රහස්‍ය ලේඛනයකි.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2018

10 - සංයුක්ත ගණිතය II

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

මෙය උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි.
පරීක්ෂක සාකච්ඡා පැවැත්වෙන අවස්ථාවේදී ඉදිරිපත්වන අදහස් අනුව මෙහි වෙනස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංශෝධන ඇතුළත් කළ යුතුව ඇත.

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2018

10 - සංයුක්ත ගණිතය

ලකුණු බෙදීයාම

II පත්‍රය

A කොටස :	10 X 25	=	250
B කොටස :	05 X 150	=	750

එකතුව	=	1000/10
II පත්‍රය අවසාන ලකුණ	=	100

1. සුමට තිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක් දිගේ එකිනෙක දෙසට එකම u වේගයෙන් චලනය වෙමින් තිබෙන, ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $2m$ හා m වූ A හා B අංශු දෙකක් සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු A අංශුව නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ බව ද ගැටුම නිසා B මත යෙදෙන ආවේගයේ විශාලත්වය $2mu$ බව ද පෙන්වන්න.

පද්ධතියට $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ යෙදීමෙන්

$\rightarrow \quad 0 = [2m(0) + mv] - [2mu - mu]$ 5

$\Rightarrow mv = mu.$

$\Rightarrow v = u$ 5

නිව්ටන්ගේ ප්‍රත්‍යාගති නියමය යෙදීමෙන්: $v - 0 = -e(-u - u)$ 5

$u = e\,(2u)$

$e = \frac{1}{2}.$ 5

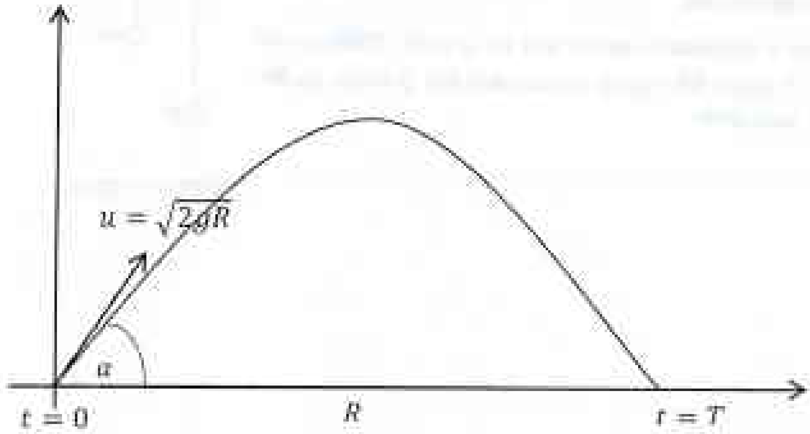
B සඳහා $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ යෙදීමෙන්:

$\longrightarrow$ ආවේගය $= mv - m(-u)$

$= mu + mu = 2mu.$ 5

25

2. තිරස් බිම මත වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් $u=\sqrt{2gR}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ; මෙහි R යනු, බිම මත ප්‍රක්ෂිප්තයේ තිරස් පරාසය වේ. තිබිය හැකි ආරම්භක ප්‍රක්ෂේපණ දිශා දෙක අතර කෝණය $\frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.



$s=ut+\frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්, පියාසර කාලය T:

↑ $0=(u\sin\alpha)T-\frac{1}{2}gT^2 \quad \Rightarrow T=\frac{2u\sin\alpha}{g}$

5

→ $R=(u\cos\alpha).\ T=\frac{2u^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$

5

$R=2R\sin2\alpha;\quad \sin2\alpha=\frac{1}{2}$ 5

$2\alpha=\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}$

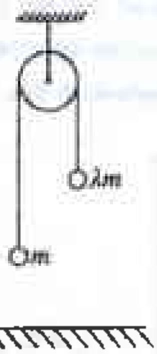
ප්‍රක්ෂේපණය කළ හැකි කෝණ දෙක:

$\alpha_1=\frac{\pi}{12}$ සහ $\alpha_2=\frac{5\pi}{12};$ 5

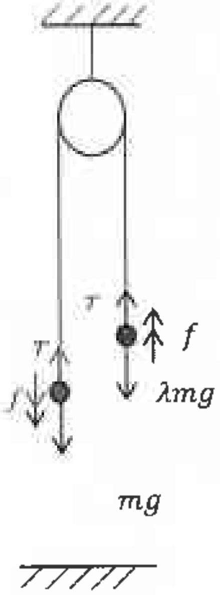
$\therefore\ \alpha_2-\alpha_1=\frac{\pi}{12}(5-1)=\frac{\pi}{3}$ 5

25

3. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය λm වූ Q අංශුවක් අචල, සුමට කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, තන්තුව තදව ඇතිව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලබයි. P අංශුව $\frac{g}{2}$ ත්වරණයකින් පහළට චලනය වේ. $\lambda = \frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.
P අංශුව තිරස් අප්‍රත්‍යස්ථ ගෙබිමක v වේගයෙන් ගැටෙයි නම් හා Q අංශුව කිසිවිටෙකත් කප්පිය කරා ළඟා නොවේ නම්, P අංශුව බිම ගැටුණු මොහොතේ සිට Q අංශුව උපරිම උසට ළඟා වීමට ගන්නා කාලය සොයන්න.



....



$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

P සඳහා: $\downarrow \quad mg - T = m\left(\frac{g}{2}\right)$ ----------------------(1) 5

Q සඳහා: $\uparrow \quad T - \lambda mg = \lambda m\left(\frac{g}{2}\right)$ ----------------------(2) 5

$(1) + (2) \Longrightarrow (1-\lambda)mg = (1+\lambda)m(g/2)$ 5

$$\Longrightarrow \quad 2(1-\lambda) = (1+\lambda)$$

$\lambda = \frac{1}{3}.$ 5

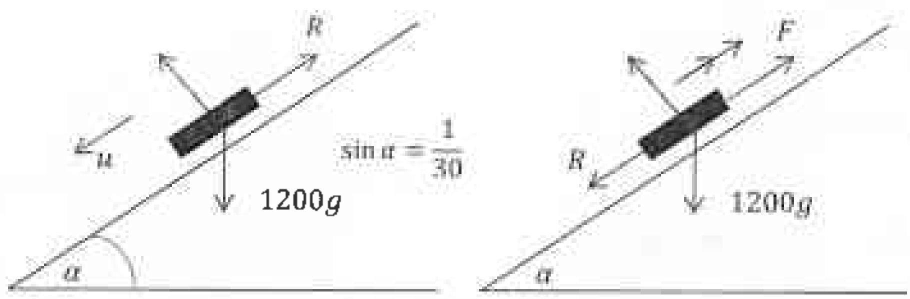
Q ට, එහි උපරිම උසට ළඟා වීමට ගතවන කාලය T යන්න
$0 = v - gT$ මගින් දෙනු ලබයි.

$\Longrightarrow T = \frac{v}{g}.$ 5

25

4. ස්කන්ධය 1200 kg වූ කාරයක් එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කර තිරසට α කෝණයක් ආනත වූ සෘජු පාරක් දිගේ පහළට යම් නියත වේගයකින් චලනය වේ; මෙහි $\sin\alpha = \frac{1}{30}$ වේ. ගුරුත්වජ ත්වරණය $g = 10\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ ලෙස ගනිමින් කාරයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය නිව්ටන වලින් සොයන්න.

කාරය, එම ප්‍රතිරෝධයටම යටත්ව $\frac{1}{6}\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ ත්වරණයක් සහිත ව එම පාරම දිගේ ඉහළට ගමන් කරන විට, එහි වේගය $15\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ වන මොහොතේ දී එන්ජිමේ ජවය කිලෝවොට් වලින් සොයන්න.



R ප්‍රතිරෝධය පමණක් යටතේ මෝටර් රථය පහලට චලනය වන විට,

$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

$\swarrow \quad 1200\, g \sin\alpha - R = 0$ 5

$\Rightarrow \quad R = 1200(10)\left(\frac{1}{30}\right) = 400\ N.$ 5

මෝටර් රථය ඉහළට චලනය වන විට, එහි ප්‍රකර්ෂණ බලය F යැයි ගනිමු.

$\nearrow \quad F - R - 1200\, g \sin\alpha = 1200\left(\frac{1}{6}\right) \Rightarrow F = 1000\ \mathrm{N}$

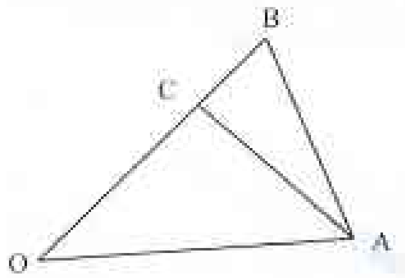
5

එනයින්, ජවය $P = F\,V = 15\,(1000)\ \mathrm{W}$ 5

$\mathrm{P} = 15\ \mathrm{kW}.$ 5

25

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $3\mathbf{i}$ හා $2\mathbf{i}+3\mathbf{j}$ යනු O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු. C යනු $O\hat{C}A = \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි OB සරල රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකය $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.



$\overrightarrow{OA} = 3\mathbf{i}, \qquad \overrightarrow{OB} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$

එවිට, $\overrightarrow{OC} = \lambda(\overrightarrow{OB}) = \lambda(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$ වේ. මෙහි λ අදිශයකි.

5

$\overrightarrow{OC}, \ \overrightarrow{CA}$ ට ලම්බ බැවින්,

$\lambda(2\mathrm{i} + 3\mathrm{j}).\{-\lambda(2\mathrm{i} + 3\mathrm{j}) + 3\mathrm{i}\} = 0$ 5

5

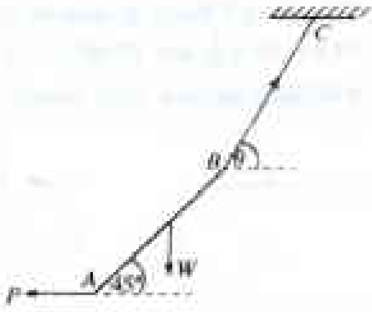
$6 - 13\lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{6}{13}$ 5

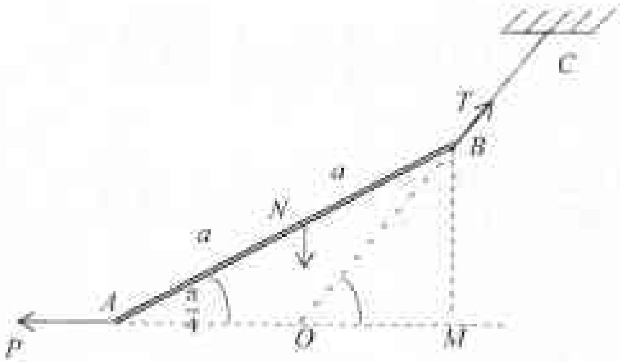
$\therefore \overrightarrow{OC} = \frac{12}{13}\mathrm{i} + \frac{18}{13}\mathrm{j}.$ 5

25

6. දිග $2a$ හා බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක්, BC සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් හා A කෙළවරේ දී යොදන ලද P තිරස් බලයක් මගින් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ අල්වා තබා ඇත. දණ්ඩ, තිරස සමග $45°$ කෝණයක් සාදන බව දී ඇත්නම්, BC තන්තුව තිරස සමග සාදන θ කෝණය $\tan\theta = 2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

මෙම පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතිය W ඇසුරෙන් සොයන්න.





BMO බල ත්‍රිකෝණයකි.

$BM = \frac{2a}{\sqrt{2}}$; $OM = \frac{a}{\sqrt{2}}$ 5

$$\tan\theta = \frac{BM}{OM} = \frac{2a/\sqrt{2}}{a/\sqrt{2}}$$

$\tan\theta = 2$ 5

$\uparrow T\sin\theta - W = 0$ 5

$$= \frac{W}{\sin\theta} = \frac{W\sqrt{5}}{2} \quad 5 \qquad (\because \sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}})$$

5

25

7. A හා B යනු S නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{4}$ හා $P(A\cap B)=\frac{1}{6}$ වේ. $P(A|B')$, $P(A'\cap B')$ හා $P(B'|A')$ සොයන්න; එමගින් A' හා B' මගින් පිළිවෙළින් A හා B සිද්ධිවල අනුපූරක සිද්ධි දැක්වේ.

සිද්ධි වල සම්භාවිතා:

$$P(A)=\frac{1}{3},\ P(B)=\frac{1}{4},\ P(A\cap B)=\frac{1}{6}$$

$$P(A\cap B')+P(A\cap B)=P(A)$$

$$P(A\cap B')=P(A)-P(A\cap B)=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6} \qquad 5$$

මේ අනුව

$$P(A|B')=\frac{P(A\cap B')}{P(B')}=\frac{P(A\cap B')}{1-P(B)}=\frac{1/6}{3/4}=\frac{2}{9} \qquad 5$$

$$P(A'\cap B')=P\big((A\cup B)'\big)=1-P(A\cup B)=1-P(A)-P(B)+P(A\cap B) \qquad 5$$

$$=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{7}{12} \qquad 5$$

$$P(B'|A')=\frac{P(A'\cap B')}{P(A')}=\frac{7/12}{1-1/3}=\frac{7/12}{2/3}=\frac{7}{8} \qquad 5$$

25

8. පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සමාන වූ රතු බෝල 4 ක් හා කළු බෝල 3 ක් මල්ලක අඩංගු වේ. වරකට එක බැගින් ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් තොරව, බෝල හතරක් සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ.
   (i) ඉවතට ගනු ලබන බෝල එකම පාටින් යුක්ත වීමේ,
   (ii) සෑම අනුයාත ඉවතට ගැනීම් දෙකක දී ඉවතට ගනු ලබන බෝල වෙනස් පාටින් යුක්ත වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) සියල්ල රතු: $\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{35}$

5

සියල්ල කළු: විය නොහැක.

$\therefore$ පිළිතුර $=\frac{1}{35}$. 5

(ii)

$RBRB:\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{35}$ 5

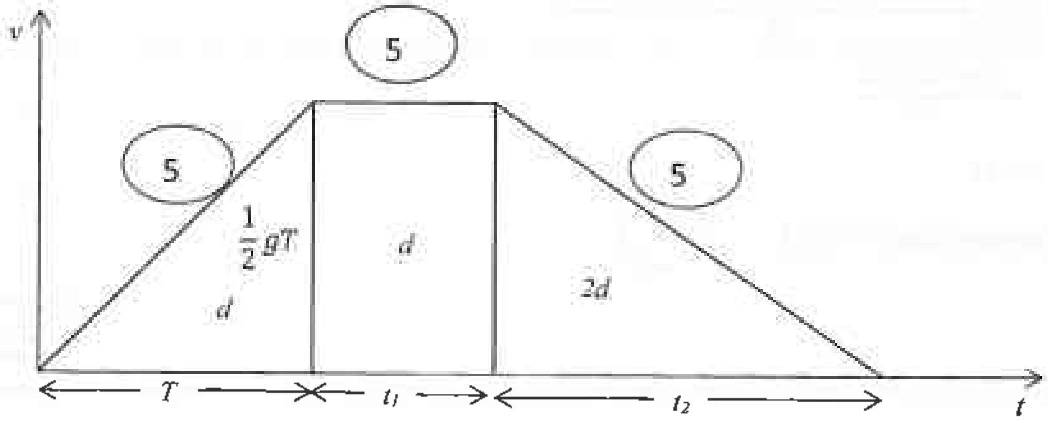
$BRBR:\frac{3}{7}\times\frac{4}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{35}$ 5

$\therefore$ පිළිතුර $=\frac{3}{35}+\frac{3}{35}=\frac{6}{35}$. 5

25

11. (*a*) මීටර $4d$ ගැඹුරු පතලක චලනය වන සෝපානයක් $t = 0$ කාලයේ දී A ලක්ෂ්‍යයකින් නිශ්චලතාවේ සිට සිරස් ව පහළට චලනය වීමට පටන් ගනී. එය, පළමුව $\frac{g}{2}$ m s^{-2} නියත ත්වරණයෙන් මීටර d දුරක් චලනය වී ඊළඟට එම චලිතය අවසානයේ ලබාගත් ප්‍රවේගයෙන් තව මීටර d දුරක් චලනය වේ. සෝපානය ඉන්පසු A සිට මීටර $4d$ දුරක් පහළින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයේ දී නිශ්චලතාවට පැමිණෙන පරිදි නියත මන්දනයකින් ඉතිරි දුර ද චලනය වේ.
සෝපානයෙහි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.
ඒ නයින්, A සිට B දක්වා පහළට චලිතය සඳහා සෝපානය ගනු ලබන මුළු කාලය සොයන්න.

(*b*) පොළොවට සාපේක්ෂව u km h^{-1} ඒකාකාර වේගයකින් උතුරු දිශාවට නැවක් යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතක දී නැවේ සිට, දකුණෙන් නැගෙනහිරට β කෝණයකින්, නැවේ සිට p km දුරකින් B_1 බෝට්ටුවක් නිරීක්ෂණය කරනු ලැබේ. එම මොහොතේ දී ම, B_2 බෝට්ටුවක් නැවේ සිට බටහිරින් q km දුරකින් නිරීක්ෂණය කරනු ලැබේ. බෝට්ටු දෙකම පොළොවට සාපේක්ෂව $v(> u)$ km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙත්වල, නැව අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් යාත්‍රා කරයි. පොළොවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවල පෙත් නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න.
පොළොවට සාපේක්ෂව B_1 බෝට්ටුවේ පෙත උතුරෙන් බටහිරට $\beta - \sin^{-1}\left(\frac{u\sin\beta}{v}\right)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වා, පොළොවට සාපේක්ෂව B_2 බෝට්ටුවේ පෙත සොයන්න.
$\beta = \frac{\pi}{3}$ හා $v = \sqrt{3}u$ යැයි ගනිමු. $3q^2 > 8p^2$ නම්, B_1 බෝට්ටුව B_2 බෝට්ටුවට පෙර නැව අල්ලා ගන්නා බව පෙන්වන්න.



15

$$d = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}gT\right) \text{------------} (1) \quad 5$$

$$d = \left(\frac{1}{2}gT\right)t_1 \text{----------} (2) \quad 5$$

(1) හා (2) $\Rightarrow$ $t_1 = \frac{T}{2}$ 5

$$2d = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}gT\right)\cdot t_2$$ 5

(1) හා (3)

$\Rightarrow$ $t_2 = 2T$ 5

(1) $\Rightarrow T = \sqrt{\frac{4d}{g}}$ 5

සම්පූර්ණ කාලය$= T + t_1 + t_2$

$$= T + \frac{T}{2} + 2T = \frac{7T}{2} = 7\sqrt{\frac{d}{g}}$$ 5

35

(b) $\underline{V}(S,E) = u \uparrow$,

$\underline{V}(B_i,E) = v$ for $i = 1,2,$

$\underline{V}(B_1,S) = \nwarrow \beta$, සහ 10

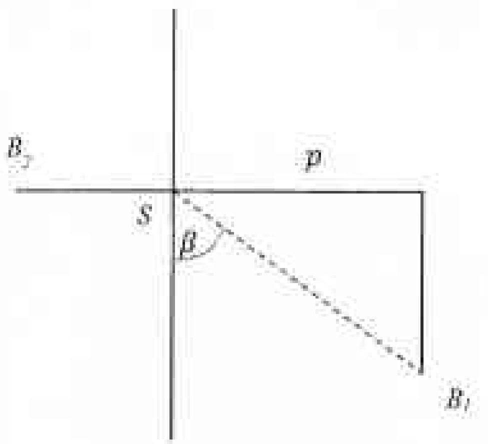
$\underline{V}(B_2,S) = \longrightarrow$

$$\underline{V}(B_i,E) = \underline{V}(B_i,S) + \underline{V}(S,E)$$ 10

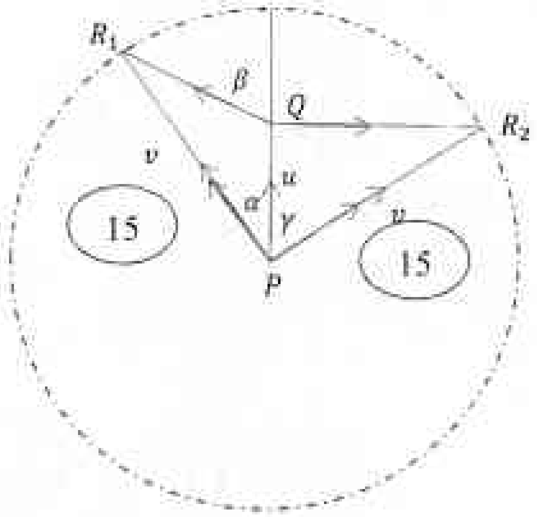
$$= \underline{V}(S,E) + \underline{V}(B_i,S)$$

$$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR_i}$$

$$= \overrightarrow{PR_i}$$ for $i = 1,2.$



$t = 0$



PQR_1 ත්‍රිකෝණයට සයින් සූත්‍රය භාවිතයෙන් $\dfrac{v}{\sin\beta} = \dfrac{u}{\sin(\beta-\alpha)}$ 5

$$\sin(\beta-\alpha) = \frac{u\sin\beta}{v}$$

$$(\beta-\alpha) = \sin^{-1}\left(\frac{u\sin\beta}{v}\right)$$

$$\alpha = \beta - \sin^{-1}\left(\frac{u\sin\beta}{v}\right) \text{------------- (i)}$$ 5

$\therefore$ B_1 හි පෙත උතුරෙන් බටහිරට සාදන α කෝණය (i) මගින් දෙනු ලැබේ.

අනුරූපව B_2 හි පොළවට සාපේක්ෂව පෙත උතුරෙන් නැගෙනහිරට γ කොණයක් සාදයි. මෙහි

$\gamma = \cos^{-1}\left(\dfrac{u}{v}\right)$. 5

65

(ii) දෙන ලද: $\beta = \frac{\pi}{3}$ හා $v = \sqrt{3}u$.

එවිට

$$\alpha = \frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(\frac{u\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{u}{\sqrt{3}}}\right) = \frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\pi}{6}$$ 5

$\therefore PQ = QR_1$

$\Rightarrow V(B,S) = u$. 5

B_1 සාපේක්ෂ පථය ඔස්සේ

B_1 ට දුර $= \frac{2p}{\sqrt{3}}$ 5

B_1 ට කාලය $t_1 = \frac{\frac{2p}{\sqrt{3}}}{u} = \frac{2p}{\sqrt{3}u}$. 5

B_2 ට කාලය $t_2 = \frac{q}{\sqrt{v^2 - u^2}} = \frac{q}{u\sqrt{3-1}} = \frac{q}{\sqrt{2}u}$. 5

$t_1 < t_2$ නම් B_1, B_2 ට පෙර S අල්ලා ගනී. 5

එනම් $\frac{2p}{\sqrt{3}u} < \frac{q}{\sqrt{2}u}$

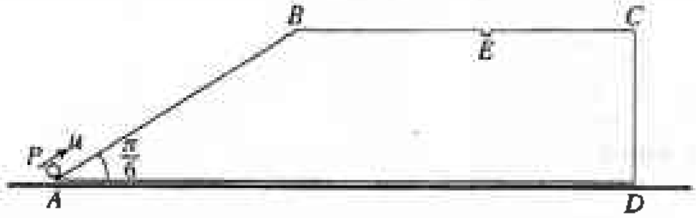
$\Rightarrow 2\sqrt{2}p < \sqrt{3}q$

$\Rightarrow 8p^2 < 3q^2$. 5

35

12. (a) $AB = a$ හා $B\hat{A}D = \frac{\pi}{6}$ වන පරිදි වූ රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ ත්‍රපීසියම, ස්කන්ධය $2m$ වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩකි. AD හා BC රේඛා සමාන්තර වන අතර AB රේඛාව එය අඩංගු මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවකි. AD අයත් මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත ඇතිව කුට්ටිය තබනු ලබයි. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා, එයට $\overrightarrow{AB}$ දිගේ u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබයි; මෙහි $u^2 = \frac{7ga}{3}$ වේ. කුට්ටියට සාපේක්ෂව P හි මන්දනය $\frac{2g}{3}$ බව පෙන්වා, P අංශුව B කරා ළඟා වන විට, කුට්ටියට සාපේක්ෂව P අංශුවෙහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

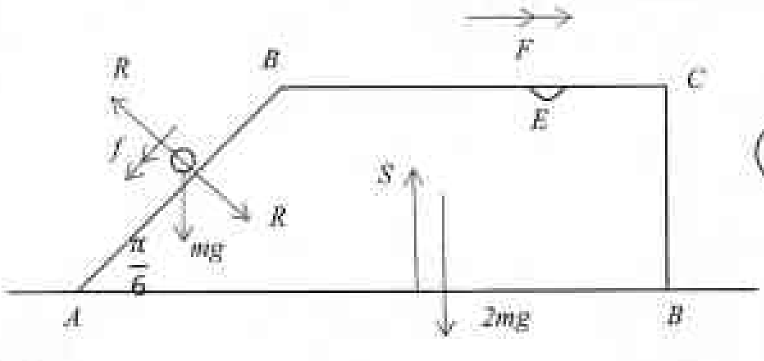
තව ද $BE = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ වන පරිදි කුට්ටියෙහි උඩත් මුහුණතෙහි BC මත වූ E ලක්ෂ්‍යයේ කුඩා සිදුරක් ඇත. කුට්ටියට සාපේක්ෂව චලිතය සැලකීමෙන්, P අංශුව E හි ඇති සිදුරට වැටෙන බව පෙන්වන්න.



(b) දිග a වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ද ඇඳා ඇත. අංශුව O ට සිරස් ව පහළින් නිශ්චලව එල්ලී තිබෙන අතර එයට විශාලත්වය $u = \sqrt{kag}$ වූ තිරස් ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ; මෙහි $2 < k < 5$ වේ. තන්තුව θ කෝණයකින් හැරී තවමත් නොබුරුල්ව තිබෙන විට අංශුවේ v වේගය $v^2 = (k-2)ag + 2ag\cos\theta$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

මෙම පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

$\theta = \alpha$ වන විට තන්තුව බුරුල් වන බව අපෝහනය කරන්න; මෙහි $\cos\alpha = \frac{2-k}{3}$ වේ.



10

$\underline{a}(P,W) = f \swarrow$ $\quad\quad$ $\underline{a}(W,E) = F \twoheadrightarrow$ $\quad$ 5

$\underline{F} = m\underline{a}$

පද්ධතියට $\rightarrow$ $\quad 0 = m\left(-f\cos\frac{\pi}{6} + F\right) + 2mF$ $\quad$ 15

5

$$0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}f + 3F \Rightarrow \frac{\sqrt{3}f}{6} = F$$

P සඳහා $\swarrow$ $mg\cos\frac{\pi}{3} = m\left(f - F\cos\frac{\pi}{6}\right)$ 10

$$\frac{g}{2} = f - \frac{\sqrt{3}f}{2} \Rightarrow \frac{g}{2} = f - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{6}f \quad 5$$

$$\Rightarrow f = \frac{2g}{3}. \quad 5$$

කුට්ටියට සාපේක්ෂව B ලක්ෂ්‍යයේදී අංශුවේ ප්‍රවේගය චලිතය v යැයි ගනිමු.

$v^2 = u^2 + 2as$ භාවිතයෙන්

$$v^2 = u^2 - 2\left(\frac{2g}{3}\right)a \quad 5$$

$$= \frac{7ga}{3} - \frac{4ga}{3}$$

$$v = \sqrt{ga} \quad 5$$

$\boxed{65}$

AB මුහුණතින් ඉවත්වීමෙන් පසු, කුට්ටියට සාපේක්ෂව අංශුවේ චලිතය සඳහා

$$\underline{a}(P,W) = \underline{a}(P,E) + \underline{a}(E,W)$$

$$= \downarrow g + \underline{0} \quad (\because \text{ කුට්ටිය නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වන බැවින් })$$

$$= \downarrow g \quad 10$$

කුට්ටියේ උඩත් මුහුණතට නැවත ළඟා වීමට P අංශුව ගනු ලබන කාලය t යැයි ගනිමු.

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

එවිට $\uparrow$ $0 = v\sin\frac{\pi}{6}t - \frac{1}{2}gt^2$ 5

$$= \frac{v}{2}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow t = \frac{v}{g} = \sqrt{\frac{a}{g}}. \quad 5$$

R යනු කුට්ටියේ උඩත් මුහුණත මත තිරස් සාපේක්ෂ විස්ථාපනය යැයි ගනිමු.

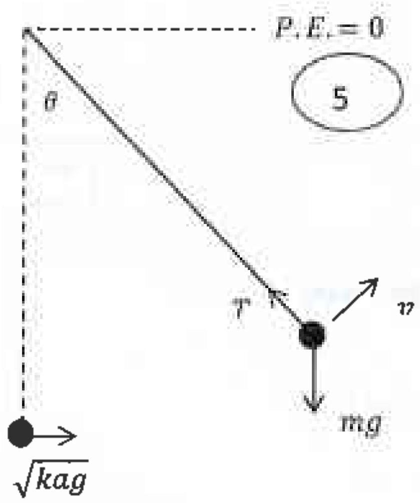
$$R = v \quad \cos\frac{\pi}{6}\cdot t \qquad 5$$

$$R = v\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{\frac{a}{g}} = \sqrt{ga}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{\frac{a}{g}}$$

$$\therefore R = \frac{\sqrt{3}a}{2}. \qquad 5$$

එබැවින් P අංශුව E හි සිදුරට වැටේ. $\boxed{30}$

(b)



ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන්:

$$-mga + \frac{1}{2}m(kag) = -mga\cos\theta + \frac{1}{2}mv^2 \qquad 15$$

$$\Rightarrow v^2 = -2ga + kag + 2ag\cos\theta$$

$$v^2 = (k-2)ag + 2ag\cos\theta \qquad 5 \qquad \boxed{25}$$

$\nwarrow \quad \underline{F} = m\underline{a}$

$$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{a} \qquad 10$$

$$\Rightarrow T - mg\cos\theta + \frac{m}{a}[(k-2)ag + 2ag\cos\theta]$$

ආතතිය: $T = (k-2)mg + 3mg\cos\theta$. 5

θ වැඩිවන විට v හා T දෙකම අඩුවේ.

$T = mg(3\cos\theta - 2 + k)$

5 $T = 0$ විට $3\cos\theta - 2 + k = 0$

i.e. $\cos\theta = \frac{2-k}{3}$. 5

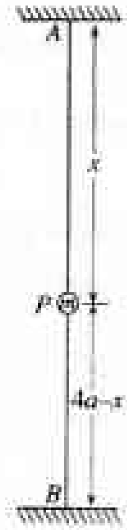
එනම් $\cos\theta = \frac{2-k}{3}$,

$$v^2 = (k-2)ag + 2ag\frac{(2-k)}{3}$$

$$= \frac{ag}{3}(k-2) > 0 \text{ as } k > 2.$$ 5

එමනිසා තන්තුව බුරුල් වන්නේ, $\cos\alpha = \frac{2-k}{3}$ $(2 < k < 5)$ වූ $\theta = \alpha$ විටය. 30

$\cos\alpha = \frac{2-k}{3}$ $(2 < k < 5)$.



13. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් එක එකක ස්වාභාවික දිග a හා මාපාංකය mg වූ සමාන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තු දෙකක කෙළවර දෙකකට ඇඳා ඇත. එක තන්තුවක නිදහස් කෙළවර A අචල ලක්ෂ්‍යයකට හා අනික් තන්තුවේ නිදහස් කෙළවර A ට සිරස් ව පහළින් $4a$ දුරකින් පිහිටි B අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇත. (රූපය බලන්න.) තන්තු දෙකම නොබුරුල්ව, A ට $\frac{5a}{2}$ දුරක් පහළින් අංශුව සමතුලිතව තිබෙන බව පෙන්වන්න.

P අංශුව දැන්, AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ඔසවා එම පිහිටීමේ දී නිසලතාවේ සිට සිරුවෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. තන්තු දෙකම නොබුරුල් හා AP තන්තුවේ දිග x වන විට, $\ddot{x}+\frac{2g}{a}\left(x-\frac{5a}{2}\right)=0$ බව පෙන්වන්න.

මෙම සමීකරණය $\ddot{X}+\omega^2X=0$ ආකාරයෙන් නැවත ලියන්න; මෙහි $X=x-\frac{5a}{2}$ හා $\omega^2=\frac{2g}{a}$ වේ.

$\dot{X}^2=\omega^2(c^2-X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් මෙම චලිතයේ විස්තාරය c සොයන්න.

P අංශුව එහි පහත් ම පිහිටීමට ළඟා වන මොහොතේ දී PB තන්තුව කපනු ලැබේ.

නව චලිතයේ දී $x=a$ වන විට අංශුව එහි උච්චතම පිහිටීමට ළඟා වන බව පෙන්වන්න.

P අංශුව $x=2a$ හි වූ එහි ආරම්භක පිහිටීමේ සිට පහළට a දුරක් ද ඊළඟට ඉහළට $\frac{a}{2}$ දුරක් ද චලනය වීමට ගනු ලබන මුළු කාලය $\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{a}{2g}}\left(3+\sqrt{2}\right)$ බව නව දුරටත් පෙන්වන්න.

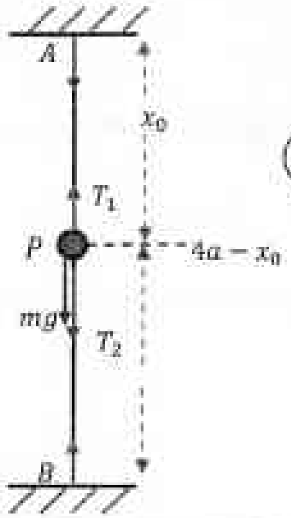
සමතුලිත පිහිටීමේ දී, $x=x_0$ යයි ගනිමු.

එවිට $\uparrow T_1=T_2+mg$ 5

$$\frac{mg}{a}(x_0-a)=\frac{mg}{a}(4a-x_0-a)+mg$$ 5

$$x_0-a=3a-x_0+a$$

$$\Rightarrow x_0=\frac{5a}{2}$$ 5



5

$\boxed{20}$

P සඳහා $\downarrow$ $\underline{F}=m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

$$T_2'+mg-T_1'=m\ddot{x}$$ 5

$$\frac{mg}{a}(4a-x-a)+mg-=\frac{mg}{a}(x-a)=m\ddot{x}$$ 10

$$\Rightarrow \ddot{x}=-\frac{2g}{a}\left(x-\frac{5a}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \ddot{x}+\frac{2g}{a}\left(x-\frac{5a}{2}\right)=0.$$ 5

එවිට $X=x-\frac{5a}{2}$ හා $\omega^2=\frac{2g}{a}$

$\ddot{X}+\omega^2 X=0.$ 5

සරල අනුවර්තීය චලිතයේ කේන්ද්‍රය වන්නේ $x=\frac{5a}{2}$. 5

$\dot{X}^2=\omega^2(c^2-X^2)$, මෙහි c යනු විස්තාරයයි.

$X=-\frac{a}{2}$ විට $\dot{X}=0$ වේ. 5

$0=\omega^2\left(c^2-\frac{a^2}{4}\right)$ $\quad c=\frac{a}{2}$ 10

$\therefore$ පහත්ම පිහිටීම $X=\frac{a}{2}$ $\Rightarrow x=3a$. 5

50

PB තන්තුව කැපීමෙන් පසු

$\downarrow$ $\underline{F}=m\underline{a}$

$mg-T=m\ddot{x}$

$mg-\frac{mg}{a}(x-a)=m\ddot{x}$ 5

$\ddot{x}+\frac{g}{a}(x-2a)=0 \Rightarrow$ $\quad \ddot{Y}+\Omega^2 Y=0$, මෙහි $Y=x-2a$ හා $\Omega^2=\frac{g}{a}$. 5

5 5

නව සරල අනුවර්තීය චලිතයේ කේන්ද්‍රය $x=2a$.

$\dot{Y}^2=\Omega^2(b^2-Y^2)$, මෙහි b යනු විස්තාරයයි. 5

PB තන්තුව කැපීමෙන් මොහොතකට පසු , $\dot{Y}=0$ හා $x=3a$ 5

$\Rightarrow \dot{Y}=0 \; at \; Y=a$. 5

නව සරල අනුවර්තීය චලිතයේ විස්තාරය a වේ.

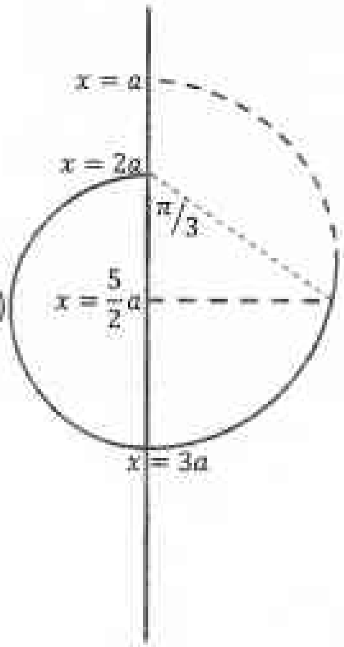
නැවත $\therefore \dot{Y}=0$ වන්නේ $Y=-a \Rightarrow x=a$ වන විටදීය. 5

එනම් $x=a$ වන විටදීය.

එනම් අංශුව $x=a$ හිදී උච්චතම පිහිටීමට පැමිණෙයි. 5

45

5



10

$x=2a$ සිට $x=3a$ දක්වා කාලය $\frac{\pi}{\omega}=\pi\sqrt{\frac{a}{2g}}$ 5

$x=3a$ සිට $x=\frac{5a}{2}$ දක්වා කාලය $=\frac{\pi}{3\Omega}=\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{a}{g}}$. 10

සම්පූර්ණ කාලය $=\pi\sqrt{\frac{a}{2g}}+\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{a}{g}}$ 5

$=\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{a}{2g}}(3+\sqrt{2})$. 5

40

---

14. (*a*) OAB ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද D යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යැයි ද E යනු OD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. F ලක්ෂ්‍යය OA මත පිහිටා ඇත්තේ $OF : FA = 1 : 2$ වන පරිදි ය. O අනුබද්ධයෙන් A හා B හි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ. $\overrightarrow{BE}$ හා $\overrightarrow{BF}$ දෛශික $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

B, E හා F ඒකරේඛීය බව **අපෝහනය** කර, $BE : EF$ අනුපාතය සොයන්න.

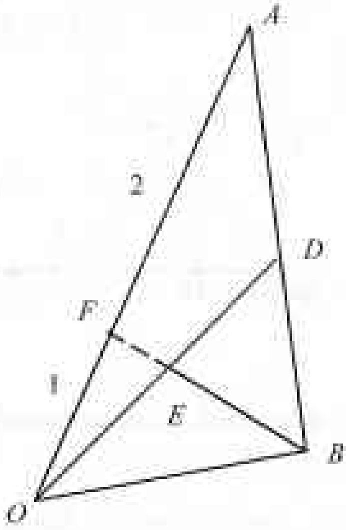
$\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{DF}$ අදිශ ගුණිතය $|\mathbf{a}|$ හා $|\mathbf{b}|$ ඇසුරෙන් සොයා, $|\mathbf{a}| = 3|\mathbf{b}|$ නම්, $\overrightarrow{BF}$ යන්න $\overrightarrow{DF}$ ට ලම්බ වන බව පෙන්වන්න.

(*b*) Oxy-තලයේ වූ බල පද්ධතියක් පිළිවෙළින් $(-a, 2a)$, $(0, a)$ හා $(-a, 0)$ ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන $3P\mathbf{i} + 2P\mathbf{j}$, $2P\mathbf{i} - P\mathbf{j}$ හා $-P\mathbf{i} + 2P\mathbf{j}$ යන බල තුනෙන් සමන්විත වේ; මෙහි P හා a යනු පිළිවෙළින් නිව්ටන හා මීටරවලින් මනින ලද ධන රාශි වේ. O මූලය වටා, පද්ධතියේ දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය, $12Pa$ N m බව පෙන්වන්න.

තව ද පද්ධතිය, විශාලත්වය $5P$ N වූ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා, එහි දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

දැන්, අතිරේක බලයක් පද්ධතියට ඇතුළත් කරනු ලබන්නේ නව පද්ධතිය දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය $24Pa$ N m වූ යුග්මයකට තුල්‍ය වන පරිදි ය. අතිරේක බලයෙහි විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(a) $\overrightarrow{OA} = \underline{a}, \quad \overrightarrow{OB} = \underline{b}$



$\overrightarrow{OF} = \frac{1}{3}\underline{a}$

$\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b})$ 5

$\overrightarrow{OE} = \frac{1}{4}(\underline{a} + \underline{b})$

$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OB} = \frac{1}{4}(\underline{a} + \underline{b}) - \underline{b} = \frac{1}{4}(\underline{a} - 3\underline{b})$

5 5

$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OB} = \frac{1}{3}\underline{a} - \underline{b} = \frac{1}{3}(\underline{a} - 3\underline{b})$ 5

$\Longrightarrow 4\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BF}$

B, E, F ඒක රේඛීය වේ සහ $BE : EF = 3 : 1$ 5

5

30

$$\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OD} = \frac{1}{3}\underline{a} - \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b}) = -\frac{1}{6}(\underline{a} + 3\underline{b})$$ 5

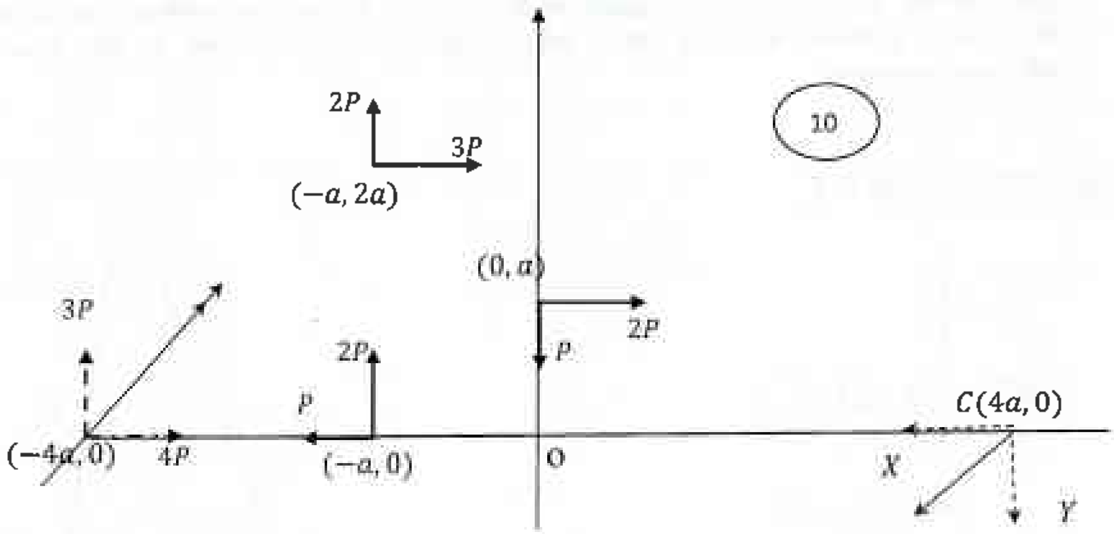
$$\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{DF} = \frac{1}{3}(\underline{a} - 3\underline{b}) \cdot \frac{1}{6}(-\underline{a} - 3\underline{b})$$ 5

$$= -\frac{1}{18}\left(|\underline{a}|^2 - 9|\underline{b}|^2\right) = 0$$, ($|a| = 3|b|$ බැවින්) 5

∴ ඒවා නිශ්ලම්භ බැවින් $\overrightarrow{BF} \perp \overrightarrow{DF}$ 5

20

(b)



0 වටා වාමාවර්තව ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

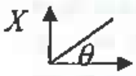
$G = 2P.a + 3P.2a + 2P.a + 2P.a = 12P.a$ Nm; 10

විභේදනයෙන් $\rightarrow$ $X = 3P + 2P - P = 4P$ 5

$\uparrow$ $Y = 2P + 2P - P = 3P$ 5

R සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය $5P$ මගින් දෙනු ලැබේ.

$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = 5P\ N$ 5



Y ක්‍රියා රේඛාව $x-$අක්ෂය සමග θ කෝණයක් සාදයි, මෙහි $\tan\theta = \dfrac{Y}{X} = \dfrac{3}{4}$. 5

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව $(-b, 0)$, $(b > 0)$ ලක්ෂ්‍ය යේ දී $x-$අක්ෂය හමුවේ නම් එවිට

O ↻

$Y\,b = 3P\,b = 12P\,a \Longrightarrow \quad b = 4a$ 5

5

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය

$$y - 0 = \frac{3}{4}(x + 4a) \Longrightarrow 4y - 3x = 12a$$

10

$\boxed{60}$

දැන් $C \equiv (c, 0)$, $c > 0$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $(-4P, -3P)$බලයක් යෙදීමෙන් පමණක් පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍යවේ. 5

C ↻ $3P(c + 4a) = 24Pa$ 10

$\Rightarrow c = 4a$

5 5

අමතර බලයේ විශාලත්වය $= 5\,P$ N, සහ එහි දිශාව x- අක්ෂයේ සෘණ දිශාව සමග

5

$tan^{-1}\left(\frac{-3P}{-4P}\right) = tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ කෝණයක් සාදයි.

අමතර බලයේ ක්‍රියා රේඛාව $y - 0 = \frac{3}{4}(x - 4a)$ 10

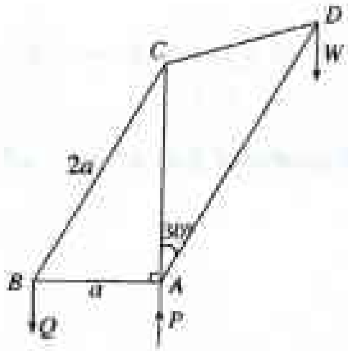
$\Rightarrow 4y - 3x + 12a = 0.$

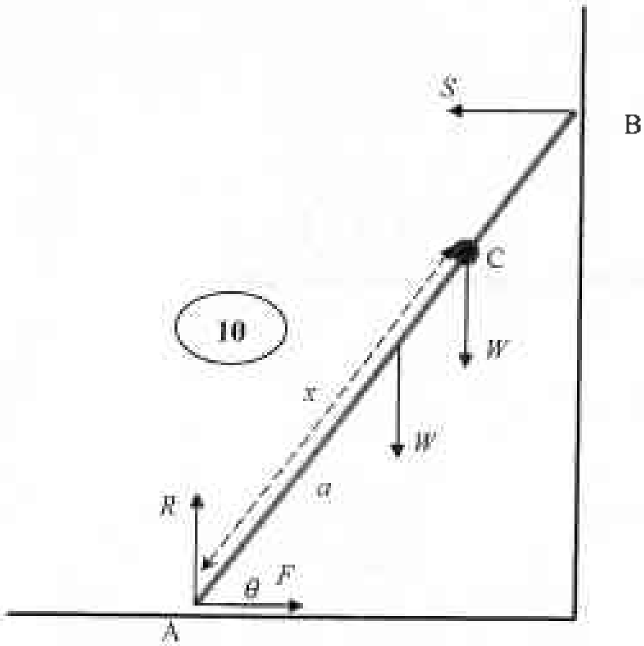
$\boxed{40}$

15. (*a*) බර W හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක A කෙළවර රළු තිරස් බිමක් මත හා B කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව තබා ඇත. දණ්ඩ බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටන අතර, එය තිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදයි; මෙහි $\tan\theta = \frac{3}{4}$ වේ. $AC = x$ ලෙස දණ්ඩ මත වූ C ලක්ෂ්‍යයට බර W වූ අංශුවක් සවි කර ඇත. අංශුව සහිත දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ ඇත. දණ්ඩ හා බිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{5}{6}$ වේ. $x \le \frac{3a}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) යාබද රූපයෙහි පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල, AB, BC, AC, CD හා AD සැහැල්ලු දඬු පහක් ඒවායේ කෙළවරවලින් නිදහසේ සන්ධි කර සාදා ඇත. $AB = a$, $BC = 2a$, $AC = CD$ හා $C\hat{A}D = 30°$ බව දී ඇත. බර W වූ භාරයක් D හි එල්ලෙන අතර පිළිවෙළින් A හා B හි දී රූපයේ දක්වා ඇති දිශාවලට ක්‍රියාකරන P හා Q සිරස් බලවල ආධාරයෙන් AB තිරස් ව හා AC සිරස් ව රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව තිබේ. Q හි අගය W ඇසුරෙන් සොයන්න.

බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, ඒ නයින්, දඬු පහේ ප්‍රත්‍යාබල සොයා, එම ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.





AB දණ්ඩට A

$$S \cdot 2a\sin\theta = W(a\cos\theta + x\cos\theta) \quad 15$$

$$\Rightarrow S \cdot 2a \cdot \frac{3}{5} = W \cdot (a+x) \cdot \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow S = \frac{2W(a+x)}{3a}. \quad 5$$

විභේදනයෙන්

$\rightarrow \quad F = S = \frac{2W(a+x)}{3a}.$ 5

$\uparrow \quad R = 2W.$ 5

$F \le \mu R$ හා $\mu = \frac{5}{6}$

5 $\Rightarrow \frac{2W(a+x)}{3a} \le \frac{5}{6} \cdot 2W$ 5

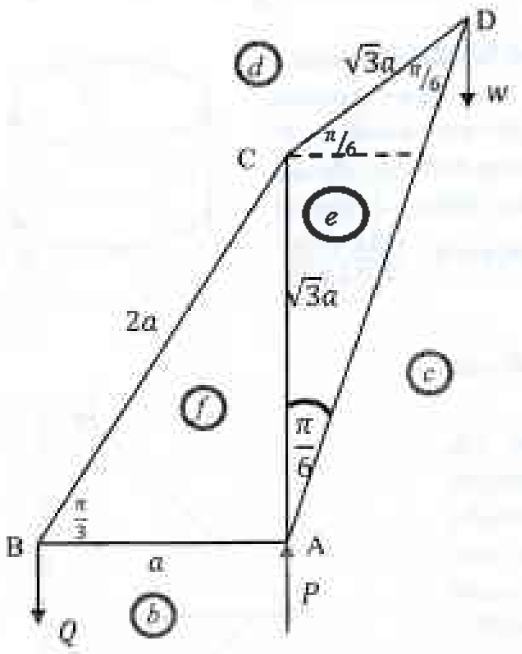
$$\Rightarrow a + x \le \frac{5a}{2}$$

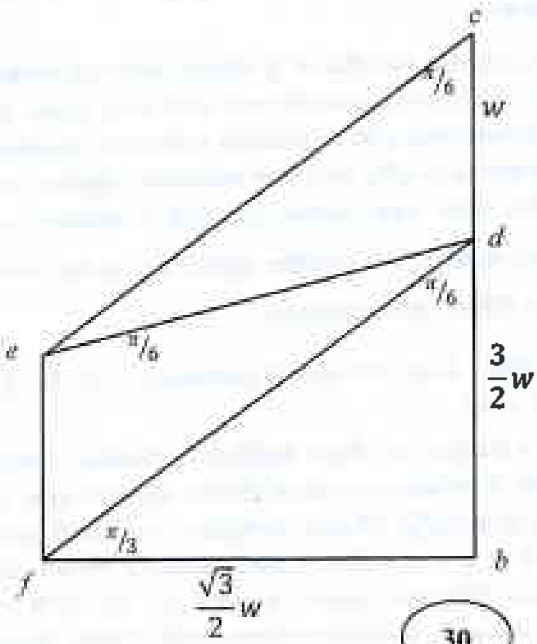
$$\Rightarrow x \le \frac{3a}{2}. \quad 5$$

$\tan\theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin\theta = \frac{3}{5}$ හා $\cos\theta = \frac{4}{5}$. 5

60

(b)





30

$AD = 2(\sqrt{3}\,a\cos 30^\circ) = 3a$

A) $Qa = W\,AD\cos 60^\circ$

$\Rightarrow Q = \frac{3}{2}W$ 10

$\uparrow P = Q + W \Rightarrow P = \frac{5}{2}W$

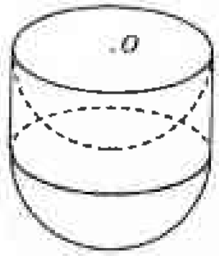
දණ්ඩ	ආතති	තෙරපුම
AB		$\frac{\sqrt{3}}{2}W$
BC	$\sqrt{3}W$	
AC		W
CD	W	
AD		$\sqrt{3}W$

50

90

16. අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3}{8}a$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

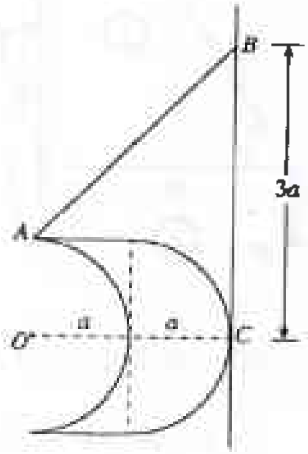
අරය a, උස a හා ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකින් අරය a වූ අර්ධ ගෝලාකාර කොටසක් කපා ඉවත් කරනු ලැබේ. දැන්, යාබද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සිලින්ඩරයේ ඉතිරි කොටසෙහි වෘත්තාකාර මුහුණතට අරය a හා ඝනත්වය $\lambda\rho$ වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක වෘත්තාකාර මුහුණත සවි කරනු ලබන්නේ, ඒවායේ සමමිතික අක්ෂ දෙක සමපාත වන පරිදි ය. මෙලෙස සාදාගනු ලබන S වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත, ගැටියේ O කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{(11\lambda+3)a}{4(2\lambda+1)}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

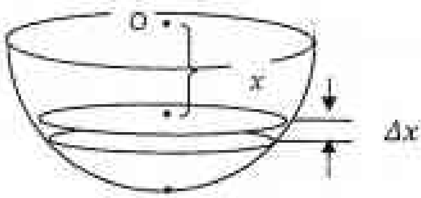


$\lambda = 2$ යැයි ද A යනු S වස්තුවෙහි වෘත්තාකාර ගැටිය මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ද ගනිමු.

මෙම S වස්තුව රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව සමතුලිතව තබා ඇත්තේ, A ලක්ෂ්‍යයට හා සිරස් බිත්තිය මත වූ B අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි. මෙම සමතුලිත පිහිටීමේ දී S හි සමමිතික අක්ෂය බිත්තියට ලම්බව පිහිටන අතර S හි අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය B ලක්ෂ්‍යයට $3a$ දුරක් සිරස් ව පහළින් වූ C ලක්ෂ්‍යයේ දී බිත්තිය ස්පර්ශ කරයි. (යාබද රූපය බලන්න.) O, A, B හා C ලක්ෂ්‍ය බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි.

μ යනු බිත්තිය හා S හි අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය නම්, $\mu \geq 3$ බව පෙන්වන්න.





5

සමමිතියෙන් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G, OA මත පිහිටයි.

OG= $\bar{x}$ යයි ද ρ ඝනත්වය යයි ද ගනිමු. එවිට,

$$\Delta m = \pi(a^2 - x^2)\Delta x \rho$$

සහ

$$\bar{x} = \frac{\int_0^a \pi(a^2 - x^2)\rho x\, dx}{\int_0^a \pi(a^2 - x^2)\rho\, dx} \qquad 15$$

$$= \frac{\int_0^a (a^2x - x^3)\, dx}{\int_0^a (a^2 - x^2)\, dx} == \frac{\left(a^2\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^a}{\left(a^2x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^a} \qquad 10$$

5

$$= \frac{\left(\frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4}\right)}{\left(a^3 - \frac{a^3}{3}\right)} = \frac{3}{8}a$$

එම නිසා O සිට ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට දුර $\frac{3}{8}a$ වේ. 5 $\boxed{40}$

17. (*a*) ආයතනයක එක්තරා රැකියාවකට අයදුම් කරන සියලු ම අයදුම්කරුවන් අභියෝගතා පරීක්ෂණයකට පෙනීසිටීම අවශ්‍ය වේ. මෙම අභියෝගතා පරීක්ෂණයෙන් A ශ්‍රේණියක් ලබන අය රැකියාව සඳහා තෝරාගනු ලබන අතර, ඉතිරි අයදුම්කරුවන් සම්මුඛ පරීක්ෂණයකට මුහුණ දිය යුතු ය. අයදුම්කරුවන්ගෙන් 60% ක් A ශ්‍රේණි ලබන බව ද ඒ අයගෙන් 40% ක් ගැහැනු අය බව ද සමීක්ෂණයක දී සොයා ගෙන ඇත. සම්මුඛ පරීක්ෂණයට මුහුණ දෙන අයදුම්කරුවන්ගෙන් 10% ක් පමණක් තෝරාගනු ලබන අතර එයින් 70% ක් ගැහැනු අය වෙති.

(i) මෙම රැකියාව සඳහා පිරිමි අයකු තෝරාගනු ලැබීමේ,

(ii) රැකියාවට තෝරාගනු ලැබූ පිරිමි අයකු අභියෝගතා පරීක්ෂණයට A ශ්‍රේණියක් ලබා තිබීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) එක්තරා රෝහලක රෝගීන් 100 දෙනකුගේ ප්‍රතිකාර ලබා ගැනීමට පෙර රැඳී සිටි කාල (මිනිත්තුවලින්) එක් රැස් කරනු ලැබේ. එම එක් එක් කාලයෙන් මිනිත්තු 20ක් අඩු කිරීමෙන් ලැබෙන අන්තර එක එකක් 10න් බෙදීමෙන් ලැබෙන අගයන්ගේ ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙන් දෙයි.

අගයන්ගේ පරාසය	රෝගීන් ගණන
−2 – 0	30
0 – 2	40
2 – 4	15
4 – 6	10
6 – 8	5

මෙම වගුවෙහි දී ඇති ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

ඒ නයින්, රෝගීන් 100 දෙනා රැඳී සිටි කාලවල මධ්‍යන්‍යය μ සහ සම්මත අපගමනය σ නිමානය කරන්න.

තව ද $\kappa = \dfrac{\mu - M}{\sigma}$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලබන කුටිකතා සංගුණකය κ නිමානය කරන්න; මෙහි M යනු රෝගීන් 100 දෙනා රැඳී සිටි කාලවල මාතය වේ.

(a) X = රැකියාව සඳහා පිරිමි අයකු තේරීම

A = අභියෝගතා පරීක්ෂණය සඳහා A සාමාර්ථයක් ලබා ගැනීම .

(i) $P(X) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{93}{250}$. 10

10 10

30

10

(ii) $P(A/X) = \frac{P(X\cap A)}{P(X)} = \frac{\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}}{\frac{62}{250}} = \frac{30}{31}.$ 10

10

30

(b)

5   5   5

අගය පරාසය	f	මධ්‍ය අගය y	y^2	fy	fy^2
-2 – 0	30	-1	1	-30	30
0 – 2	40	1	1	40	40
2 – 4	15	3	9	45	135
4 – 6	10	5	25	50	250
6 – 8	5	7	49	35	245
	$\sum f = 100$			$\sum fy = 140$	$\sum fy^2 = 700$

5   5

මධ්‍යන්‍යය: $\mu_y = \frac{\sum fy}{\sum f} = \frac{140}{100} = \frac{7}{5}$ 5

5

සම්මත අපගමනය: $\sigma_y^2 = \frac{\sum fy^2}{\sum f} - \mu_y^2 = \frac{700}{100} - \frac{49}{25}$ $\sigma_y = \frac{\sqrt{504}}{10} \approx 2.24.$

5   5

45

$y = \frac{x-20}{10} \implies x = 10y + 20.$

එවිට $\mu = 10\mu_y + 20 = 10\left(\frac{7}{5}\right) + 20 = 34.$ 5

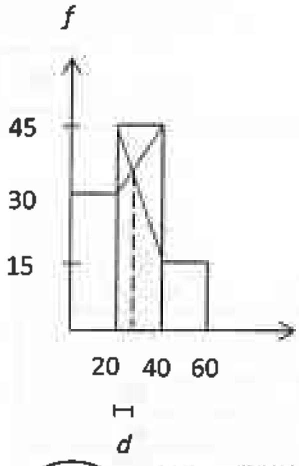
5

$\sigma = 10\sigma_y \approx 10(2.24) \approx 22.4.$ 5

5

20

මාතය M සෙවීම සඳහා :



y හි පරාසය	x හි පරාසය	සංඛ්‍යාතය
$-2-0$	$0-20$	30
$0-2$	$20-40$	40
$2-4$	$40-60$	15

5

5 $\frac{d}{40-30} = \frac{20-d}{40-15} \Rightarrow d = \frac{40}{7} \Rightarrow M = 20 + \frac{40}{7} \approx 25.71.$ 5

$\kappa = \frac{\mu - M}{\sigma} = \frac{34-25.71}{22.4} \approx 0.37.$ 5

5

25

වෙනත් ක්‍රමයක්

$$M = L_{Mo} + c\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) = 20 + 20\left(\frac{10}{10+25}\right) \approx 25.71.$$ 5

5 5