සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.
All Rights Reserved

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

12 ශ්‍රේණිය | **සංයුක්ත ගණිතය - I** | **පිළිතුරු පත්‍රය**

A කොටසේ එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 25 බැගින් ප්‍රශ්න 10 ට ලකුණු = 10 x 25 = 250
B කොටසේ එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ප්‍රශ්න 05 කට ලකුණු = 5 x 150 = 750
මුළු ලකුණු = 750 + 250 = 1000

A කොටස

01. $f(n) = 9^n - 8^n - 1$

$n = 1$ විට $f(1) = 9 - 8 - 1 = 0 = 8.0$

$\therefore$ $n = 1$ විට 8 හි ගුණාකාරයකි.

$n = p$ විට සත්‍යබව උපකල්පනයෙන්,

$f(p) = 9^p - 8^p - 1$ යන්න 8 හි ගුණාකාරයකි.

$n = p + 1$ විට, $f(p + 1) = 9^{p+1} - 8^{p+1} - 1$

$= p[f(p) + 8^p + 1] - 8^{p+1} - 1$

$= 9f(p) + 8^p (9-8) + 8 = 9f(p) + 8^p + 8$

$f(p)$; 8 හි ගුණාකාරයක් නිසා, $f(p+1)$ ද 8 හි ගුණාකාර වේ.

$n = p = 1$ විට සත්‍ය වේ. ගණිත අභ්‍යුහන ක්‍රමය අනුව සියළු ධන පූර්ණ n ට සත්‍ය වේ.

02. $x^2 + ax + b = 0$ හි මූල 1, $\tan \alpha$ වේ.

$1 + \tan \alpha = -\alpha$, $1 \times \tan \alpha = b \Rightarrow \tan \alpha = b$

$$\tan (45^0 + \alpha) = \frac{\tan 45 + \tan \alpha}{1 - \tan 45 . \tan \alpha}$$

$$= \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{-a}{1 - b} = \frac{a}{b - 1}$$

03. $y = \sqrt{e^x + \sqrt{e^x + \sqrt{e^x + ...}}}$

$y^2 = e^x + \sqrt{e^x + \sqrt{e^x + ...}}$

$y^2 = e^x + y$

$$2y . \frac{dy}{dx} = e^x + \frac{dy}{dx}$$

$$(2y - 1)\frac{dy}{dx} = e^x$$

04. $\text{Cos} (\frac{\pi}{6} - \theta) = \text{Sin } \theta$

$\text{Cos} \frac{\pi}{6} . \text{Cos } \theta + \text{Sin} \frac{\pi}{6} . \text{Sin } \theta = \text{Sin } \theta$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ Cos} + \theta + \frac{1}{2} \text{Sin } \theta = \text{Sin } \theta$

$- \text{Sin } \theta = -\sqrt{3} \text{ Cos } \theta$

$\tan \theta = \sqrt{3}$

$\theta = \pi n + \frac{\pi}{3}$, $n \in Z$

05. $x^2 - 2x + 1 + k(x + 1) = 0$

$x^2 + (k - 2)x + k + 1) = 0$

$\Delta = (k - 2)^2 - 4(k + 1) = k^2 - 8k$

මූල තාත්වික මූල වීම සඳහා ≥ 0 විය යුතුයි.

$k^2 - 8k \geq 0$

$k(k - 8) \geq 0$

(+)	(-)	(+)
	0	8

$\therefore$ k ට අවශ්‍ය අගය කුලකය $k \leq 0$ හෝ $k \geq 8$

---

06. $y = 2|x| + x$

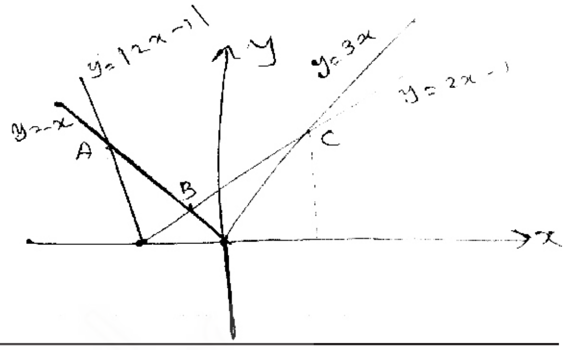
$$\Rightarrow y = \begin{cases} 3x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

A සඳහා $-(2x + 1) = -x \Rightarrow x = -1$

B සඳහා $2x + 1 = -x \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$

C සඳහා $2x + 1 = 3x \Rightarrow x = 1$

$\therefore$ විසඳුම $-1 < x < \frac{-1}{3}$ හෝ $x > 1$



---

07. $\frac{x^2 + x - 3}{(x^2 + 2)(x - 2)} = \frac{Ax + B}{x^2 + 2} + \frac{C}{x - 2}$

$x^2 + x - 3 = (Ax + B)(x - 2) + C(x^2 + 2)$

$x = 2$ විට, $C = \frac{1}{2}$

$x = 0$ විට, $B = 2$

x^2/ සංගුණක සමාන කළ විට $1 = A + C$

$A = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{x + 4}{2(x^2 + 2)} + \frac{1}{2(x - 2)}$

The National e-learning Portal for The General Education

---

08. $\text{Sin } 2x = \frac{2 \text{ Sin } x \cdot \text{Cos } x}{1} = \frac{2 \text{ Sin } x \cdot \text{Cos } x}{\text{Cos}^2 x + \text{Sin}^2 x}$

$\div \text{Cos}^2 x$,

$\text{Sin } 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{2t}{1 + t^2}$

එලෙසම $\text{Cos } 2x = \frac{\text{Cos}^2 x - \text{Sin}^2 x}{\text{Cos}^2 x + \text{Sin}^2 x} = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$

$\tan x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{2t}{1 + t^2}$

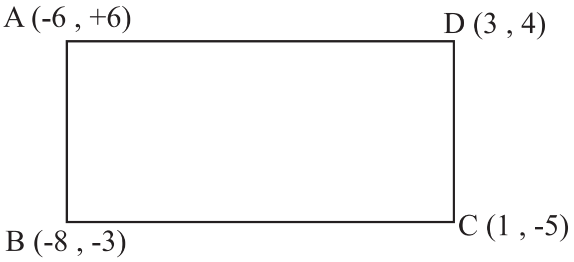
---

09. AB බෑවුම $= \frac{6 - (-3)}{-6 - (-8)} = \frac{9}{2}$

BC බෑවුම $= \frac{-3 - (-5)}{-8 - 1} = \frac{-9}{2}$

CD බෑවුම $= \frac{-5 - 4}{1 - 3} = \frac{9}{2}$

AD බෑවුම $= \frac{6 - 4}{-6 - 3} = \frac{-2}{9}$



$\frac{-9}{2} \times \frac{2}{9} = -1$ වන නිසා චතුරස්‍රයේ කෝණ හතරම සෘජු කෝණ වේ. $\therefore$ ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයක ශීර්ෂ වේ.

10. $\lim_{x\to 0} \dfrac{\text{Sin } 3x + x}{3x + \text{Sin } 5x} = \lim_{x\to 0} \dfrac{\dfrac{\text{Sin } 3x + 1}{x}}{3 + \dfrac{\text{Sin } 5x}{x}} = \lim_{x\to 0} \dfrac{\dfrac{3\,.\,\text{Sin } 3x + 1}{3x}}{3 + \dfrac{5 \text{ Sin } 5x}{5x}}$

$= \dfrac{3 \lim_{x\to 0} \dfrac{\text{Sin } 3x + 1}{3x}}{3 + 5 \lim_{x\to 0} \dfrac{\text{Sin } 5x}{x}} = \dfrac{3+1}{3+5} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$

B කොටස

11. (i) $x^2 + 2ax + b = 0 \quad y = x + \dfrac{1}{x}$ විට, $by^2 + 2a(1 + b)y + (1 - b)^2 + 4a^2 = 0$ බව,

ව.එල. $= by^2 + 2a(1 + b)y + (1 - b)^2 + 4a^2$

$= b \left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)^2 + (2a + 2ab) \left(\dfrac{x^2+1}{x}\right) + (b^2 + 4a^2 - 2b + 1)$

$= \dfrac{1}{x} \left[b\,(x^4 + 2ax^2 + 1) + (2a + 2ab)\,(x^3 + x) + x^2\,(b^2 + 4a^2 - 2b + 1)\right]$

$= \dfrac{1}{x} (x^2 + 2ax^2 + \text{b})\,(bx^2 + 2ab + 1) = \dfrac{1}{x^2} \text{ x } 0 \text{ x } (bx^2 + 2ax + 1) = 0$

= ද.පැ.

$\therefore\ \text{b}y^2 + 2a\,(1 + b)\,y + (1 - b)^2 + 4a^2 = 0$

$x^2 + 2ax + b = 0$ මූල α , β නම්,

$\alpha + \beta = -2a\ ,\ \alpha\beta = b$ සහ $\alpha^2 + -2a\alpha + b = 0$ ——①

$\beta^2 + 2a\beta + b = 0$ ——②

$y = \alpha + \dfrac{1}{\alpha}\ ,\ z = + \dfrac{1}{\beta}$

$y + z = (\alpha + \beta) + \dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta} = (\alpha + \beta) + \dfrac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$

$= \dfrac{(\alpha + \beta)}{\alpha\beta}\,(\alpha\beta + 1) = \dfrac{-2a}{b}\,(b + 1)$

ඉහත ප්‍රතිඵලයට අනුව,

① න්, $\quad by^2 + 2a\,(1 + b)\,y + (1 - b)^2 + 4a^2 = 0$ ——③

② න්, $\quad bz^2 + 2a\,(1 + b)\,z + (1 - b)^2 + 4a^2 = 0$ ——④

③ + ④ න්, $\quad b\,(y^2 + z^2) + 2a\,(1 + b)\,(y + z) + 2(1 - b)^2 + 8a^2 = 0$

$b\,(y^2 + z^2) + 2a\,(1 + b) \left[\dfrac{-2a}{b}\,(1 + b)\right] + 2\,(1 - b)^2 + 8a^2 = 0$

$b\,(y^2 + z^2) = \dfrac{4a^2}{b}(1 + b) - 2\,(1 - b)^2 + 8a^2$

$\left(\alpha + \dfrac{1}{\alpha}\right)^2 + \left(\beta + \dfrac{1}{\beta}\right)^2 = y^2 + z^2 = \dfrac{4a^2\,(1 + b^2) - 2b\,(1 - b)^2}{b^2}$

(ii) $\text{f}(x, y, z) = (x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$

$y = -x$ ආදේශයෙන්,

$\text{f}(x, y, z) = (x + y + z)^3 - x^3 - (x^3) - z^3 = z^3 - x^3 + x^3 - z^3$

$\therefore\ x + y$ යන්න $\text{f}(x, y, z)$ හි සාධකයකි.

$z = -y$ ආදේශයෙන්,

$\text{f}(x, y, z) = (x + y + 2z)^3 - (x^3) - y^3 - (-y^3) = x^3 - x^3 - y^3 + y^3 = 0$

$y + z$ සාධකයකි.

$y = -x$ විට මෙලෙසට, $\text{f}(x, y, z) = 0$

$\therefore\ z + x$ සාධකයකි.

$(x + y + z)^3 - x^3 - (x^3) - y^3 - z^3 = \lambda\,(x + y)\,(y + z)\,(z + x)$

$x = 0, y = 1, z = -2$ විට

$-1 - 1 + 8 = \lambda\ (1)\ (-1)\ (-2)$

$6 = 2\lambda$

$\lambda = 3$

$\therefore\ f(x, y, z) = 3\ (x + y)\ (y + z)\ (z + x)$

ඉහතින්, $f(x, y, z) = (x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = 3(x + y)\ (y + z)\ (z + x)$

$x = (b + c - a\ ,\ y = c + a - b,\ \ z = a + b - c$ විට,

$x + y + z = a + b + c$ වේ.

එවිට, $(a + b + c)^3 - (b + c - a) - (c + a - b) - (a + b - c)^3$

$= (x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$

$= 3(x + y) + (y + z)\ (z + x)$

$= 3.2\ c\ \text{x}\ 2a\ \text{x}\ 2b$

$= 24\ abc$

$\lambda = 24$

---

12. (i) $\log_a b = x\ ,\ \log_b a = y$ ද විට,

$b = a^x \quad a = b^y$

$b = (b^y)^x$

$xy = 1$

$\log_a b\ .\ \log_b a = 1$

$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

$\log_a b = x\ ,\ \log_c b = y$ සහ $\log_c a = z$ යැයි ගනිමු.

$b = a^x\ ,\ b = c^y\ ,\ a = c^z$

$a^x = c^y$

$(c^z)^x = c^y$

$c^{zx} = c^y$

$\therefore\ y = xz$

$x = \dfrac{y}{z}$

$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

(ii) $\log_3 x - 4 \log_x 3 + 3 = 0$ විසඳන්න.

$\log_3 x - \dfrac{4}{\log_3 x}\ 3 = 0$

$\log_3 x = y$ යැයි ගනිමු.

$y - \dfrac{4}{y} + 3 = 0$

$y^2 - 4 + 3y = 0$

$y^2 + 3y - 4 = 0$

$(y + 4)\ (y - 1) = 0$

$y = -4$ හෝ $y = 1$ වේ.

$\log_3 x = -4$ හෝ $\log_3 x = 1$

$x = 3^{-4}$ හෝ $x = 3$

$x = \dfrac{1}{81}$ හෝ $x = 3$

(iii) $3x^4 - 4x^4 - 14x^2 - 4x + 3 = 0$

$3x^2 - 4x - 14 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{3}{x^2} = 0$

$3\,(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 4\,(x + \frac{1}{x}) - 14 = 0$

$t = x + \frac{1}{x}$ ආදේශයෙන්,

$3\,(t^2 - 2) - 4t - 14 = 0$

$3t^2 - 4t - 20 = 0$

$(3t - 10)\,(t + 2) = 0$

$t = \frac{10}{3}$ හෝ $t = -2$

$x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$ හෝ $x + \frac{1}{x} = -2$

$\Rightarrow\ 3x^2 - 10x + 3 = 0$

$(3x - 1)\,(x - 3) = 0$

$x = \frac{1}{3}$ හෝ $x = 3$

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$(x + 1)^2 = 0$

$x = -1$ හෝ $x = -1$ වේ.

(iii) $\sqrt{x + 8} - \sqrt{x + 3} = \sqrt{2x - 1}$

දෙපසම වර්ග කිරීමෙන්,

$x + 8 - 2\sqrt{x + 8}\,.\sqrt{x + 3} + x + 3 = 2x - 1$

$-\,2\sqrt{x + 8}\,.\sqrt{x + 3} = -12$

$-\,2\sqrt{x + 8}\,.\ x + 3 = 6$

නැවත වර්ග කිරීමෙන්, $(x + 8)\,(x + 3) = 36$

$x2 + 11x - 12 = 0$

$(x - 1)\,(x + 12) = 0$

$x = 1$ හෝ $x = -12$

$x = 1$ විට, ව.එල. $\sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1$

ද.පැ. $= \sqrt{2 - 1} = 1$

$x = 1$ විට ව..... = ද. පැ.

$x = 1$ විසඳුමකි.

විට ව.පැ. $\sqrt{-4}\ \sqrt{-9}$ අතාත්විකයි.

$\therefore\ x = -12$ සමීකරණයේ විසඳුමක් නොවේ.

---

13. (i) $\left(\frac{3x + 4}{x - 6}\right)^2 < 1$

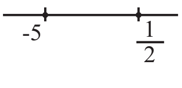
$\frac{(3x + 4)^2}{(x - 6)^2} < 1$

$(3x + 4)^2 < (x - 6)^2\ ;\ x \neq x\ 6$

$(3x + 4)^2 - (x - 6)^2 < 0$

$(2x + 10)\,(4x - 2) < 0$

$2(x + 5)\,(2x - 1) < 0$



$x \in (-5\,,\,\frac{1}{2})$

(ii) $E = a^2 + b^2 + c^2 - bc - ac - ab$ යැයි ගනිමු.

$2E = 2\,(a^2 + b^2 + c^2 - bc - ac - ab)$

$= (a - c)^2 + (a - b)^2 + (b - c)^2$

$E = \frac{1}{2}\,[(a - c)^2 + (a - b)^2 + (b - c)^2] \geq 0$

$a - c = 0 \Rightarrow a = c\ ,\quad a - b = 0 \Rightarrow a = b,\quad b - c = 0 \Rightarrow b = c$

$\therefore\ a = b = c$

The National e-learning Portal for The General Education

$\therefore\ a^2 + b^2 + c^2 - bc - ac - ab$ සෘණ විය නොහැකිය.

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)\ (a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - ac)$

$= (a + b + c)\ E$

a, b . හා c ධන නිසා, $a + b + c$ ධන වේ.

$E \geq 0$ නිසා, $(a + b + c)\ E \geq 0$ වේ.

සමාන වන්නේ $a = b = c$ විට පමණි.

$\therefore\ a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \geq 0$ සමාන වන්නේ $a = b = c$ විට පමණි.

(iii) $\dfrac{x^3 - 1}{x\,(x+1)\,(x+2)} = A + \dfrac{B}{x} + \dfrac{C}{x+1} + \dfrac{D}{x+2}$

$x^3 - 1 = Ax\,(x + 1)\,(x + 2) + B\,(x + 1)\,(x + 2) + Cx\,(x + 2) + Dx\,(x + 1)$

$x = 0$ විට $B = \dfrac{-1}{2}$

$x = -1$ විට $C = 2$

$x = -2$ විට $D = \dfrac{-9}{2}$

x^3 සංගුණක සම කළ විට, $A = 1$

$\dfrac{x^3 - 1}{x\,(x+1)\,(x+2)} = 1 - \dfrac{1}{2x} + \dfrac{2}{x+1} + \dfrac{9}{2(x+2)}$

(iv) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + k$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ බහු පදය $x - 2$ න් බෙදූ විට ශේෂය, ශේෂ ප්‍රමේය අනුව $f(z)$ වේ. දත්තයට අනුව ශේෂය 10 නිසා $f(z)$ අගය 10 ට සමාන විය යුතුය.

$f(z) = 10$ නිසා, $2^3 + 2.2^2 - 4.2 + k = 10$ වේ.

$\therefore\ k = 2$

$f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 2$, $(x + 1)$ න් බෙදූ විට, ශේෂය $f(-1)$ වේ.

$f(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 4\,(-1) + 2 = 7$

---

14. (i) PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය $\left(\dfrac{3 - 1}{2}, \dfrac{2+4}{2}\right) = (1, 3)$

PQ අනුක්‍රමණය $\dfrac{2 - 4}{3 - (-1)} = \dfrac{-2}{4} = \dfrac{-1}{2}$

$\therefore$ PQ ට ලම්බක ඕනෑම රේඛාවක අනුක්‍රමණය 2

PQ හි ලම්බ සමච්ඡේදකය යනු එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය හරහා PQ ට ලම්බව ඇඳි රේඛාව වේ.

$\therefore$ PQ හි ලම්බ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය වන්නේ,

$y - 3 = 2\,(x - 1)$

$2x - y + 1 = 0$

A (x, y) අවශ්‍ය පථයේ විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු.

එවිට $AP = AQ \Rightarrow AP^2 = AQ^2$

අවශ්‍ය පථයේ සමීකරණය,

$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = (x + 1)^2 + (y - 4)^2$

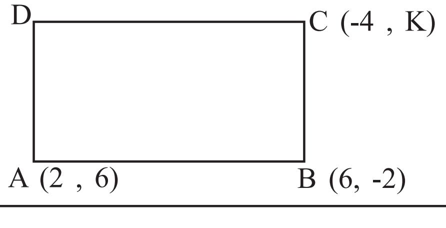
$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 4x + 4 = x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8x + 16$

$-8x + 4y - 4 = 0$

$2x - y + 1 = 0$

P හා Q ලක්ෂ්‍යවලින් සමදුරව පිහිටි ලක්ෂ්‍යයේ පථය PQ රේඛා ඛණ්ඩයේ ලම්බ සම්ඡේදකයම වේ.

(ii) a)



AB අනුක්‍රමණය $= \dfrac{6 - (-2)}{2 - 6}$

$= \dfrac{8}{-4} = -2$

The National e-Learning Portal for the General Education

b) AB පාදය BC පාදයට ලම්බ නිසා BC හි අනුක්‍රමණය $\frac{1}{2}$ වේ.

$$\therefore \frac{K - (-2)}{-4 - 6} = \frac{1}{2} \Rightarrow K + 2 = -5$$
$$K = -7$$

c) AD පාදයේ සමීකරණය $y - 6 = \frac{1}{2}(x - 2)$

$$\Rightarrow 2y - x = 10$$

CD පාදයේ සමීකරණය $y + 7 = -2(x + 4)$

$$\Rightarrow y + 2x = -15$$

d) $2y - x = 10$ හා $y + 2x = -15$ සමීකරණ විසඳීමෙන්,

$$-5x = 40$$
$$x = -8 \ , \ y = 1$$
$$\therefore D = (-8 \ , 1)$$

---

15. (i) $\text{Sin } 4\theta \, . \, \text{Cos } \theta - \text{Cos } 2\theta \, . \, \text{Sin } \theta = \frac{1}{2}\{\text{Sin } 5\theta + \text{Sin } 3\theta - (\text{Sin } 3\theta - \text{Sin } \theta)\}$

$$= \frac{1}{2}\{\text{Sin } 5\theta + \text{Sin } \theta\}$$
$$= \frac{1}{2}\left\{2\text{Sin}\left(\frac{5\theta + \theta}{2}\right) . \ \text{Cos}\left(\frac{5\theta + \theta}{2}\right)\right\}$$
$$= \text{Sin } 3\theta \, . \, \text{Cos } 2\theta$$

(ii) $\text{Sin } 2x + \text{Sin } 4x - \text{Sin } 6x = 0$

$2 \text{ Sin } 3x \, . \, \text{Cos } x - 2 \text{ Sin } 3x \, . \, \text{Cos } 3x = 0$

$\text{Sin } 3x \{\text{Cos } x - \text{Cos } 3x\} = 0$

$2 \text{ Sin } 3x \, . \, \text{Sin } 2x \, . \, \text{Sin } x = 0$

$\text{Sin } 3x = 0, \ \text{Sin } 2x = 0, \ \text{Sin } x = 0$

$3x = n\pi$ හෝ $2x = n\pi$ හෝ $x = n\pi$

එනම් $x = \frac{n\pi}{3}$ හෝ $\frac{n\pi}{2}$ $n \in z$

(iii) $\text{Sin } 2x = 2\text{Sin } x \, . \, \text{Cos } x = \frac{2\text{Sin } x \ . \text{Cos } x}{\text{Sin}^2 x + \text{Cos}^2 x}$

$\div \text{ Cos}^2 x$

$$\text{Sin } 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{2 \text{ t}}{1 + \text{t}^2}$$

$$\text{Cos } 2x = \frac{\text{Cos}^2 x + \text{Sin}^2 x}{\text{Cos}^2 x + \text{Sin}^2 x} = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1 - \text{t}^2}{1 + \text{t}^2}$$

$$\tan 2x = \frac{\text{Sin } 2x}{\text{Cos } 2x} = \frac{2 \text{ t}}{1 + \text{t}^2}$$

(iv) $3 \text{ Cos } \theta + 2\text{Sin } \theta = 3 \ . \ \frac{1 - \text{t}^2}{1 + \text{t}^2} + \frac{2 \, . \, 2\text{t}^2}{1 + \text{t}^2} = \frac{3 + 4\text{t} - 3\text{t}^2}{1 + \text{t}^2}$

$3 \text{ Cos } \theta + 2\text{Sin } \theta = 3$

$$\frac{3 + 4\text{t} - 3\text{t}^2}{1 + \text{t}^2} = 3$$

$\Rightarrow 3 + 4\text{t} - 3\text{t}^2 = 3 + 3\text{t}^2$

$6\text{t}^2 - 4\text{t} = 0$

$\Rightarrow \text{t}(3\text{t} - 2) = 0$

$\text{t} = 0 \mid \text{t} = \frac{2}{3}$

$\tan \frac{\theta}{2} = 0$ හෝ $\frac{2}{3}$

$\frac{\theta}{2} = \text{n}\pi$ හෝ $\frac{\theta}{2} = \text{n}\pi + \frac{2}{3}$

$\theta = 2\text{n}\pi$ හෝ $\theta = 2\text{n}\pi + \frac{4}{3}$ $\text{n} \notin Z$

16. (i) $\lim_{x\to 9} \frac{x^{3/2}-27}{\sqrt{x}-3} = \lim_{x\to 9}\left[\frac{x^{3/2}-27}{x-9} \div \frac{x^{1/2}-9^{1/2}}{x-9}\right] = \frac{9}{2} \div \frac{1}{2} \times 9^{-\frac{1}{2}} = \frac{9}{2} \times 2 \times 3 = 27$

(ii) $y = x$ ——— ①

$y + \Delta y = x + \Delta x$ ——— ②

② - ① $\Delta y = \sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}$

$= \frac{x+\Delta x - x}{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}}$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta x}{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}}$

$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta x}{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{2x}}$

(iii) $y^2 + y \text{ Cos } x = 0$

x විෂයෙන් අවකලනය කිරීමෙන්,

$2y \cdot \frac{dy}{dx} - y \cdot \text{Sin } x + \text{Cos } x \cdot \frac{dy}{dx} = 0$

$\frac{dy}{dx} = \frac{y \text{ Sin } x}{2y + \text{Cos } x}$

(iv) $\frac{dy}{dx} = \frac{(3-2x) \cdot \frac{dy}{dx}(x^2+1)^{1/2} - (x^2+1)^{1/2} \frac{dy}{dx}(3-2x)}{(3-2x)^2}$

$= \frac{(3-2x)\frac{1}{2}(x^2+1)^{1/2} 2x - (x^2+1)^{1/2}(-2)}{(3-2x)^2}$

$= \frac{3x+2}{(3-2x)^2\sqrt{x^2+1}}$

17. (i) f(n) = 42n - 1n ලෙස ගනිමු.

n = 1 විට f(1) = 4^2 - 1 = 15

f(1), 5 න් බෙදේ.

n = P විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු.

f(P), 5 න් බෙදේ.

n = P විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කිරීමෙන්

f(P), 5 න් බෙදේ.

f(P) = 5λ ලෙස ගත හැක. λ ධන නිඛිලයකි.

එනම් 4^{2P} - 1 = 5 . λ

n = P + 1 ට සත්‍ය බව පෙන්වීමට,

f(P+1) සලකමු.

f(P+1) = $4^{2(P+1)}$ - 1

= 4^2 [4^{2P} - 1] + 4^2 - 1

= 4^2 (4^{2P} - 1) + 15

= 16 x 5λ + 15

= 5 [16 + 3]

f(P+1), 5 න් බෙදේ.

∴ සියලු ධන නිඛිල සඳහා ගණිත අභ්‍යුහනයෙන්

f(n) = 4 - 1, 5 න් බෙදේ.

The National e-learning Portal for The General Education

(ii) $\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times \dfrac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} + \dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \times \dfrac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

$= \dfrac{(2-\sqrt{3})^2}{4-3} + \dfrac{(2+\sqrt{3})^2}{4-3}$

$= \dfrac{4-4\sqrt{3}+3}{1} + \dfrac{4+4\sqrt{3}+3}{1}$

$= 14$

(iii) $N = 3.456\ .\ 456\ 456 \ldots\ldots$ ——①

$1000N = 3456.456\ 456\ldots$ ——②

② - ① $999N = 3453$

$N = \dfrac{3453}{999} = \dfrac{1151}{333}$

(iv) $2^{2(3x-1)} = 2^{-x+1}$

$2(3x-1) = -x + 1$

$6x - 2 = -x + 1$

$7x = 3$

$x = \dfrac{3}{7}$

(v) $\dfrac{2^{3x\frac{1}{3}} x^{-\frac{1}{3}} \times x^{2x\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}}}{x^{3x\frac{1}{9}} \times y^{6x\frac{1}{9}}}$

$= \dfrac{2x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}}}{2x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}}} = 2y^{\frac{1}{3}}$

සංයුක්ත ගණිතය II කොටස
A කොටස (පිළිතුරු පත්‍රය)

The National e-learning Portal for The General Education

01. $\overrightarrow{AB} = \underline{a}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{b}$, $\overrightarrow{CD} = -a$, $\overrightarrow{DA} = -b$.

තවද $\overrightarrow{AP} = k\underline{a}$, $\overrightarrow{BQ} = k.\underline{b}$, $\overrightarrow{CR} = -k\underline{a}$ හා $\overrightarrow{DS} = k\underline{b}$

$\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AP} = \underline{a} - k\underline{a} = (1-k)\underline{a}$

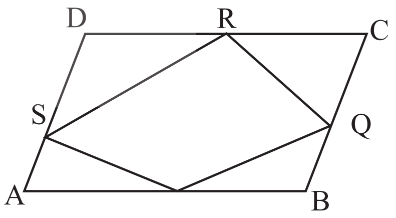
එලෙසම $\overrightarrow{DR} = (1-k)\underline{a}$

$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BQ} = (1-k)\underline{a} + k\underline{b}$ සහ $\overrightarrow{SR} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DR}$

$= k\underline{b} + (1-k)\underline{a}$

$\therefore \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$

$\therefore$PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි.



---

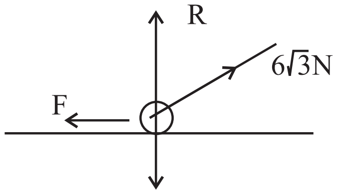
02. ලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව R ද ඝර්ෂණ බලය F ද ලෙස නම්,

$F - 6\sqrt{3}\ \text{Cos}\ 60 = 0$

$\leftarrow F = 3\sqrt{3}$ N

$\uparrow \quad R + 6\sqrt{3}\ \text{Sin}\ 60 - 20 = 0$

R = 11N



---

03. $-aP + 3P = 0$ $\quad \uparrow 2P + bP = P$

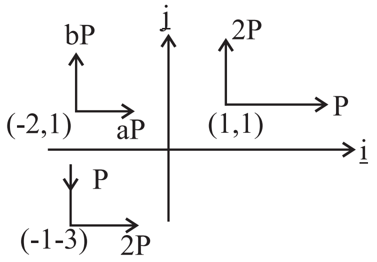
$a = -3$ $\quad b = -1$

O↻M = P x 1 - 2P x 1 - P x 1 - 2P x 3 + aP x 1 + bP x 2

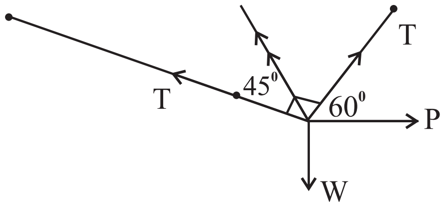
= P - 2P - P - 6P - 3P - 2P

= -13P

M↻ = 13P



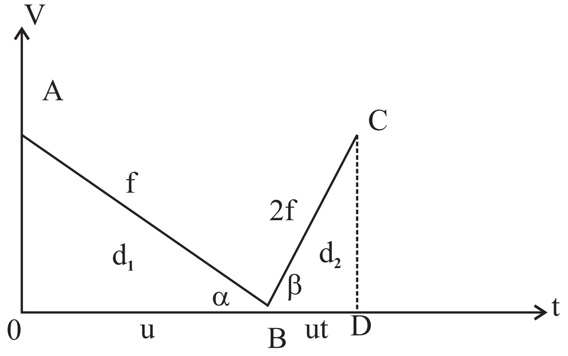
04. R යනු T ආනතිවල සම්ප්‍රයුක්තය නම්,



$$\frac{W}{\text{Sin }(60 + 45)} = \frac{P}{\text{Sin }(180 - 15)} = \frac{R}{\text{Sin } 90}$$

$$P = \frac{W \text{ Sin } 15}{\text{Cos } 15} = W \tan 15$$

05. $\tan \alpha = f$



$\tan \beta = 2f$

$\tan \alpha = \dfrac{u - 0}{T_1}$

$\tan \beta = \dfrac{u - 0}{T_2}$

$f = \dfrac{u}{T_1}$ $\qquad 2f = \dfrac{u}{T_4}$

$f = \dfrac{u}{f}$ $\qquad T_2 = \dfrac{u}{2t}$

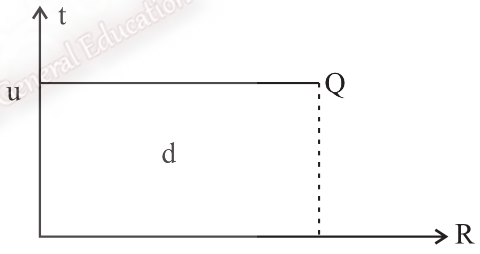
මුළු කාලය $T_1 + T_2 = \dfrac{u}{f} + \dfrac{u}{2f} = \dfrac{3u}{2f}$

ගමන් කළ දුර $= d_1 + d_2 =$ OAB වර්. + BCD වර්.

$= \dfrac{1}{2} u \,.\, T_1 - \dfrac{1}{2} u \,.\, T_2$

$= \dfrac{u}{2} \times \dfrac{3u}{2f} = \dfrac{3u^2}{4f}$

ප්‍රමාද නොවන විට ප්‍රස්තාරය



OPQR වර්. $= d$

$u \,.\, T_3 = \dfrac{3u^2}{4f}$

$T_3 = \dfrac{3u}{4f}$

$\therefore$ ප්‍රමාද කාලය $= (T_1 + T_2) = T_3$

$= \dfrac{3u}{2f} - \dfrac{3u}{4f} = \dfrac{3u}{4f}$

The National e-learning Portal for The General Education

06. $|\underline{a}| = |\underline{b}| = 1 \;\; \theta = \dfrac{\pi}{3}$

$\underline{a} \,.\, \underline{b} = |\underline{a}| = |\underline{b}| \text{ Cos } \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$

$(\underline{a} - \underline{b})\ (\underline{a} - 5\underline{b}) = 3\underline{a} \,.\, \underline{a} - 3\underline{a} \,.\, 5\underline{b} - \underline{b} \,.\, \underline{a} + \underline{b} \,.\, 5\underline{b}$

$= 3 \times 1^2 \times 15 \times \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2} + 15 \times 1^2$

$= 3 - \dfrac{15}{2} - \dfrac{1}{2} + 5 = 8 - 8 = 0$

$3\underline{a} \,.\, \underline{b} = 0 \quad , \quad \underline{a} - 5\underline{b} = 0$

$\underline{a} = \dfrac{1}{3}\underline{b} \quad , \quad \underline{a} = 5\underline{b}$

$\underline{a} = \lambda\underline{b}$ විට $\lambda \in \mathbb{R}$, $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ සමාන්තර වේ.

නමුත් $\underline{a}$, $\underline{b}$ $\dfrac{\pi}{3}$ කින් ආනත වේ.

$\therefore 3\underline{a} - \underline{b} \neq 0 \;\; , \;\; \underline{a} - 5\underline{b} \neq 0$

$\therefore |3a - b| \neq 0$

$|\underline{a} - 5\underline{b}| \neq 0$

$\therefore$ වියහැකි එකම විසඳුම $(3\underline{a} - \underline{b})$ හා $(\underline{a} - 5\underline{b})$ ආනත කෝණය $\dfrac{\pi}{2}$ වීමයි.

$3\underline{a} - \underline{b}$ හා $\underline{a} - 5\underline{b}$ එකිනෙකට ලම්බක වේ.

07. AB දණ්ඩට

B↻

$X \, . \, 2a \, \text{Cos}\, \alpha = W \, a \, \text{Sin}\, \alpha$

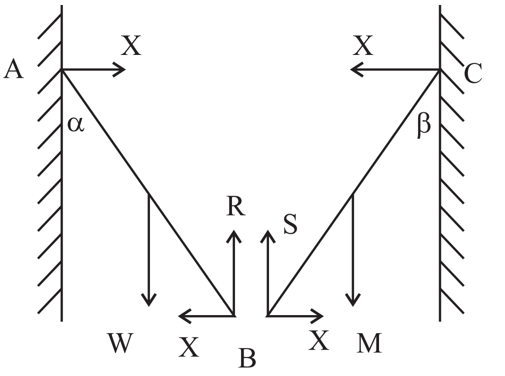
$X = \frac{W}{2} \, . \, \tan \alpha$

BC B↺ $X \, . \, 2b \, \text{Cos}\, \alpha = Mb \, \text{Sin}\, \beta$

$X = \frac{M}{2} \, . \, \tan \beta$

සමතුලිතතාව සඳහා, $\frac{W}{2} \tan \alpha = \frac{M}{2} \tan \beta$ විය යුතුය.

$W \tan \alpha = M \tan \beta$



08. පද්. B↺ $Pa = kw \, . \, \frac{a}{2}$

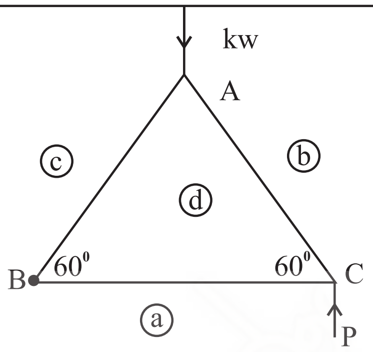
$P = \frac{kw}{2}$

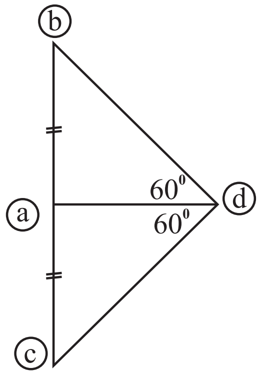
AC දණ්ඩේ ප්‍රත්‍ය බලය bd = $5\sqrt{3}w$

$\text{Sin}\, 60 = \frac{1}{2} \times \frac{kw}{5\sqrt{3}w}$

$k = 5\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2$

$k = 15$





09. බලයක විශාලත්වය x නම්, හා බල දෙක අතර ∡ය θ නම්,

$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \, \text{Cos}\, \theta$

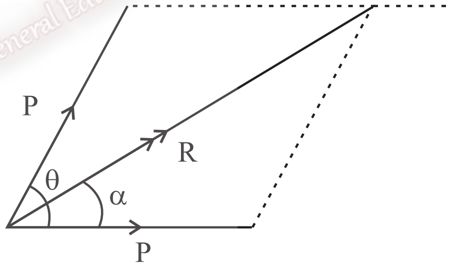
$x^2 = x^2 + x^2 + 2x \, \text{Cos}\, \theta$

$-x^2 = 2x^2 \, \text{Cos}\, \theta$

$\text{Cos}\, \theta = -\frac{1}{2}$

$\theta = \frac{2\pi}{3}$

බල දෙක අතර ∡ $\frac{2\pi}{3}$ වේ.



$$\tan \alpha = \frac{Q \, \text{Sin}\, \theta}{P + Q \, \text{Cos}\, \theta} = \frac{x \, \text{Sin}\, \frac{2\pi}{3}}{x + x \, \text{Cos}\, \frac{2\pi}{3}} = \frac{x \, \text{Sin}\, (\pi - \frac{\pi}{3})}{x + x \, \text{Cos}\, (\pi - \frac{\pi}{3})}$$

$$= \frac{\sqrt{3}\, x}{2x - x} = \sqrt{3}$$

$\therefore \tan \alpha = \sqrt{3}$

$\alpha = \frac{\pi}{3}$

10. $\overrightarrow{X} = 1 + 4 = 5$

$Y \uparrow = 2 + 3 = 5$

සම්ප්‍රයුක්තය R නම්, $R^2 = x^2 + y^2$

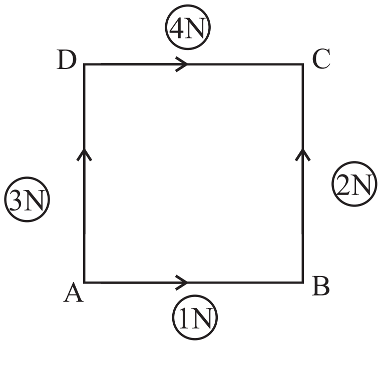
$R = 5\sqrt{2}$

සම්ප්‍රයුක්තය තිරස සමඟ සාදන ∡ θ නම්,

$\tan \theta = \frac{Y}{X} = \frac{5}{5} = 1$

$\theta = 45$

∴ සම්ප්‍රයුක්තය විකර්ණයට සමාන්තර වේ.



The National e-learning Portal for The General Education

සංයුක්ත ගණිතය II කොටස B කොටස (පිළිතුරු පත්‍රය)

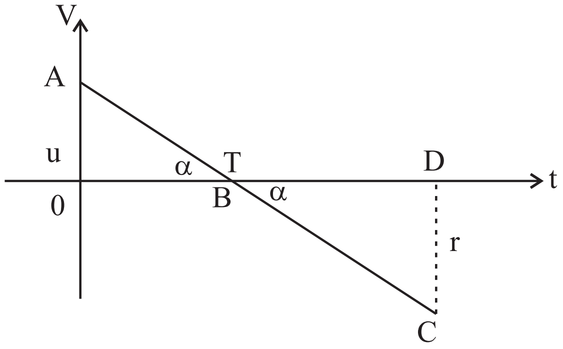
11. (i) අනුක්‍රමණය = මන්දනය

$\tan\theta = g$

$\frac{u}{t} = g \Rightarrow t = \frac{u}{g}$

උපරිම උස H විට විස්ථාපනය = යට වූ වර්ගඵලය

$H = OAB\,\Delta = \frac{u}{2} \cdot \frac{u}{g} \Rightarrow H = \frac{u^2}{2g}$



නැවත O ට කාලය T නම්,

අනුක්‍රමණය = මන්දනය

$\tan\alpha = g \Rightarrow \frac{V}{T - t} = g$

$V = g\,(T - t)$

විස්ථාපනය = යට වූ වර්ගඵලය

$O = \frac{ut}{2} - \frac{(T-t)\,g\,(T-t)}{2}$

$(T-t)^2 = \frac{u}{g} \cdot \frac{u}{g} \Rightarrow T - t = \frac{u}{g}$

$T = \frac{u}{g} + \frac{u}{g} = \frac{2u}{g}$

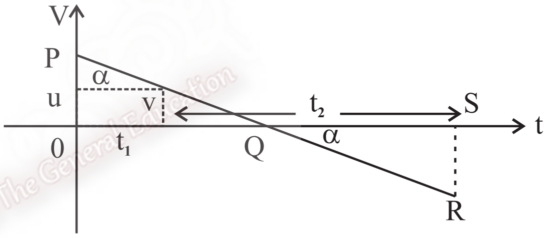
(ii) O සිට A ට කාලය t_1 ද A සිට O ට කාලය t_2 ද වේ.

පියාසර කාලය T නම් $T = t_1 + t_2$

අනුක්‍රමණය = මන්දනය

$\tan\alpha = g$

$\frac{u - V}{t_1} = g \Rightarrow V = u - gt_1,$



විස්ථාපන = වර්ගඵලය

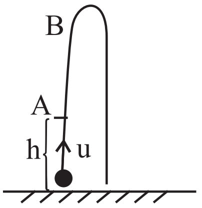
$h = \left(\frac{u + V}{2}\right) t_1 \Rightarrow (u + u - gt_1) = ut_1 - \frac{1}{2} gt_1^2$

$T = \frac{2u}{g} \Rightarrow u = \frac{2u}{g}(t_1 + t_2)$ බව ආදේශයෙන්,

$h = t_1 (t_1 + t_2) \frac{g}{2} - \frac{1}{2} gt_1^2$

$2h = gt_1t_2$

උපරිම උස $= \frac{u^2}{2g} = \frac{g^2}{4}(t_1 + t_2)^2 \times \frac{1}{2g} = \frac{g}{8}(t_1 + t_2)^2$



---

12. (i) P සිට O ට කාලය t නම්,

$\overrightarrow{S = ut}$

$\frac{130V^2}{g} = 13V \cos\theta \,.\, t$

$= 13V \times \frac{5}{13} t$

$t = \frac{26}{g} V$

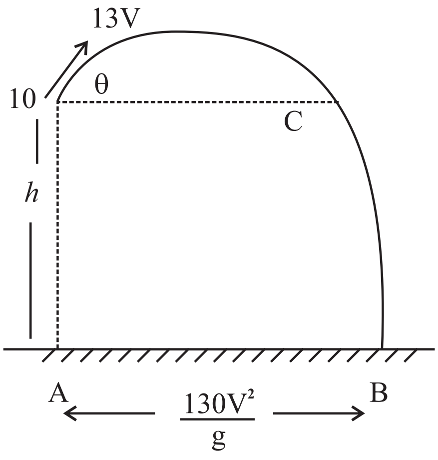
$\uparrow S = ut + \frac{1}{2} at^2$

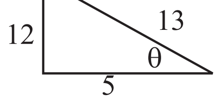
$-h = 13V \sin\theta - \frac{1}{2} gt^2$

$-h = 13V \,.\, \frac{12}{13} \times \frac{260}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{26V}{g}\right)^2$

$-h = \frac{26V}{g} - \left(12V - \frac{1}{2} g \times \frac{26V}{g}\right)$

$\therefore h = \frac{26V^2}{g}$





(ii) P සිට C ට කාලය T නම් $\uparrow S = uT + \frac{1}{2}$ a + 2

$0 = 13V \sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2$

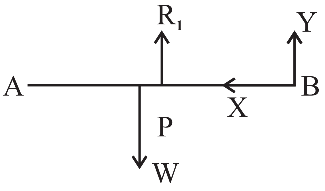
$t = \frac{26V \sin\alpha}{V} = \frac{26}{g} \times \frac{12}{13} = \frac{24V}{g}$

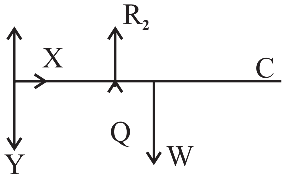
$\overrightarrow{S = ut}$

$OC = 13V \cos\alpha \cdot t$

$= 13 \times \frac{5}{13} \times \frac{24V}{g} \times \frac{120V^2}{g}$

13. (i) BC ට $B \circlearrowleft = O$





$R_2 y = Wa = 0$

$R_2 = \frac{Wa}{y}$

පද්ධතිය . $P \circlearrowleft = O$

$R_2(x + y) - w(x + a) + w(a - x) = 0$

R_2 හි අගය ආදේශයෙන්,

$\frac{Wa}{y}(x + y) - 2Wx = 0 \Rightarrow a(x + y) = 2xy$

$x(2y - a) = ay$

$\Rightarrow x = \frac{ay}{2y - a}$

සමතුලිතව පැවතීමට නම් $x \leq 2a$

$\frac{ay}{2y - a} \leq 2a \Rightarrow y \leq 4y - 2a$

$3y \geq 2a \Rightarrow y \geq \frac{2ay}{3}$

පද්ධතිය $\uparrow$ විභේදනයෙන් = 0

$R_1 + R_2 - 2w = 0$

$R_1 = 2W - \frac{Wa}{y} \Rightarrow \frac{W}{y}(2y - a)$

$AB\Delta \rightarrow = 0 \quad X = 0$

$AB\Delta \uparrow = 0$

$Y + R_1 - W = 0$

$Y = W - \frac{W}{y}(2y - a) = \frac{W}{y}(a - y)$

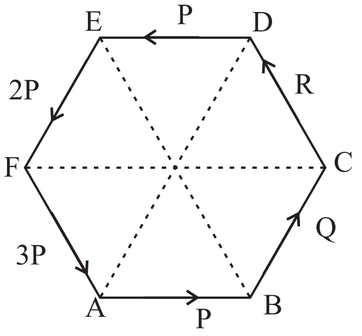
$R_1 \leq \frac{5w}{4}$

$\Rightarrow \frac{W}{y}(2y - a) \leq \frac{5w}{4}$

$8y - 4a \leq 5y$

$3y \leq 4a \quad \Rightarrow \quad y \leq \frac{4a}{3}$

14. (i) $\overrightarrow{X} = P + Q \cos 60 - R \cos 60 - P - 2P \cos 60 + 3P \cos 60$



$= P + (Q - R)\frac{1}{2} - P + \frac{3P}{2}$

$= \frac{1}{2}(P + Q - R)$

$Y\uparrow = Q \sin 60 + R \sin 60 - 2P \sin 60 - 3P \sin 60$

$= (Q + R - 5P)\frac{\sqrt{3}}{2}$

The National e-Learning Portal for The General Education

බල පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම් $X = 0$, $Y = 0$ නිසා

$X = 0$ විට $P + Q - R = 0$

$Y = 0$ විට $Q + R - 5P = 0$

$R - Q = P$

$R - Q = 5P$

$\therefore R = 3P, Q = 2P$

O වට යුග්මයේ ඝූර්ණය ↺ $= (P + Q + R + P + 2P + 3P)d$

$= 12P + a\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\ Pa$

පද්ධතිය AD දිගේ තනි බලයකට තුල්‍ය නම්, A හා D ඔස්සේ ඝූර්ණ ශූන්‍ය වේ.

A වටා $a\sqrt{3}(Q + 2P) + 2a\sqrt{3}(R + P) = 0 \Rightarrow Q + 2R = -4P$

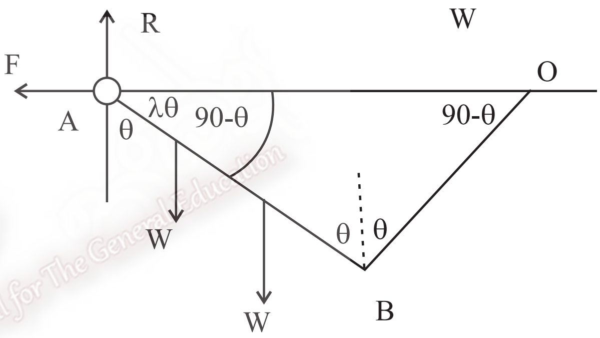
D වටා $a\sqrt{3}(Q + 2P) + 2a\sqrt{3}(3P + P) = 0 \Rightarrow Q + 10P = 0$

$Q = -10P$

$R = 3P$

15. (i) AB විට A ↺ $= 0$

$T . \sin 2\theta \times 2a - Wa \sin\theta - \frac{W}{2}\lambda a \sin\theta = 0$



$4T \cos\theta = W + \frac{W}{2}\lambda$

$T = \frac{W(2 + \lambda)}{8 \cos\theta}$

AB ට → විභේදනය $= 0$

$T \sin\theta - F = 0$

$F = \frac{W(2 + \lambda)\sin\theta}{8\cos\theta} = \frac{W}{8}(2 + \lambda)$

AB ට ↑ විභේදනය $= 0$

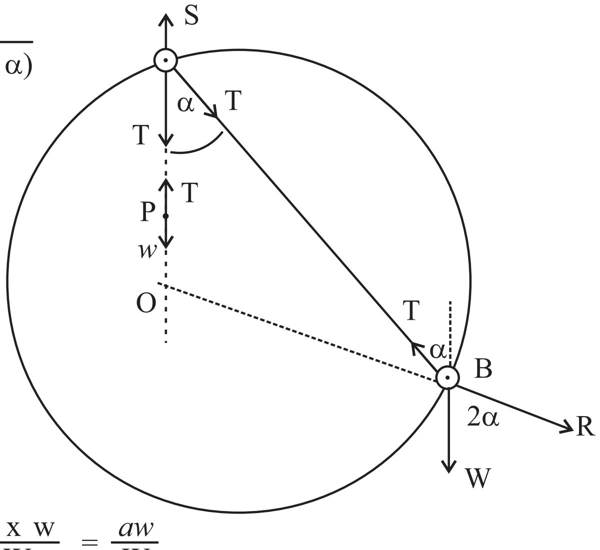
$R - \frac{W}{2} - W + T\cos\theta = 0$

$R = \frac{W}{2} + W - \frac{W(2 + \lambda)}{8}$

$= \frac{W}{8}(10 - \lambda)$

$\frac{F}{R} = \frac{W(2 + \lambda)\tan\theta}{8 \times \frac{W}{8}(10 - \lambda)} = \frac{(2 + \lambda)\tan\theta}{10 - \lambda}$

16. (i) B ට ලාමිගේ ප්‍රමේයයෙන්,



$\frac{R}{\sin(180 - \alpha)} = \frac{T}{\sin 2\alpha} = \frac{W}{\sin(180 - \alpha)}$

$\frac{R}{\sin\alpha} = \frac{T}{\sin 2\alpha} = \frac{W}{\sin\alpha}$

$R = W$

$\frac{T}{\sin 2\alpha} = \frac{W}{\sin\alpha}$

$T = 2W\cos\alpha$

$T = w$ බව ආදේශයෙන් $w = 2W\cos\alpha$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{w}{2W}$

α තාත්වික විට $\cos\alpha < 1, \frac{w}{2W} < 1$

$\Rightarrow w < 2W$

$AB = a\cos\alpha + a\cos\alpha = 2a\cos\alpha = \frac{2a \times w}{2W} = \frac{aw}{W}$

The National e-learning Portal for The General Education

A මත ක්‍රියාව S නම්, $S^2 = T^2 + T^2 + 2TT \cos\alpha$

$$= 2T^2\left(1 + \frac{w}{2W}\right)$$

$$= 2w^2\left(\frac{2W + w}{2W}\right)$$

$$S = W\sqrt{\frac{2W + w}{w}}$$

17. (i) $A\circlearrowleft = 0$

$S \,.\, 2a \cos 30 - W \,.\, 2a = 0$

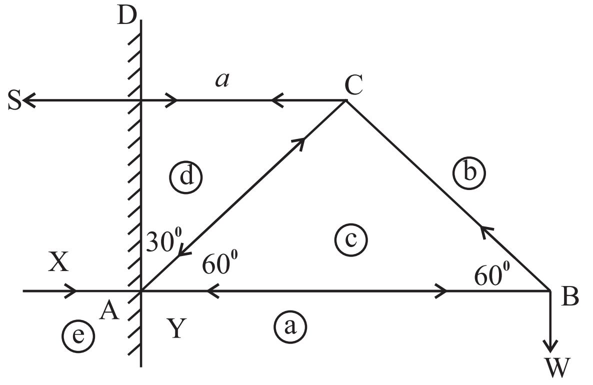
$\Rightarrow S = \dfrac{W}{\cos 30} = \dfrac{W}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{2W}{\sqrt{3}} = \dfrac{2W\sqrt{3}}{3}$

$\rightarrow X - S = 0$

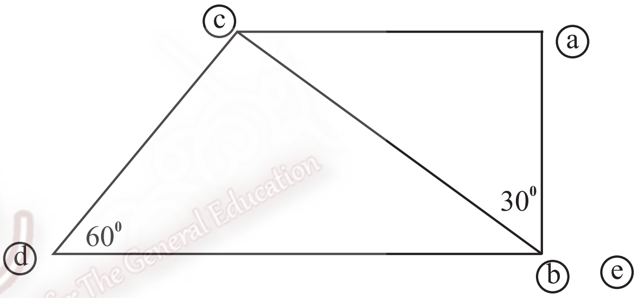
$\Rightarrow X = \dfrac{2W\sqrt{3}}{3}$

$\uparrow Y - W = 0$

$Y = W$



දණ්ඩ	ප්‍රත්‍යාබලය	ආතති	තෙරපුම
AB(ac)	$W/\sqrt{3}$		✓
BC (bc)	$2W/\sqrt{3}$	✓	
AC (cd)	$2W/\sqrt{3}$		✓
CD (bd)	$2W\sqrt{3}/3$	✓	



$ad = \dfrac{W}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{2W}{\sqrt{3}}$

A කොටසේ එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 25 බැගින් ප්‍රශ්න 10 ට ලකුණු = 10 x 25 = 250

B කොටසේ එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ප්‍රශ්න 05 කට ලකුණු = 5 x 150 = 750

මුළු ලකුණු = 750 + 250 = 1000