - 1)(u + v)$$

$$\Rightarrow \lambda = 1.$$

5

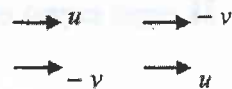
e යනු P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය යැයි ගනිමු. නිව්ටන් ප්‍රථමයෙන් නියමය යෙදීමෙන් :

$$(u + v) = e(u + v)$$

$$\therefore e = 1.$$

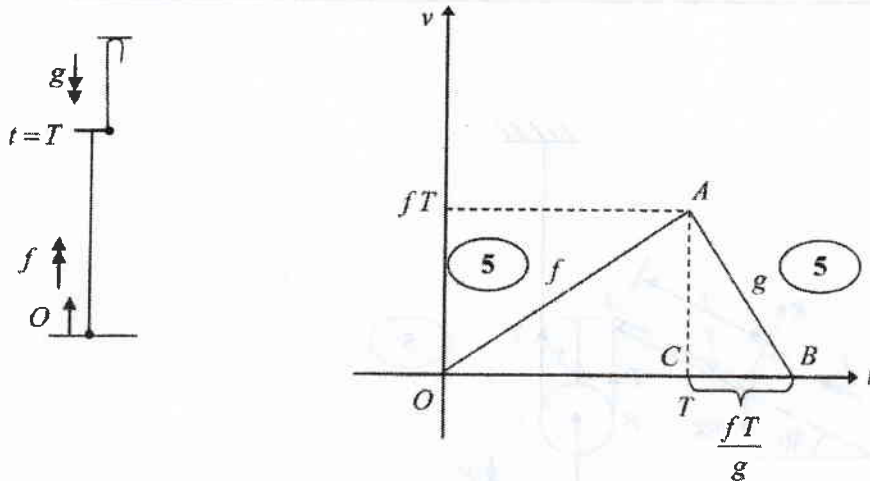
10

5



25

2. කුඩා ඒකාකාර බෝලයක් රැගත් බැලුනයක් කාලය $t=0$ දී පොළොව මත ලක්ෂ්‍යයකින් නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ කර ඒකාකාර f ත්වරණයකින් සිරස් ව ඉහළට චලනය වේ; මෙහි $f < g$ වේ. කාලය $t=T$ හි දී බෝලය, බැලුනයෙන් සිරුවෙන් ඉවත් වී ඉරැක්විය යටතේ චලනය වේ. $t=0$ සිට බෝලය එහි උපරිම උස කරා ළඟා වන තෙක් බෝලයේ උඩු අත් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. T , f හා g ආසුරෙන්, බෝලය ළඟා වූ උපරිම උස සොයන්න.



$$f = \frac{AC}{T} \text{ සහ } g = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{f}{g} T.$$

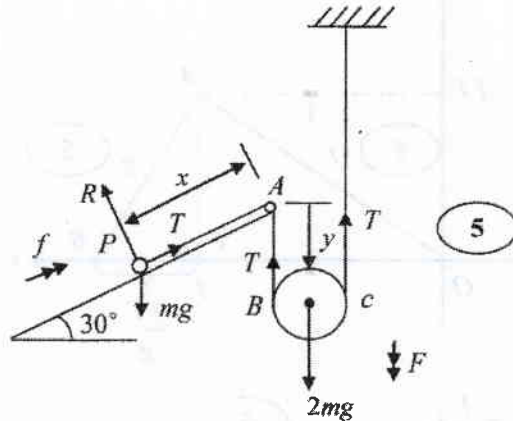
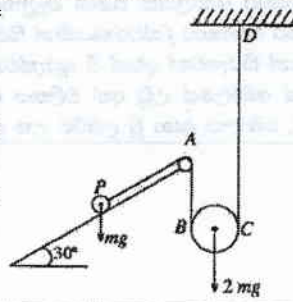
(5)

$$\begin{aligned} \text{උපරිම උස} = OAB \text{ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය} &= \frac{1}{2} \left(T + \frac{fT}{g} \right) \times fT. \\ &= \frac{fT^2}{2g} (f + g) \end{aligned}$$

(5) + (5)

25

3. රූපයේ $PABCD$ යනු තිරසර 30° කින් ආනත අචල සුම්භ තලයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට ඇදා ඇති සැහැල්ලු අවිකෘත තන්තුවකි. තන්තුව, A හි වූ අචල කුඩා සුම්භ කප්පියක් මගින් ද ස්කන්ධය $2m$ වූ සුම්භ කප්පියක් යටින් ද යයි. D ලක්ෂ්‍යය අචල වේ. PA , ලපර්ම බෙහුම් රේඛාවක් දිගේ වන අතර AB හා CD සිරස් වේ. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. අංශුවේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය සචල කප්පියේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය මෙන් දෙගුණයක් බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආතතිය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



$$x + 2y = \text{නියතයක්} \Rightarrow \ddot{x} + 2\ddot{y} = 0 \Rightarrow 2\ddot{y} = -\ddot{x}.$$

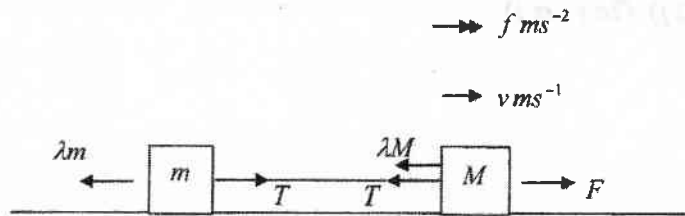
$$\text{රූපයේ පරිදි } f \text{ හා } F \text{ සමගින් } f = 2F \text{ වේ.}$$

$$\underline{F} = m\underline{a} \quad \swarrow \text{ for } P: \quad T - mg \sin 30^\circ = m f$$

$$\underline{F} = m\underline{a} \quad \downarrow \text{ for } 2mg: \quad 2mg - 2T = 2m F$$

25

4. ස්කන්ධය $M \text{ kg}$ වූ චුක් රථයක් ස්කන්ධය $m \text{ kg}$ වූ කාරයක් හසු කිරීමේ පාරක් දිගේ ඇදගෙන යනු ලබන්නේ චුක් රථයේ හා කාරයේ එලිපි දිශාවට සමාන්තර වූ සැහැල්ලු අවිනතා කේබලයක් ආධාරයෙනි. චුක් රථයේ හා කාරයේ එලිපිතයට ප්‍රතිරෝධ පිළිවෙලින් නිව්ටන් λM හා නිව්ටන් λm වේ; මෙහි $\lambda (>0)$ නියතයකි. එක්තරා මොහොතක දී චුක් රථයේ එන්ජිමෙන් ජනනය කරනු ලබන ජවය $P \text{ kW}$ වන අතර චුක් රථයෙහි හා කාරයෙහි වේගය $v \text{ ms}^{-1}$ වේ. එම මොහොතේ දී කේබලයේ ආතතිය නිව්ටන් $\frac{1000mP}{(M+m)v}$ බව පෙන්වන්න.



ප්‍රකර්ෂණ බලය $F = \frac{1000P}{v} \text{ N}$ ----- (1)

$F = ma \rightarrow \text{for } M : F - \lambda M - T = M f$ ----- (2)

$F = ma \rightarrow \text{for } m : T - \lambda m = m f$ ----- (3)

ඇත් (1), (2) හා (3) $\Rightarrow \frac{1000P}{v} - \lambda M - T = M f$

$\Rightarrow \frac{1000P}{v} - \lambda M - T = \frac{M}{m}(T - \lambda m)$

$\Rightarrow T = \frac{1000mP}{(M+m)v} \text{ N.}$

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $-i+2j$ හා $2\alpha i+\alpha j$ යනු පිළිවෙළින් O අවල මූලාසනයට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු; මෙහි $\alpha(>0)$ නියතයකි. අදිග ගුණිතය භාවිතයෙන්, $\hat{AOB} = \frac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.
- C යනු $OACB$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකය y -අක්ෂය දිගේ පිහිටයි නම්, α හි අගය සොයන්න.

$$\text{තිත් ගුණිතය : } \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = (-i+2j) \cdot (2\alpha i+\alpha j)$$

$$= -2\alpha + 2\alpha = 0$$

(5)

$$\therefore \hat{AOB} = \frac{\pi}{2} \quad (5)$$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$$

$$= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$= (-1+2\alpha)i + (2+\alpha)j \quad (5)$$

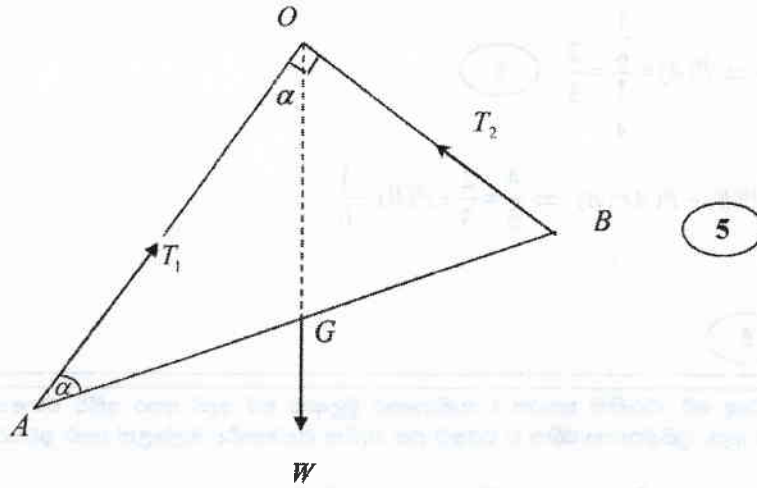
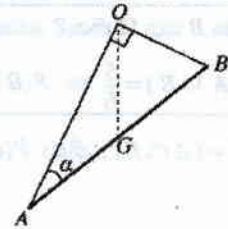
$$\overrightarrow{OC}, y\text{-අක්ෂය මත පිහිටයි.} \Rightarrow (1-2\alpha) = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$$

(5)

25

6. OA හා OB සැහැල්ලු අවිභ්‍යාස තන්තු දෙකක් මගින් O අවල ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලන ලද දිග $2a$ හා බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතී. G යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ හා $\angle OAB = \alpha$ බව දී ඇත. $\angle OAG = \alpha$ බව පෙන්වා, තන්තු දෙකෙහි ආතති සොයන්න.



$\angle AOB = \frac{\pi}{2}$, බැවින් A , O සහ B තරහා යන විෂ්කම්භය AB වන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය G වේ.

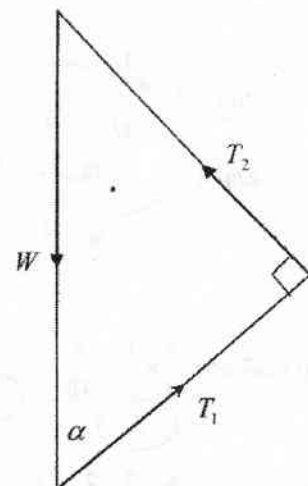
$\therefore AG = OG$.

$\Rightarrow \angle OAG = \angle OBG = \alpha$. (5)

$\overrightarrow{AO}$ හා $\overrightarrow{BO}$ දිගේ විභේදනයෙන් (5)

$T_1 = W \cos \alpha$. (5)

$T_2 = W \sin \alpha$. (5)



25

7. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අත්‍යන්තයෙන්, $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$, $P(A' \cup B') = \frac{5}{6}$ හා $P(B | A) = \frac{1}{4}$ බව දී ඇත. $P(A)$ හා $P(B)$ සොයන්න.

$A' \cup B' = (A \cap B)'$, නිසා $P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B)$ වේ.

$$\therefore P(A \cap B) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}.$$

5

දැන් $P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow P(A) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}} = \frac{2}{3}.$

5

තවද, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{2}{3} + P(B) - \frac{1}{6}$

5

$$\Rightarrow P(B) = \frac{4}{5} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{10}.$$

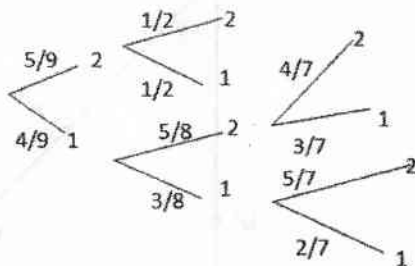
5

8. මල්ලක, කෘඩි නවයක් අඩංගු වේ. ඒවායින් හතරක 1 සංඛ්‍යාංකය මුද්‍රණය කර ඇති අතර ඉතිරි ඒවායේ 2 සංඛ්‍යාංකය මුද්‍රණය කර ඇත. ප්‍රතිස්ථාපන රහිත ව වරකට එක් බැගින් සසම්භාවීව මල්ලෙන් කෘඩි ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) ඉවතට ගත් පළමු කෘඩි දෙකෙහි සංඛ්‍යාංකයන්හි එකතුව හතර වීමේ,

(ii) ඉවතට ගත් පළමු කෘඩි තුනෙහි සංඛ්‍යාංකයන්හි එකතුව තුන වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.



(i) පිළිතුර = $\frac{5}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{18}.$

5

5

(ii) පිළිතුර = $\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{21}.$

10

5

25

9. නිරීක්ෂණ සහයක අගයන් a, a, b, b, x හා y වේ; මෙහි a, b, x හා y යනු ප්‍රමිතික ධන නිඛිල වන අතර $a < b$ වේ. මෙම නිරීක්ෂණ තයෙහි මාතෘයන් මොනවා ද?

මෙම මාතෘයන්හි ඵලසාරය හා ගුණිතය පිළිවෙළින් x හා y බව දී ඇත. නිරීක්ෂණ තයෙහි මධ්‍යන්‍යය $\frac{7}{2}$ වේ නම්, a හා b සොයන්න.

මාතෘයන් a සහ b වේ.

5

$a + b = x$ බව සහ $ab = y$ බව දී ඇත.

මධ්‍යන්‍යය $\frac{7}{2}$ නිසා, $\frac{2a + 2b + x + y}{6} = \frac{7}{2}$ වේ.

5

$\therefore 3a + 3b + ab = 21$ ----- (1)

5

(1) $\Rightarrow ab$ යන්න 3න් බෙදෙන අතර $ab \geq 3$.

තවද (1) $\Rightarrow a + b \leq 6$.

5

$1 < a < b$ නිසා

$a = 2$ $b = 3$ වේ.

5

25

10. $x_1, x_2, \dots, x_{16}$ යන සංඛ්‍යා දහයෙහි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව පිළිවෙළින් 10 හා 9 වේ. x_{16} සංඛ්‍යාව ඉවත් කිරීමෙන් පසු ඉතිරි වන සංඛ්‍යා නවයෙහි ද මධ්‍යන්‍යය 10 බව දී ඇත. මෙම සංඛ්‍යා නවයෙහි විචලතාව සොයන්න.

$$\text{මධ්‍යන්‍යය} = 10 \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = 10.$$

5

$$\text{විචලතාව} = 9 \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10} - 10^2 = 9 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1090.$$

5

$$\text{පළමු සංඛ්‍යා 9 හි මධ්‍යන්‍යය} = 10 \Rightarrow x_{16} = 10.$$

5

$$\therefore \sum_{i=1}^9 x_i^2 = 990.$$

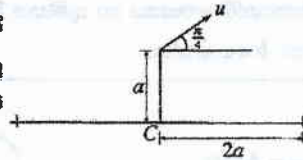
5

25

$$\therefore \text{පළමු සංඛ්‍යා 9 හි විචලතාව} = \frac{990}{9} - 10^2 = 10.$$

5

11. (a) උස a වූ සිරස් කුළුණක පාදය, සිරස් පොළොව මත වූ අරය $2a$ වන වෘත්තාකාර පොකුණක C කේන්ද්‍රයෙහි ඇත. කුළුණ මුදුනේ සිට සිරසෙන් ඉහළට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් u වේගයක් සහිත ව කුඩා ගලක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. (රූපය බලන්න.) ගල, ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය වී C සිට R දුරකින් C තරහ වූ සිරස් තලයෙහි වැටේ. $gR^2 - u^2R - u^2a = 0$ සමීකරණය මගින් R දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.



u, a හා g ඇසුරෙන් R සොයා, $u^2 > \frac{4}{3}ga$ නම්, ගල පොකුණ තුළට නොවැටෙන බව අපෝහනය කරන්න.

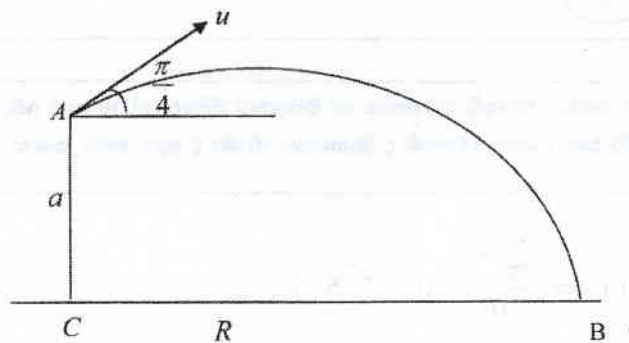
(b) S නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව $u \text{ km h}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට යාත්‍රා කරයි. B බෝට්ටුවක සිට බටහිරින් දකුණට θ කෝණයකින් $l \text{ km}$ දුරක නැව තිබෙන මොහොතේ දී බෝට්ටුව, නැව හමුවන අපේක්ෂාවෙන්, පොළොවට සාපේක්ෂව $v \text{ km h}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක ගමන් කරයි; මෙහි $u \sin \theta < v < u$ වේ. නැව හා බෝට්ටුව ඒවායේ වේග හා පෙත් නොවෙනස්ව පවත්වා ගන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, පොළොවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවට ගත හැකි චලිත දිශා දෙක අතර කෝණය කිරීම සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න.

පොළොවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවට ගත හැකි චලිත දිශා දෙක අතර කෝණය $\pi - 2\alpha$ බව පෙන්වන්න;

මෙහි $\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{u \sin \theta}{v} \right)$ වේ.

මෙම පෙත් දෙක දිගේ නැව හමුවීම සඳහා බෝට්ටුව ගනු ලබන කාල, පැය t_1 හා පැය t_2 යැයි ගනිමු.

$t_1 + t_2 = \frac{2lu \cos \theta}{u^2 - v^2}$ බව පෙන්වන්න.



$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \text{ යෙදීමෙන්,}$$

$$\rightarrow A \text{ සිට } B \text{ දක්වා: } R = u \cos \frac{\pi}{4} \cdot t = \frac{ut}{\sqrt{2}} \quad (1) \quad (5)$$

$$\uparrow A \text{ සිට } B \text{ දක්වා } -a = u \sin \frac{\pi}{4} t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2) \quad (10)$$

$$(1) \text{ හා } (2) \Rightarrow -a = R - \frac{1}{2}g \frac{2R^2}{u^2} \quad (5)$$

$$\Rightarrow gR^2 - u^2R - u^2a = 0 \quad (5)$$

25

$$\sin \alpha = \frac{QA}{QR_2} = \frac{u \sin \theta}{v} \quad (5)$$

$$\therefore \alpha = \sin^{-1} \left(\frac{u \sin \theta}{v} \right).$$

15

$$t_1 + t_2 = \frac{l}{PR_1} + \frac{l}{PR_2} = \frac{l(PR_1 + PR_2)}{PR_1 \cdot PR_2}.$$

5

$$PR_1 = PA - AR_1$$

$$= u \cos \theta - \sqrt{v^2 - u^2 \sin^2 \theta} \quad (10)$$

$$PR_2 = PA + AR_2$$

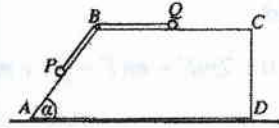
$$= u \cos \theta + \sqrt{v^2 - u^2 \sin^2 \theta} \quad (10)$$

$$\therefore t_1 + t_2 = \frac{l \cdot 2u \cos \theta}{u^2 \cos^2 \theta - (v^2 - u^2 \sin^2 \theta)} \quad (5)$$

$$= \frac{2lu \cos \theta}{u^2 - v^2} (\because \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1) \quad (5)$$

35

12.(a) රූපයෙහි දැක්වෙන $ABCD$ ක්‍රමයෙහි, ස්කන්ධය $2m$ වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔත්තේ යන සිරස් හරස්කඩයි. AD හා BC රේඛා සමාන්තර වන අතර AB රේඛාව එය අඩංගු මූලිකයෙහි උපරිම ඔවුම් රේඛාවක් වේ. තව ද $AB = 2a$ ද $\angle BAD = \alpha$ ද වේ; මෙහි $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ හා $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ වේ. AD අගස් මූලිකයක සුමට තිරස් ගෙඩිමත් මත ඇතිව කුට්ටිය තබනු ලබයි. දිග $l (> 2a)$ වූ සැහැල්ලු

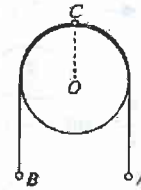


අවිභ්‍යාස තත්ත්වයක් B හි පිහිටි කුඩා සුමට කප්පියක් උඩින් යන අතර එහි එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ද අනෙක් කෙළවරට එම m ස්කන්ධය ම සහිත වෙනත් Q අංශුවක් ද ඇඳ ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි P අංශුව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ ද Q අංශුව BC මත ද තබා තත්ත්ව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

ගෙඩිමට සාපේක්ෂව කුට්ටියේ ත්වරණය $\frac{4}{17}g$ බව පෙන්වා, කුට්ටියට සාපේක්ෂව P හි ත්වරණය සොයන්න.

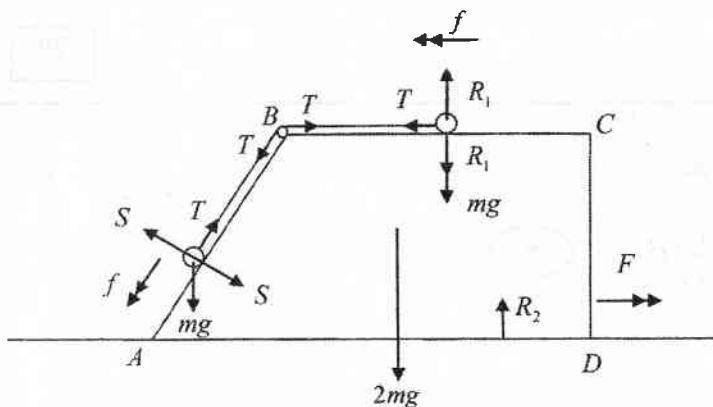
තව ද P අංශුව A කරා ළඟා වීමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{17a}{5g}}$ බව පෙන්වන්න.

(b) එක එකක ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක් දිග $l (> 2\pi a)$ වූ සැහැල්ලු අවිභ්‍යාස තත්ත්වයක දෙකෙළවරට ඇඳුනු ලැබේ. ස්කන්ධය $2m$ වූ C අංශුවක් තත්ත්වයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ඇඳුනු ලැබේ. කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ අවල සුමට ගෝලයක උඩවිතම ලක්ෂ්‍යයෙහි C අංශුව ඇතිව ද A හා B අංශු O කුළුන් වූ සිරස් තලයක නිදහසේ චලිතයෙන් ද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තත්ත්වය ගෝලය මගින් තබා ඇත. සරල රේඛීය පෙතක A අංශුව පහළට චලනය වන පරිදි C අංශුවට ගෝලය මත එම සිරස් තලයේ ම කුඩා විස්ථාපනයක් දෙනු ලැබේ. C අංශුව ගෝලය සමඟ ස්පර්ශව ඇතිනම් $\theta^2 = \frac{8}{a}(1 - \cos \theta)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි θ යනු OC හැරි තිබෙන කෝණය වේ.



$\theta = \frac{\pi}{3}$ වන විට C අංශුව, ගෝලය අතහැර යන බව තහවුරු කළ පෙන්වන්න.

(a)



10

5

$a(P, \text{Block}) = f$ යැයි ගනිමු. එවිට $a(Q, \text{Block}) = f$

තවද $f(\text{Block}, E) = F$

$F = ma$: යෙදීමෙන්

පද්ධතියට $\rightarrow 0 = 2mF + m(F - f) + m(F - f \cos \alpha)$ (10)

$$\Rightarrow 0 = 4F - f - f \times \frac{3}{5}$$

$\therefore f = \frac{5F}{2}$ ----- (1) (5)

P අංශුවට $\swarrow mg \sin \alpha - T = m(f - F \cos \alpha)$ ----- (2) (10)

Q අංශුවට $\leftarrow T = m(f - F)$ ----- (3) (10)

(2) + (3) $\Rightarrow mg \times \frac{4}{5} = m(f - F) + m(f - F \times \frac{3}{5})$ (5)

$$\Rightarrow 4g = 5f - 5F + 5f - 3F$$

$\Rightarrow 4g = 10f - 8F$ (5)

ඇත් (1) $\Rightarrow 4g = 25F - 8F$

$\Rightarrow F = \frac{4}{17}g$ (5)

(1) $\Rightarrow f = \frac{10g}{17}$ (5)

70

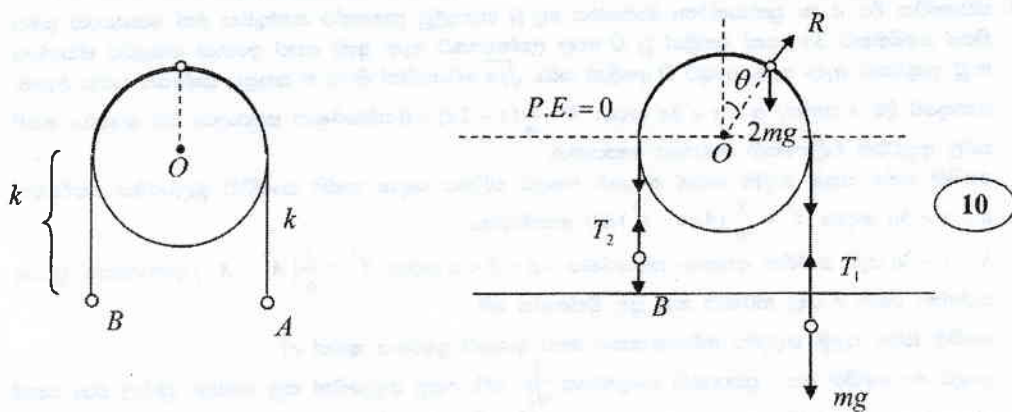
$s = ut + \frac{1}{2}at^2$: $\swarrow$ යෙදීමෙන්

(P, B) හි චලිතය සඳහා : $a = 0 + \frac{1}{2}ft^2$ (5)

$\therefore t = \sqrt{\frac{2a}{\frac{10g}{17}}} = \sqrt{\frac{17a}{5g}}$ (5)

10

(b)



ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන්

$$\frac{1}{2} \times 2m \times (a\dot{\theta})^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times m \times (a\dot{\theta})^2 + 2mga \cos \theta - mg(k - a\theta) - mg(k + a\theta) = -2mgk + 2mga$$

25 { PE 10
KE 10
Equation 5

$$\Rightarrow 2a\dot{\theta}^2 = -2g \cos \theta + 2g \quad 10$$

$$\therefore \dot{\theta}^2 = \frac{g}{a} (1 - \cos \theta).$$

45

$$\underline{F = ma}:$$

C සඳහා ↗; $R - 2mg \cos \theta = -2m \cdot a\dot{\theta}^2 \quad 10$

$$\Rightarrow R = 2mg \cos \theta - 2mg(1 - \cos \theta)$$

$$= 2mg(2 \cos \theta - 1). \quad 5$$

$$\Rightarrow \theta \text{ වැඩි වන විට } R \text{ අඩු වන අතර } \cos \theta = \frac{1}{2} \text{ වන විට } R = 0 \text{ වේ.} \quad 5$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{3} \text{ වන විට } C \text{ ශේලය හැර යයි.} \quad 5$$

25

13. ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් ගෙඩිමකට $3a$ උසක් ඉහළින් වූ O අවල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳ ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට ඇඳ ඇත. අංශුව O අසලින් තබා, $\sqrt{ga}$ වේගයකින් තිරස් ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තන්තුවේ දිග x යන්න, $a \leq x < 3a$ සඳහා $\ddot{x} + \frac{g}{a}(x - 2a) = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වා මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සොයන්න.

ගෙඩිම සමග පළමු ගැටුම තෙක් අංශුවේ පහළට චලිතය සඳහා ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් $a \leq x < 3a$ සඳහා $\dot{x}^2 = \frac{g}{a}(4ax - x^2)$ බව පෙන්වන්න.

$X = x - 2a$ යැයි ගනිමින් අවසාන සමීකරණය $-a \leq X < a$ සඳහා $\dot{X}^2 = \frac{g}{a}(a^2 - X^2)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි A යනු නිර්ණය කළ යුතු විස්තාරය වේ.

ගෙඩිම සමග පළමු ගැටුමට මොහොතකට පෙර අංශුවේ ප්‍රවේගය කුමක් ද?

අංශුව හා ගෙඩිම අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{\sqrt{3}}$ වේ. පළමු ගැටුමෙන් පසු තන්තුව බුරුල් වන තෙක් අංශුවේ උඩු අත් චලිතයට $-a \leq X < a$ සඳහා $\dot{X}^2 = \frac{g}{a}(a^2 - X^2)$ බව දී ඇත; මෙහි B යනු මෙම නව සරල අනුවර්තී චලිතයේ නිර්ණය කළ යුතු විස්තාරය වේ.

ඉහතින් විස්තර කරන ලද යම් අත් උඩු අත් සරල අනුවර්තී චලිතවල අංශුව යෙදෙන මුළු කාලය $\frac{5\pi}{6} \sqrt{\frac{a}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

$a \leq x < 3a$: සඳහා

$$T = \frac{mg}{a}(x - a) \quad (5)$$

$F = ma$: යෙදීමෙන්

$$m \text{ සඳහා} \quad \downarrow; mg - T = m \ddot{x} \quad (10)$$

$$\Rightarrow mg - \frac{mg}{a}(x - a) = m \ddot{x}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{g}{a}(x - 2a) = 0. \quad (5)$$

$\ddot{x} = 0$ මගින් කේන්ද්‍රය දෙනු ලැබේ. i.e. $x = 2a$.

(5)

(5)

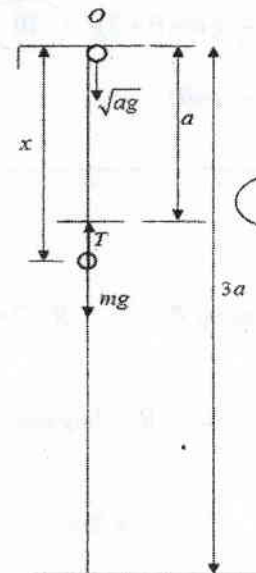
එම නිසා C , හි කේන්ද්‍රය පවතී. මෙහි C යනු $OC = 2a$ වූ O ට සිරස්ව පහළින් පිහිටන ලක්ෂ්‍යයයි.

35

$$\text{ශක්ති සංස්ථිතියෙන්: } \frac{1}{2}m(ga) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx + \frac{1}{2}mg \frac{(x - a)^2}{a} \quad (20)$$

$$ga = \dot{x}^2 - 2gx + \frac{g}{a}(x^2 - 2ax + a^2)$$

$$\dot{x}^2 = 2gx - \frac{g}{a}x^2 + 2gx$$



$$\dot{x}^2 = \frac{g}{a}(4ax - x^2) \text{ for } a \leq x < 3a$$

5

25

$$X = x - 2a \Rightarrow \dot{X} = \dot{x}$$

5

$$\text{නවය } a \leq x < 3a \Leftrightarrow -a \leq X < a.$$

$$\dot{X}^2 = \frac{g}{a}\{4a(X + 2a) - (X + 2a)^2\}$$

5

$$= \frac{g}{a}\{4a^2 - X^2\} \text{ for } -a \leq X < a$$

5

$$\therefore A = 2a.$$

5

20

↓ v යනු ගැටුමට පෙර අංශුවේ ප්‍රවේගය ලෙස ගන්න.

$$\text{එවිට } v^2 = \frac{g}{a}(4a^2 - a^2) = 3ga$$

5

$$\therefore v = \sqrt{3ga}.$$

5

10

$$\text{නිව්ටන් ගේ ප්‍රත්‍යාගතී නියමයෙන් ගැටුමට පසු ප්‍රවේගය } \uparrow = \sqrt{ga} \left(\because e = \frac{1}{\sqrt{3}} \right).$$

10

$$\dot{X}^2 = \frac{g}{a}(B^2 - X^2)$$

$$X = a \text{ වන විට } \dot{X} = \sqrt{ga} \text{ වේ.}$$

$$ga = \frac{g}{a}(B^2 - a^2)$$

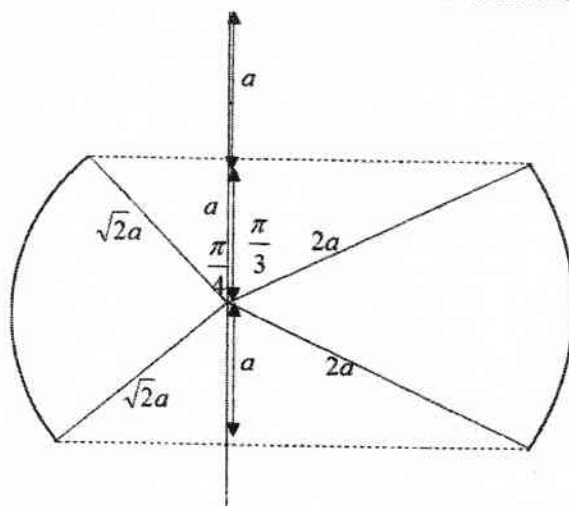
5

$$\Rightarrow B = \sqrt{2}a.$$

5

20

10



15

$$\sqrt{\frac{g}{a}} t_1 = \frac{\pi}{3}, \text{ නිසා } t_1 = \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{a}{g}} \text{ වේ.}$$

5

$$\sqrt{\frac{g}{a}} t_2 = \frac{\pi}{2}, \text{ නිසා } t_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{a}{g}} \text{ වේ.}$$

5

$$\therefore t_1 + t_2 = \frac{5\pi}{6} \sqrt{\frac{a}{g}}$$

5

35

14. (a) A හා B සමග ඒක රේඛීය නොවන O අවල මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ප්‍රතිත්ත ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ. O අනුබද්ධයෙන් C ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{c} = (1 - \lambda)\underline{a} + \lambda\underline{b}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $0 < \lambda < 1$ වේ.

$\overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{CB}$ දෛශික $\underline{a}$, $\underline{b}$ හා λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

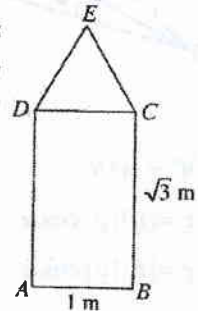
ඒ නමින්, C ලක්ෂ්‍යය AB රේඛා ඛණ්ඩය මත පිහිටන බවක් $AC : CB = \lambda : (1 - \lambda)$ බවත් පෙන්වන්න.

දැන්, OC රේඛාව AOB කෝණය සමච්ඡේදනය කරන්නේ යැයි සිතමු. $|\underline{b}|(\underline{a} \cdot \underline{c}) = |\underline{a}|(\underline{b} \cdot \underline{c})$ බව පෙන්වා ඒ නමින්, λ සොයන්න.

(b) රූපයෙහි $ABCD$ යනු $AB = 1$ m හා $BC = \sqrt{3}$ m වූ සාජුකෝණාස්‍රයක් වන අතර CDE යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. විශාලත්වය නිර්වචන $5, 2\sqrt{3}, 3, 4\sqrt{3}$, P හා Q වූ බල පිළිවෙළින් BA, DA, DC, CB, CE හා DE දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරයි. මෙම බල පද්ධතිය යුග්මයකට උෂ්ණතය වේ.

$P = 4$ හා $Q = 8$ බව පෙන්වා, මෙම යුග්මයේ ඝූර්ණය සොයන්න. දැන්, BA හා DA දිගේ ක්‍රියාකරන බලවල විශාලත්ව එලෙසම තිබිය දී ඒවායේ දිශා ප්‍රතිවර්තය කරනු ලැබේ. නව පද්ධතිය විශාලත්වය නිර්වචන $2\sqrt{37}$ සහිත තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට උෂ්ණතය වන බව පෙන්වන්න.

මෙම සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියාරේඛාව දික් කළ BA හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුර $\frac{7}{4}$ m බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.



14. (a) $\overrightarrow{OA} = \underline{a}, \overrightarrow{OB} = \underline{b}$ සහ $\overrightarrow{OC} = \underline{c}$

5

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \underline{c} - \underline{a} = (1 - \lambda)\underline{a} + \lambda\underline{b} - \underline{a}$ 5

$= \lambda(\underline{b} - \underline{a})$.

5

$\overrightarrow{CB} = \underline{b} - \underline{c} = \underline{b} - (1 - \lambda)\underline{a} - \lambda\underline{b}$ 5

$= (1 - \lambda)(\underline{b} - \underline{a})$.

5

25

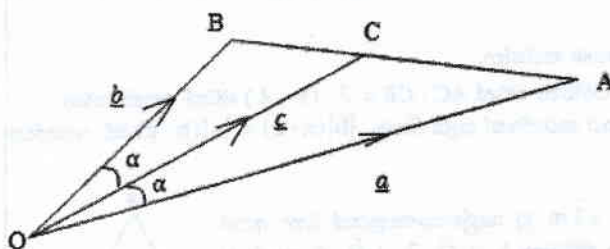
$\overrightarrow{AC} = \frac{\lambda}{(1 - \lambda)} \overrightarrow{CB}$ 5

5

$\therefore C$ යන්න AB මත පිහිටන අතර $\frac{AC}{CB} = \frac{\lambda}{(1 - \lambda)}$

i.e. $AC : CB = \lambda : (1 - \lambda)$ 5

15



$$\angle BOC = \angle AOC$$

$$\underline{a} \cdot \underline{c} = |\underline{a}| |\underline{c}| \cos \alpha \quad (5)$$

$$\underline{b} \cdot \underline{c} = |\underline{b}| |\underline{c}| \cos \alpha \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{\underline{a} \cdot \underline{c}}{|\underline{a}|} = \frac{\underline{b} \cdot \underline{c}}{|\underline{b}|} \quad (5)$$

$$\Rightarrow |\underline{b}| (\underline{a} \cdot \underline{c}) = |\underline{a}| (\underline{b} \cdot \underline{c}) \quad (5)$$

20

(5)

$$\Rightarrow |\underline{b}| \{ (1-\lambda) |\underline{a}|^2 + \lambda \underline{a} \cdot \underline{b} \} = |\underline{a}| \{ (1-\lambda) \underline{a} \cdot \underline{b} + \lambda |\underline{b}|^2 \} \quad (5)$$

(5)

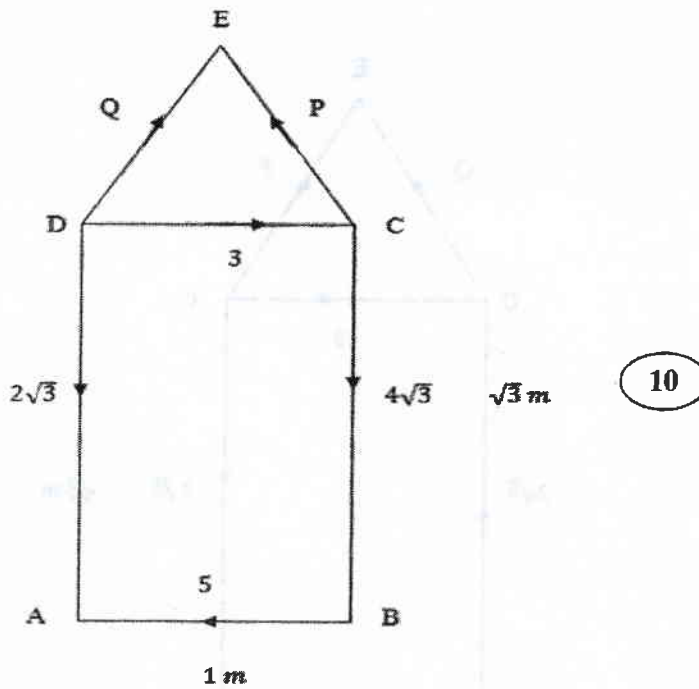
$$(1-\lambda) |\underline{a}| \{ |\underline{a}| |\underline{b}| - \underline{a} \cdot \underline{b} \} = \lambda |\underline{b}| \{ |\underline{a}| |\underline{b}| - \underline{a} \cdot \underline{b} \}$$

$$(1-\lambda) |\underline{a}| = \lambda |\underline{b}|$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{|\underline{a}|}{|\underline{a}| + |\underline{b}|} \quad (\because \underline{a} \text{ හා } \underline{b} \text{ ප්‍රතින්ත සහ ඒකරේඛීය නොවේ..})$$

15

(b)



පද්ධතිය යුග්මයකට උභයන්‍ය වන නිසා,

$$\rightarrow 3 - 5 + Q \cos 60^\circ - P \cos 60^\circ = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow P - Q = -4, \quad \text{සහ} \quad (5)$$

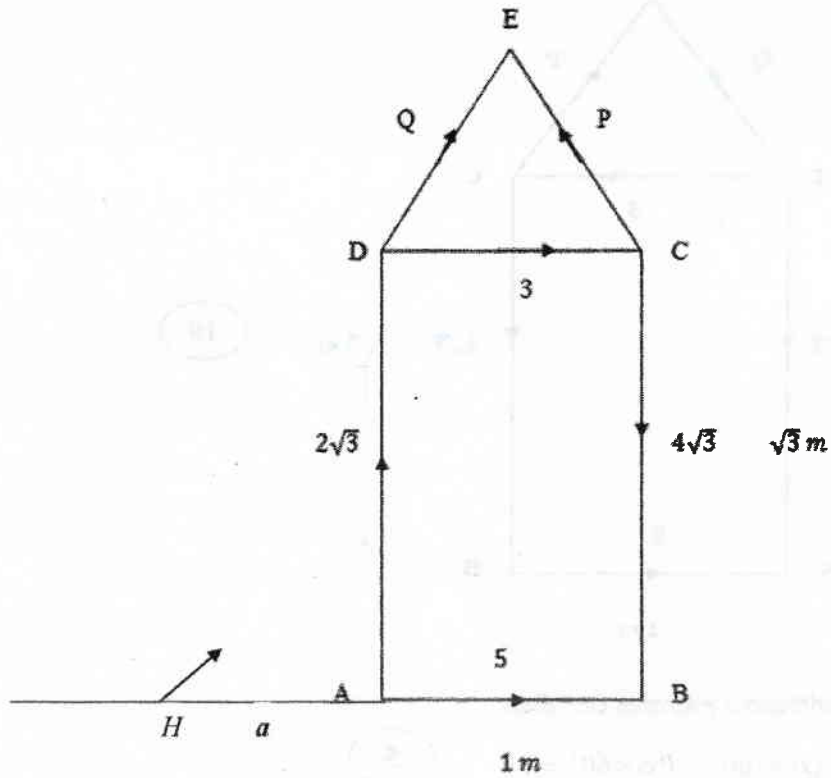
$$\uparrow -2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + Q \sin 60^\circ + P \sin 60^\circ = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow P + Q = 12 \quad (5)$$

$$\therefore P = 4 \text{ and } Q = 8. \quad (5)$$

$$E \curvearrowright \text{ යුග්මයේ සුර්ණය } = 7\sqrt{3} \text{ Nm} \quad (10)$$

45



$$\rightarrow X = 5 + 3 + 8 \cos 60^\circ - 4 \cos 60^\circ = 10 \quad (5)$$

$$\uparrow Y = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 8 \sin 60^\circ + 4 \sin 60^\circ = 4\sqrt{3} \quad (5)$$

$$R = \sqrt{100 + 48} = 2\sqrt{37} \quad (5)$$

15

H යනු දික් කල BA, සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව හමුවන ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු.

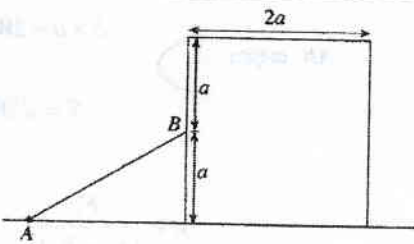
$$-6\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1+a) + \sqrt{3}(3+4-2) = 0 \quad (10)$$

$$-6a + 2 + 2a + 5 = 0$$

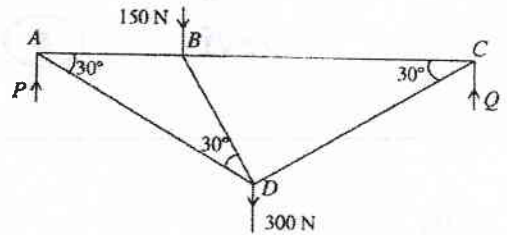
$$a = \frac{7}{4} m. \quad (5)$$

15

15. (a) බර W හා පැත්තක දිග $2a$ වන ඒකාකාර ඝනකාකාර කුට්ටියක් රළු තිරස් ගෙඩිමින් මත තබා ඇත. බර $2W$ හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක A කෙළවර තිරස් ගෙඩිමෙහි ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇති අතර B කෙළවර ඝනකයේ සුමට තිරස් මුහුණතකට එරෙහිව එහි කේන්ද්‍රයේ තබා ඇත. දණ්ඩ ඔස්සේ යන සිරස් තලය කුට්ටියේ එම තිරස් මුහුණතට ලම්භ වන අතර පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ පවතී. (අදාළ සිරස් තරස්කඩ සඳහා රූපය බලන්න.) ඝනකාකාර කුට්ටිය හා රළු තිරස් ගෙඩිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. $\mu \geq \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

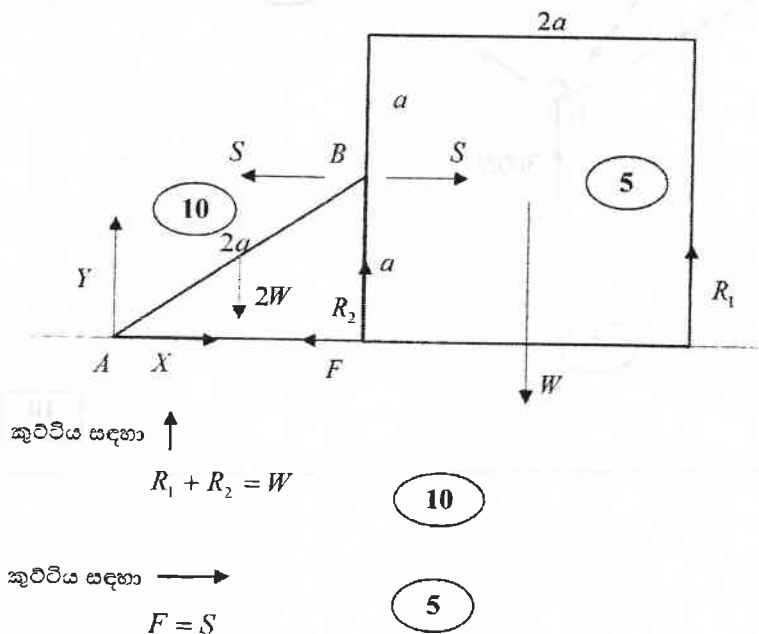


(b) කෙළවරවලින් නිදහසේ සන්ධි කරන ලද AB , BC , AD , BD හා CD සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ පෙන්වයි. $AB =$ මීටර a හා $BC =$ මීටර $2a$ වන අතර $\hat{B}AD = \hat{B}DA = \hat{B}CD = 30^\circ$ වේ. රාමු සැකිල්ලට B හි දී 150 N හා D හි දී 300 N භාර යොදා ඇත. එය AB හා BC තිරස් වන පරිදි පිළිවෙළින් A හා C හි දී යොදන ලද P හා Q සිරස් බල දෙකකින් ආධාර කරනු ලැබ සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත. $P = 250\text{ N}$ බව පෙන්වන්න.



බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ ඒ නයික්, සියලු ම දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.

(a)



AB සඳහා $\curvearrowright A$ $S \times a - 2W \times \frac{\sqrt{3}a}{2} = 0$ (10)

$\therefore S = \sqrt{3}W$ (5)

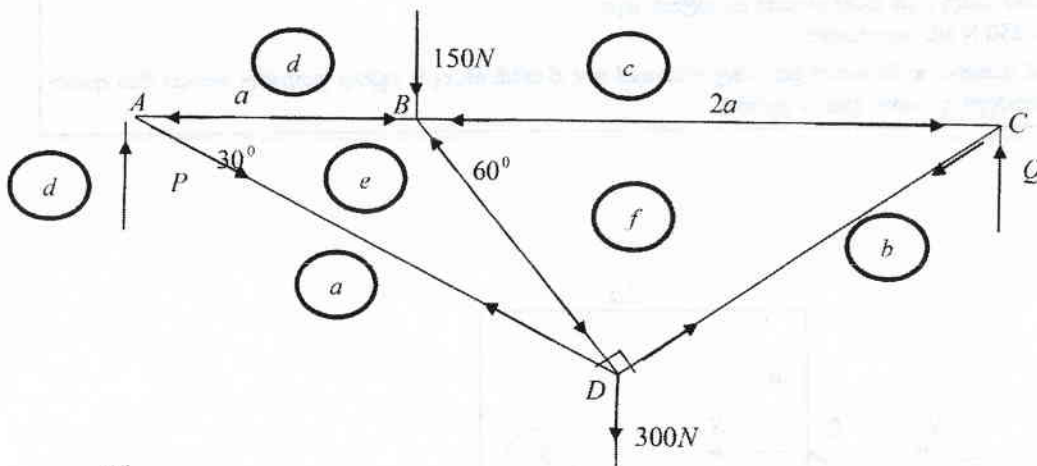
$\mu \geq \frac{|F|}{(R_1 + R_2)}$ (10)

$\mu \geq \frac{\sqrt{3}W}{W}$

$\mu \geq \sqrt{3}$ (5)

60

(b)

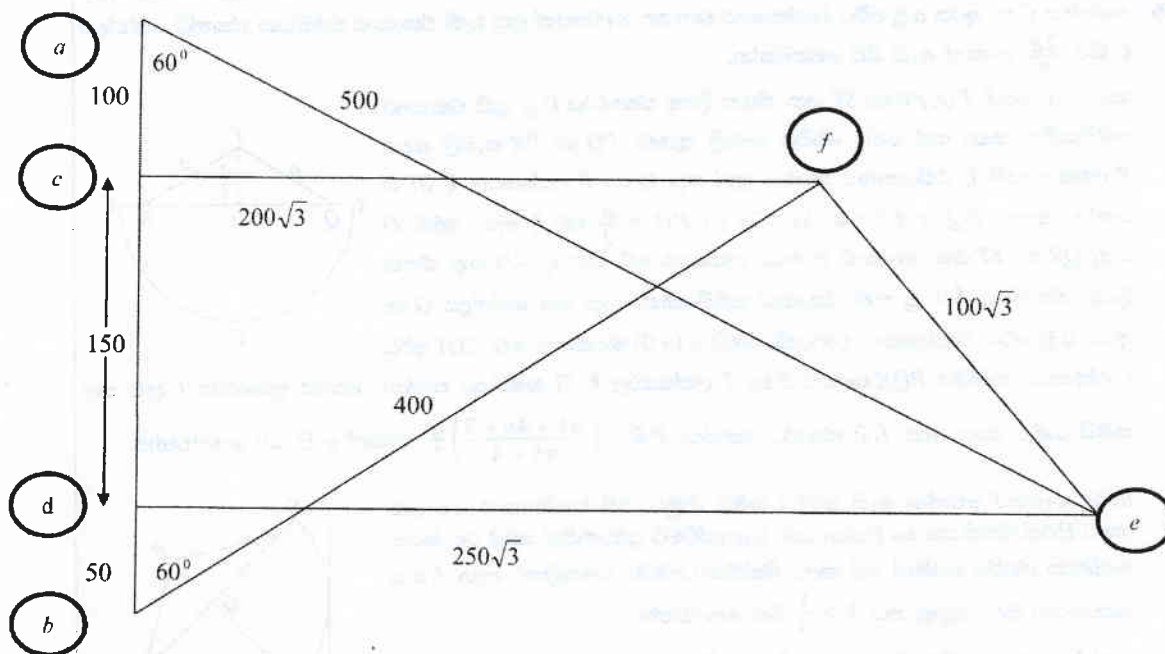


(c)

$150 \times 2a + 300 \left(2a - \frac{a}{2} \right) - P \cdot 3a = 0$ (5)

$\Rightarrow P = 250N$ (5)

10



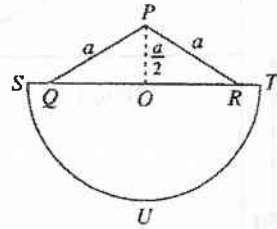
සන්ධි තුනට : **30**

දණ්ඩ	ආතතිය	තෙරපුම
AB		$250\sqrt{3} \text{ N}$ 10
BC		$200\sqrt{3} \text{ N}$ 10
CD	400 N 10	
DA	500 N 10	
DB		$100\sqrt{3} \text{ N}$ 10

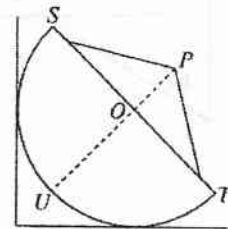
80

16. කේන්ද්‍රය C හා අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර වාපයක හැඩයෙන් යුත් තුනී ඒකාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය C සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ඇති බව පෙන්වන්න.

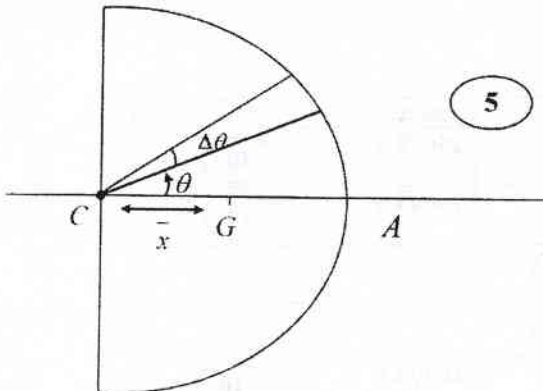
යාබද රූපයෙහි PQ, PR හා ST යනු, ඒකක දිගක ස්කන්ධය ρ වූ තුනී ඒකාකාර කම්බියකින් කපා ගත් සරල රේඛීය කැබලි තුනකි. PQ හා PR කැබලි දෙක P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී එකිනෙකට පාස්සා ඉන් පසු Q හා R ලක්ෂ්‍යවල දී ST ට පාස්සා ඇත. $PQ = PR = a$, $ST = 2a$ හා $PO = \frac{a}{2}$ බව දී ඇත; මෙහි O යනු QR හා ST යන දෙකෙහි ම මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. තව ද SUT යනු ඒකක දිගක ස්කන්ධය $k\rho$ වූ තුනී ඒකාකාර කම්බියකින් සාදා ගත් කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර වාපයකි; මෙහි $k (> 0)$ නියතයක් වේ. SUT අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බිය PQR තලයේ S හා T ලක්ෂ්‍යවල දී ST කම්බියට පාස්සා රූපයේ දැක්වෙන L දෘඩ තල කම්බි රාමුව සාදා ඇත. L හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය P සිට $\left(\frac{\pi k + 4k + 3}{\pi k + 4}\right) \frac{a}{2}$ දුරකින් ඇති බව පෙන්වන්න.



යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි L කම්බි රාමුව, එහි වෘත්තාකාර කොටස සුමට සිරස් බිත්තියක හා ලිස්සා යාම වැළැක්වීමට ප්‍රමාණවත් තරම් රළු තිරස් ගෙඩිමක ස්පර්ශ වෙමින්, එහි තලය බිත්තියට ලම්බව සමතුලිතව ඇත. L මත ක්‍රියාකරන බල ලකුණු කර $k > \frac{1}{4}$ බව පෙන්වන්න.



දැන් $k = 1$ යැයි ගනිමු. P ලක්ෂ්‍යයේ දී ස්කන්ධය m වන අංශුවක් L ට සම්බන්ධ කළ පසු ද ඉහත පිහිටීමේ ම සමතුලිතතාව පවත්වාගෙන යයි. $m < 3\rho a$ බව පෙන්වන්න.



5

සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, G , CA මත පිහිටයි සහ $OG = \bar{x}$

5

ρ යනු ඒකකදිගක ස්කන්ධය යැයි ගනිමු.

එවිට $\Delta m = a(\Delta\theta)\rho$ සහ $\bar{x} = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} a \rho a \cos\theta d\theta}{\pi a \rho} = \frac{a}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta$

$= \frac{a}{\pi} \cdot \sin\theta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{a}{\pi} \left[2 \sin \frac{\pi}{2} \right] = \frac{2a}{\pi}$

එනමින් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය C සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් පවතී.

35

වස්තුව	ස්කන්ධය	සිරස් දුර, P සිට ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට
PR	$a\rho$	$\frac{a}{4}$
PQ	$a\rho$	$\frac{a}{4}$
ST	$2a\rho$	$\frac{a}{2}$
SUT	$\pi a k \rho$	$\frac{a}{2} + \frac{2a}{\pi}$
සංයුක්ත වස්තුව	$(4 + \pi k)a\rho$	$\bar{x}_1$

සමමිතියෙන් L හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය P හා O යා කරණරේඛාව මත පිහිටයි.

5

ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ අර්ථ දැක්වීම මගින්,

$$(4a\rho + \pi a k \rho) \bar{x}_1 = 2a\rho \times \frac{a}{4} + 2a\rho \times \frac{a}{2} + \pi k \rho \times \left(\frac{a}{2} + \frac{2a}{\pi} \right) \quad (15)$$

$$\Rightarrow (4 + \pi k) \bar{x}_1 = \frac{a}{2} + a + \frac{\pi a k}{2} + 2ak \quad (5)$$

$$\Rightarrow \bar{x}_1 = \left(\frac{\pi k + 4k + 3}{\pi k + 4} \right) \frac{a}{2} \quad (5)$$

70

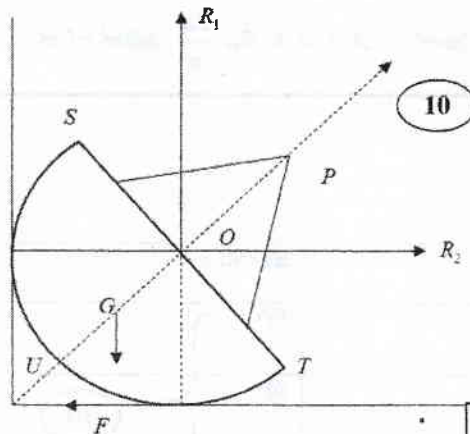
L රාමුව සමතුලිතතාවයෙන් දෙන ලද පිහිටීමේ නිබ්බන්ධ $\bar{x}_1 > \frac{a}{2}$ විය යුතුයි.

5

$$\text{i.e. } \left(\frac{\pi k + 4k + 3}{\pi k + 4} \right) \frac{a}{2} > \frac{a}{2} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \pi k + 4k + 3 > \pi k + 4.$$

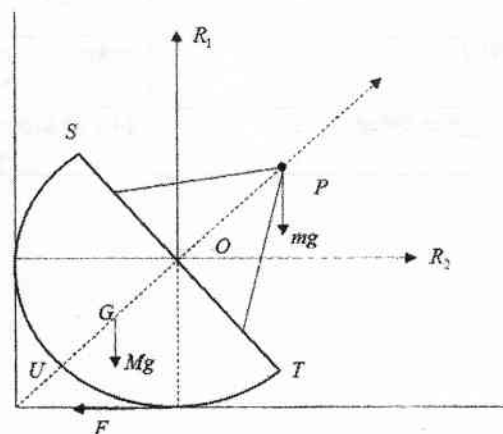
$$\Leftrightarrow k > \frac{1}{4} \quad (5)$$



$k=1$ යැයි ගනිමු.

$$\text{එවිට, } \bar{x}_1 = \left(\frac{\pi + 7}{\pi + 4} \right) \frac{a}{2}.$$

$\bar{x}_2$ යනු P සිට අනුක්‍රමික ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට ඇති දුර ලෙස ගන්න.



එවිට $[(4a\rho + \pi a \rho) + m]\overline{x_2} = (4a\rho + \pi a \rho)\overline{x_1}$. (5)

$$\Leftrightarrow [(4a\rho + \pi a \rho) + m]\overline{x_2} = (4a\rho + \pi a \rho) \left(\frac{\pi + 7}{\pi + 4} \right) \frac{a}{2}$$

$$\Leftrightarrow [(4a\rho + \pi a \rho) + m]\overline{x_2} = a\rho(\pi + 7) \frac{a}{2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{x_2} = \frac{a\rho(\pi + 7)}{[(4a\rho + \pi a \rho) + m]} \frac{a}{2} \quad (5)$$

ඉහත පිහිටුමේ සමතුලිතව පිහිටීමට $\overline{x_2} > \frac{a}{2}$ විය යුතු වේ. (5)

i.e. $\frac{a\rho(\pi + 7)}{[(4a\rho + \pi a \rho) + m]} \frac{a}{2} > \frac{a}{2}$

$$\Leftrightarrow a\rho(\pi + 7) > 4a\rho + \pi a \rho + m$$

$$\Leftrightarrow m < 3a\rho. \quad (5)$$

20

- 17.(a) A, B හා C යන මිශ්‍ර එක එකක, පාවිත් හැර දන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම, සුදු බෝල හා කළු බෝල පමණක් අඩංගු වේ. A මල්ලෙහි සුදු බෝල 4 ක් හා කළු බෝල 2 ක් ද B මල්ලෙහි සුදු බෝල 2 ක් හා කළු බෝල 4 ක් ද C මල්ලෙහි සුදු බෝල m හා කළු බෝල $(m+1)$ ක් ද අඩංගු වේ. මල්ලක් සම්භාවිත තෝරා ගෙන එකකට පසු ව අනෙක ලෙස ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් තොරව සසම්භාවිත බෝල දෙකක් එම මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. ඉවතට ගත් පළමු බෝලය සුදු හා ඉවතට ගත් දෙවන බෝලය කළු වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{5}{18}$ වේ. m හි අගය සොයන්න.

තව ද ඉවතට ගත් පළමු බෝලය සුදු හා ඉවතට ගත් දෙවන බෝලය කළු බව දී ඇති විට, C මල්ල තෝරා ගෙන තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

- (b) සීමාසන් 100 ක කණ්ඩායමක්, සංඛ්‍යාන ප්‍රශ්නයකට ඔවුන්ගේ පිළිතුරු සඳහා ලබා ගත් ලකුණුවල ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙහි දැක්වේ.

ලකුණු පරාසය	සීමා සංඛ්‍යාව
0 - 2	15
2 - 4	25
4 - 6	40
6 - 8	15
8 - 10	5

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය μ හා සම්මත අපගමනය σ නිමානය කරන්න.

$K = \frac{3(\mu - M)}{\sigma}$ මගින් අර්ධ දැක්වෙන කුටිකය සංගුණකය K ද නිමානය කරන්න; මෙහි M යනු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය වේ.

(a)

X යනු පළමු බෝලය සුදු සහ දෙවන බෝලය කළු යැයි ගනිමු

5

මුළු සම්භාවිතා නියමයෙන්,

$$P(X) = P(X|A)P(A) + P(X|B)P(B) + P(X|C)P(C). \text{-----(1)}$$

$$P(X|A) = \frac{4}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15} \quad (10)$$

$$P(X|B) = \frac{2}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15} \quad (10)$$

$$P(X|C) = \frac{m}{(2m+1)} \cdot \frac{m+1}{2m} = \frac{(m+1)}{2(2m+1)} \quad (10)$$

$$\text{තවද, } P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}. \quad (5)$$

$$P(X) = \frac{5}{18}, \text{ නිසා}$$

$$(i) \Rightarrow \frac{5}{18} = \frac{4}{15} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{15} \times \frac{1}{3} + \frac{(m+1)}{2(2m+1)} \times \frac{1}{3} \quad (10)$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{8}{15} = \frac{(m+1)}{2(2m+1)} \quad (5)$$

$$\Rightarrow 3(2m+1) = 5(m+1)$$

$$\Rightarrow m = 2 \quad (5)$$

60

$$m = 2 \Rightarrow P(X|C) = \frac{3}{10} \quad (5)$$

බේයස් ප්‍රමේයයෙන්,

$$P(C|X) = \frac{P(X|C) P(C)}{P(X)} \quad (5)$$

$$= \frac{\frac{3}{10} \times \frac{1}{3}}{\frac{5}{18}} \quad (5)$$

$$= \frac{9}{25} \quad (5)$$

20

(b)

ලකුණු පරාසය	f	මාධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය x	x^2	fx	fx^2
0-2	15	1	1	15	15
2-4	25	3	9	75	225
4-6	40	5	25	200	1000
6-8	15	7	49	105	735
8-10	5	9	81	45	405
	$\sum f = 100$			$\sum fx = 440$	$\sum fx^2 = 2380$

$$\mu = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{440}{100} = 4.4 \quad (5)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f x^2}{\sum f} - \mu^2} \quad (5)$$

$$= \sqrt{\frac{2380}{100} - \left(\frac{44}{10}\right)^2} \quad (5)$$

$$= \sqrt{23.8 - 19.36} \quad (5)$$

$$= \sqrt{4.44}$$

$$\approx 2.11. \quad (5)$$

50

$$M = 4 + \frac{10}{40} \times 2 \quad (5)$$

$$= 4.5. \quad (5)$$

$$\kappa = \frac{3(4.4 - 4.5)}{2.11} \quad (5)$$

$$= -\frac{0.3}{2.11}$$

$$\approx -0.14. \quad (5)$$

20