

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

13 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය - I

පිළිතුරු පත්‍රය

A කොටස

A කොටසේ ප්‍රශ්න 10 ට ලකුණු 25 බැගින් ද B කොටසේ ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ද හිමිවේ . $10 \times 25 = 250$
 $5 \times 150 = 750$
1000

01. $x^8 + 2x^7 + 3x^3 + px + q = (x + 2)(x - 1) \div (x)$

$x = 1$ විට $p = q = 6$

$x = -2$ විට $-2p + q = 24$

විසඳීමෙන් $p = (-10)$, $q = 4$

02. $3x^4 - 4x^3 - 14x^2 - 4x + 3 = 0$

$\div x^2 \quad 3x^2 - 4x - 14 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2} = 0$

$3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$

$3(y^2 - 2) - 4y - 14 = 0$

$3y^2 - 4y - 20 = 0$

$(3y - 10)(y + 2) = 0$

$y = \frac{10}{3}$, $y = -2$

$y = \frac{10}{3}$ විට $x = \frac{1}{3}$, 3 $y = -2$ විට $x = -1$, -1

03. පොදු මූලය α නම්, $\alpha^2 - a\alpha + b = 0$ — ①

$a\alpha^2 + \alpha - c = 0$ — ②

① $\times$ ②

$a\alpha^2 - a\alpha^2 + ab - (a\alpha^2 + \alpha - c) = 0$

$\alpha = \frac{ab + c}{a^2 + 1}$ — ③

① + ② $\times$ α

$\alpha^2 - a\alpha^2 + b + a^2\alpha^2 + a\alpha - ac = 0$

$\alpha = \frac{ac - b}{a^2 + 1}$ — ④

③ හා ④ න්

$\frac{ac - b}{a^2 + 1} = \left(\frac{ab + c}{a^2 + 1}\right)^2$

$(ac - b)(a^2 + 1) = (ab + c)^2$

04. $\frac{5 - x}{\lambda} = \frac{\lambda}{x + 7}$

$(5 - x)(x + 7) = \lambda^2$

$x^2 + 2x + 2 - 35 = 0$

මූල තාත්වික $\Delta \geq 0$ නම් විය යුතුය.

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (\lambda^2 - 35) = 4(36 - \lambda^2) \text{ විය යුතුය.}$$

$$\Delta \geq 0 \text{ වීමට } (36 - \lambda^2) \geq 0 \text{ විය යුතුය.}$$

$$\lambda^2 - 36 \leq 0 \text{ විය යුතුය.}$$

$$(\lambda - 6)(\lambda + 6) \leq 0 \text{ විය යුතුය.}$$

$$-6 \leq \lambda \leq 6$$

$$05. \sum_{r=1}^n r \cdot 2^{r-1} = 1 + (n-1) 2^n$$

$n = 1$ LHS = 1, RHS = 1 $n = 1$ ට සත්‍ය වේ.

$n = p$ ට සත්‍ය යැයි උපකල්පනයෙන්,

$$\sum_{r=1}^p r \cdot 2^{r-1} = 1 + (p-1) 2^p$$

$n = p+1$ ට සත්‍ය බව සාධනය කරමු.

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^n r \cdot 2^{r-1} + (p+1) 2^{p+1-1} &= 1 + (p-1) 2^p + (p+1) \times 2^p \\ &= 1 + 2^p (p-1 + p+1) = 1 + 2^p \cdot 2^p \\ &= 1 + [(p+1) - 1] 2^{p+1} \end{aligned}$$

$\therefore n = p$ ට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම් $n = p+1$ ට ද සත්‍ය වේ.

$\therefore$ ගණිත අභිප්‍රාප්ත මූලධර්මයෙන් සියළු ධන නිඛිල n සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

$$06. y = \sin(m \sin^{-1}x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \cos(m \sin^{-1}x) \times \frac{m}{\sqrt{1-x^2}}$$

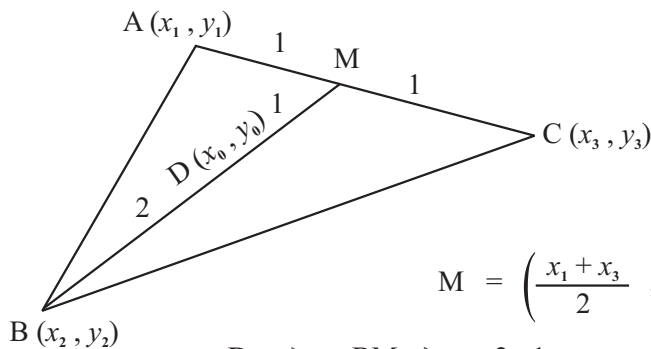
$$\sqrt{1-x^2} \cdot \frac{dy}{dx} = m \cos(m \sin^{-1}x)$$

$$\text{නැවතත් අවකලනයෙන්, } \frac{d^2y}{dx^2} (1-x^2) - x \frac{dy}{dx} = -m^2 \sin(m \sin^{-1}x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} (1-x^2) - x \frac{dy}{dx} = -m^2 \sin(m \sin^{-1}x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} (1-x^2) - x \frac{dy}{dx} + m^2 y = 0$$

07.



D කේන්ද්‍රය BM රේඛාව $2:1$ අනුපාතයට බෙදන නිසා

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

$$\therefore D \equiv \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

08. $\frac{2 \tan^{-1} x}{\alpha} + \frac{\tan^{-1} y}{\beta} = \frac{\pi}{2}$ නම් ,

$$2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$2\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$$

$$\tan 2\alpha = \frac{1}{\tan \beta}$$

$$\frac{2x}{1-x^2} = \frac{1}{y} \Rightarrow 1-x^2 = 2xy \Rightarrow 1+y^2 = x^2+y^2+2xy$$

$$\therefore (x+y)^2 = 1+y^2$$

09. $\frac{4a+b}{2a+b} = 7$

$$a = -\frac{3b}{5}$$

$$\frac{5a+b}{5a-b} = \frac{-3b+b}{-3b-b} = \frac{-2b}{-4b} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b^2 - a^2}{b^2 + a^2} = \frac{b^2 - \frac{9b^2}{25}}{b^2 + \frac{9b^2}{25}} = \frac{8}{17}$$

10. හමුදා හටයන් 8 දෙනා කණ්ඩායම් තුනකට වෙන් කළ හැකි ක්‍රම 4, 2, 2 , 3, 3, 2

$$4 \ 2 \ 2 \text{ ක්‍රමයට } {}^8C_4 \times {}^4C_2 \times {}^2C_2 = \frac{8!}{4!4!} \times \frac{4!}{2!2!} \times \frac{1}{1} = 210$$

$$3 \ 3 \ 2 \text{ ක්‍රමයට } {}^8C_3 \times {}^5C_3 \times {}^2C_2 = \frac{8!}{3!3!2!} \times \frac{5!}{3!2!} \times \frac{1}{1} = 280$$

$$\text{හමුදා හටයන් 3 ට වෙන් කළ හැකි ආකාර} = 210 + 280 = 490$$

$$\text{කණ්ඩායම් 3 ක් ගොඩනැගිලි 3 කට යෙදවිය හැකි ආකාර} = {}^3P_3 = 6$$

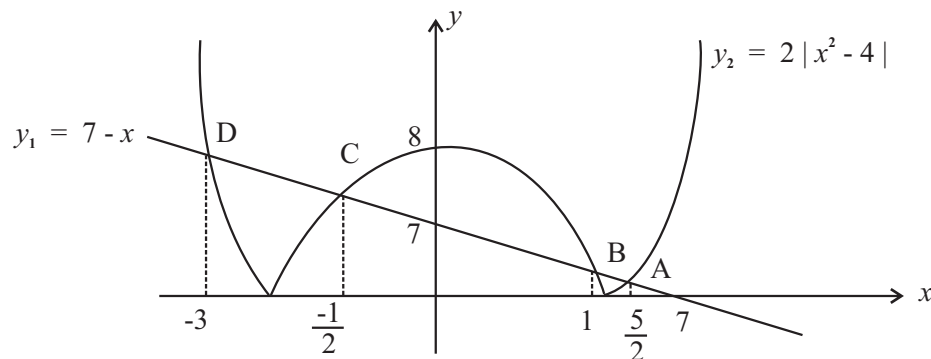
$$\text{හමුදා හටයන් ගොඩනැගිලි 3 මුර කිරීමට යෙදවිය හැකි ආකාර ගණන} = 490 \times 6 = 2940$$

සංයුක්ත ගණිතය - I

B කොටස

11. $7 - x > 2|x^2 - 4|$

$$y_1 = 7 - x, y_2 = 2|x^2 - 4| \text{ ප්‍රස්ථාර සලකමු.}$$



$y_1 \geq y_2$ වන්නේ C සහ D, හා A සහ B අතර වේ.

A හා D සෙවීමට

$$2(x^2 - 4) = 7 - x$$

$$(2x - 5)(x + 3) = 0$$

$$x = -3, \frac{5}{2}$$

D A

B හා C සෙවීමට

$$-2(x^2 - 4) = 7 - x$$

$$(2x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}, +1$$

C B

$$\therefore \text{අවශ්‍ය පරාසය } 1 \leq x \leq \frac{5}{2} \text{ හා } -3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$$

$$U_r = r(r+1), \quad V_r = Ar^2 + Br + C$$

$$U_r = V_r - 3V_{r-1}$$

$$r(r+1) = Ar^2 + Br + C - 3[A(r-1)^2 + B(r-1) + C]$$

$$r^2 + r = -2Ar^2 + (6A - 2B)r - (-3A + 3B - 2C)$$

$$A = -\frac{1}{2}, \quad 1 = -2B + 6A$$

$$0 = -3A + 3B - 2C$$

$$B = -2, \quad C = -\frac{9}{4}$$

දී ඇති ශ්‍රේණියේ r වන පදය $\frac{r(r+1)}{3^r}$ නිසා,

$$U_r = r(r+1)$$

$$U_r = V_r - 3V_{r-1} \text{ නිසා,}$$

$$\frac{U_r}{3^r} = \frac{V_r}{3^r} - \frac{V_{r-1}}{3^{r-1}}$$

$$r=1 \text{ විට } \frac{U_1}{3^1} = \frac{V_1}{3^1} - \frac{OV_0}{3^0} \quad \sum_{r=1}^n \frac{U_r}{3^r} = \frac{V_n}{3^n} - V_0$$

$$r=2 \text{ විට } \frac{U_2}{3^2} = \frac{V_2}{3^2} - \frac{V_1}{3^1} = \frac{An^2 + Bn + C}{3^n} - C$$

$$r=n-1 \text{ විට } \frac{U_{n-1}}{3^{n-1}} = \frac{V_{n-1}}{3^{n-1}} - \frac{V_{n-2}}{3^{n-2}} = \frac{\frac{1}{2} - n^2 - 2n - \frac{9}{4}}{3^n} + \frac{9}{4}$$

$$r=n \text{ විට } \frac{U_n}{3^n} = \frac{V_n}{3^n} - \frac{V_{n-1}}{3^{n-1}} = \frac{-2n^2 + 8n - 9}{4 \times 3^n} + \frac{9}{4} //$$

$$(12) (a) \quad y = \sqrt{\tan x + \sqrt{\tan x + \sqrt{\tan x + \dots}}}$$

$$y = \sqrt{\tan x + y}$$

$$y^2 = \tan x + y$$

$$2y \cdot \frac{dy}{dx} = \sec^2 x + \frac{dy}{dx}$$

$$(2y - 1) \frac{dy}{dx} = \sec^2 x //$$

$$(b) \quad x^p y^q = (x + y)^{p+q}$$

දෙපසම $\log$ ගැනීමෙන්,

$$p \log x + q \log y = (p + q) \log (x + y)$$

x විෂයෙන් දෙපසම අවකලනයෙන්,

$$p \cdot \frac{1}{x} + q \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = (p+q) \frac{1}{(x+y)} \left(1 + \frac{dy}{dx}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} \times \left(\frac{q}{y} - \frac{p+q}{x+y}\right) = \frac{p+q}{x+y} - \frac{p}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} \left[\frac{q(x+y) - y(p+q)}{y(x+y)} \right] = \frac{qx - py}{x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} \left(\frac{qx - py}{y} \right) = \frac{qx - py}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{r}{h} = \frac{6}{5}$$

$$r = \frac{6h}{5}$$

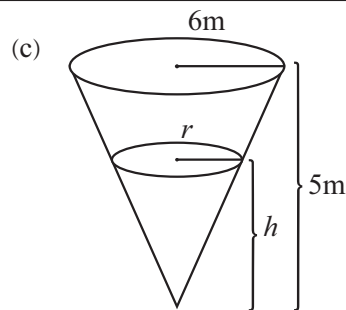
$$r = \frac{6h}{5}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{6h}{5}\right)^2 h = \frac{12}{25} \pi h^3$$

$$V = 12\pi h^3$$

එ විෂයෙන් අවකලනයෙන්, $\frac{dv}{dt} = \frac{12\pi}{25} \cdot 3h^2 \cdot \frac{dh}{dt}$

$$36 = \frac{12\pi}{25} \cdot 3h^2 \cdot \frac{dh}{dt} \rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{25}{\pi h^2}$$



කාලය $t = t$ විට ටැංකිය තුළ ජලයේ ගැඹුර h ද, ජල පරිමාව V යැයි ද ගනිමු. සමරූපී ත්‍රිකෝණ සැලකීමෙන්,

ගැඹුර 3m වන විට ජල පෘෂ්ඨයට නඟින සීඝ්‍රතාව,

$$\left(\frac{dh}{dt}\right)_{h=3} = \frac{25}{\pi \cdot 3^2} = \frac{25}{9\pi} \text{ } mh^{-1}$$

(13) (a) I_1 තුළින් P හි ප්‍රතිබිම්බය R නම්,

$$R = (3 + 2t, \lambda - t) \text{ මෙහි } t = -2 \left(\frac{6 - \lambda + 2}{5} \right) = \frac{-2}{5} (8 - \lambda)$$

$$\therefore R \equiv \left(3 - \frac{4}{5} (8 - \lambda), \lambda + \frac{2}{5} (8 - \lambda)\right) \text{ --- ①}$$

I_2 තුළින් Q හි ප්‍රතිබිම්බය S නම්,

$$S = (-2 + t, 2 + 3t) \text{ මෙහි } t = -2 \left(\frac{-2 + \mu + 6}{10} \right) = \frac{-1}{5} (4 + \mu)$$

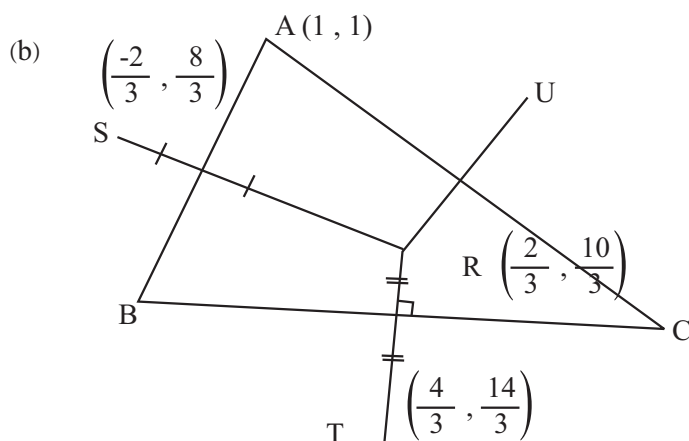
$$\therefore S \equiv \left(-2 - \frac{1}{5} (4 - \mu), 2 - \frac{3}{5} (4 - \mu)\right) \text{ --- ②}$$

$R \equiv S$ බව දී ඇත. $\therefore$ ① හා ② න්,

$$3 - \frac{4}{5} (8 - \lambda) = -2 - \frac{1}{5} (4 + \mu) \text{ --- ③}$$

$$\lambda + \frac{2}{5} (8 - \lambda) = 2 - \frac{3}{5} (4 + \mu) \text{ --- ④}$$

③ හා ④ විසඳීමෙන් $\lambda = 3$, $\mu = -9$ ලැබේ.



$$RS \text{ අනුක්‍රමණය} = \frac{\frac{8}{3} - \frac{10}{3}}{-2 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore AB \text{ හි අනුක්‍රමණය} = -2$$

$$AB \text{ හි සමීකරණය} = \frac{y - 1}{x - 1} = -2$$

$$2x + y - 3 = 0 \text{ වේ.}$$

$$RT \text{ සමීකරණය}$$

$$\frac{y - \frac{10}{3}}{x - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{10}{3} - \frac{14}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{4}{3}}$$

$$2x - y + 2 = 0$$

RT අනුක්‍රමණය = 2 ද BC ⊥ RT ද නිසා BC හි අනුක්‍රමණය = $-\frac{1}{2}$
 අනුපාත ප්‍රමේයයන්, P = (1, 4)

$$BC \text{ සමීකරණය } \frac{y-4}{x-1} = -\frac{1}{2}$$

$$x + 2y - 9 = 0$$

C යනු RT මත B හි ප්‍රතිබිම්බයයි.

AB හා BC සමීකරණ විසඳීමෙන්, B ≡ (-1, 5)

C යනු RT මත B හි ප්‍රතිබිම්බයයි.

$$C \equiv (-1 + 2t, 4 - 1)$$

$$\text{මෙහි } t = -2 \left(\frac{2(-1) - 5 + 2}{2^2 + (-1)^2} \right)$$

$$t = 2$$

$$C \equiv (3, 2)$$

(14) (a) $g_1 = 1, f_1 = 3, c_1 = -2, g_2 = 2, f_2 = -4, c_2 = \lambda$ නම්,

ප්‍රලම්භව ඡේදනය වන විට, $2(g_1g_2 + f_1f_2) = c_1 + c_2$

$$2[1 \times 2 + 3 \times -4] = -2 + \lambda$$

$$\lambda = -18$$

(b) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ අවශ්‍ය වෘත්තය නම්,

S කේන්ද්‍රය OX මත නිසා $f = 0$ —①

∴ S කේන්ද්‍රය P නම් $P \equiv (-g, 0)$

S හි අරය r_1 නම් $r_1 = \sqrt{g^2 - c}$

S_1 හි කේන්ද්‍රය Q නම්, $Q \equiv (3, 0)$

S_1 හි අරය r_2 නම් $r_2 = \sqrt{3^2} = 3$

S වෘත්තය S_1 බාහිරව ස්පර්ශ කරන නිසා,

$$PQ = r_1 + r_2$$

$$3 + g = \sqrt{g^2 - c} + 3$$

$$g = \sqrt{g^2 - c}$$

$$g^2 = g^2 - c$$

$$\therefore c = 0 \text{ —②}$$

S හා S_1 ප්‍රලම්භ නිසා, $2(g_1g_2 + f_1f_2) = c_1 + c_2$ මගින්,

$$2[-2(-g) + 0(4)] = 8 + 0$$

මින් $g = 2$ බව ලැබේ.

∴ ①, ② හා ③ න් S හි සමීකරණය

$$x^2 + y^2 + 4x = 0$$

(15) $f(-x) = f(x)$

$$\begin{aligned} \int_{-a}^0 f(-x) dx &= \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx \\ &= I_1 + I_2 \end{aligned}$$

$$I_1 = \int_{-a}^0 f(x) dx \quad \begin{aligned} x &= -y \text{ ආදේශයෙන්,} \\ x &= -a \rightarrow y = a \\ x &= 0 \text{ විට } \rightarrow y = a \end{aligned}$$

$$dx = -dy$$

$$I_1 = \int_a^0 f(-y)(-dy)$$

$$\begin{aligned}
I_1 &= - \int_{-a}^0 f(-y) dy \\
&= \int_a^0 f(-y) dy \\
&= \int_a^0 f(y) dy \quad [\because f(-x) = f(x)] \\
&= \int_a^0 f(x) dx \quad \text{අනුකූල විචල්‍යයෙන් ස්වයන්ත නිසා,} \\
&= I_2 \\
\int_{-a}^0 f(x) dx &= \int_0^a f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx \\
f(x) &= \frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} + 2} \\
f(-x) &= \frac{1}{\sqrt{1+(-x)} + \sqrt{1-(-x)} + 2} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+(-x)} + \sqrt{1-(-x)} + 2} \\
\therefore f(-x) &= f(x) \\
&= \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} + 2} dx \\
&= 2 \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} + 2} dx
\end{aligned}$$

$$x = \sin 4t$$

$$\frac{dy}{dx} = \cos 4t \times 4$$

$$dx = 4 \cos 4t \cdot dt$$

$$x \rightarrow 0 \quad t \rightarrow 0$$

$$x \rightarrow 1 \quad t \rightarrow \frac{\pi}{8}$$

$$1+x = 1 + \sin 4t$$

$$= (\sin^2 2t + \cos^2 2t) + 2\sin^2 t \cdot \cos 2t$$

$$= (\sin 2t + \cos 2t)^2$$

$$\begin{aligned}
\text{එලෙසම} \quad 1-x &= 1 - \sin 4t \\
&= (\sin 2t + \cos 2t)^2
\end{aligned}$$

$$t = 0 \text{ සිට } \frac{\pi}{8} \text{ වීම}$$

$$2t \rightarrow 0 \text{ සිට } \frac{\pi}{4} \text{ දක්වා යයි.}$$

$$0 < \theta < \frac{\pi}{4} \text{ වීම } \cos \theta > \sin \theta \text{ වේ.}$$

$$\therefore \sqrt{1-x} > 0 \text{ බැවින් } \sqrt{(\sin 2t - \cos 2t)^2} > 0$$

$$|\sin 2t - \cos 2t| = \cos 2t - \sin 2t$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} + 2} dx \\
&= 2 \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{4 \cos 4t dt}{(\sin 2t + \cos 2t) + (\cos 2t - \sin 2t) + 2} \\
&= 2 \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{4 \cos 4t dt}{2 \cos 2t + 2} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{4 \cos 4t dt}{2(1 + \cos 2t)} \\
&= 2 \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{2 \cos 4t}{1 + \cos 2t} \cdot dt = 2 \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{2 \cos 4t}{2 \cos^2 t} dt \\
\cos 4t &= 2 \cos^2 2t - 1 = 2[\cos^2 t - 1]^2 - 1 \\
&= 8 \cos^4 t - 4 \cos^2 t + 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{8 \cos^2 t - 8 \cos^2 t + 1}{\cos^2 t} dt \\
&= 2 \int_0^{\frac{\pi}{8}} 8 \cos^2 t - 8 + \sec^2 t dt \\
&= 2 \int_0^{\frac{\pi}{8}} 4(1 + \cos 2t) - 8 + \sec^2 t dt \\
&= 2 \int_0^{\frac{\pi}{8}} 4 \cos 2t + \sec^2 t - 4 dt \\
&= 2 \left[\frac{4 \sin 2t}{2} + \tan t - 4t \right]_0^{\frac{\pi}{8}} \\
&= 2 \left[2 \sin \frac{\pi}{4} - 2 \sin 0 + \tan \frac{\pi}{8} - \tan 0 - 4 \left(\frac{\pi}{8} - 0 \right) \right] \\
&= 2 \left[2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} - 1 - \frac{\pi}{2} \right] \\
&= 4\sqrt{2} - \pi - 2
\end{aligned}$$

(16) (a) $\sin 2x + 2 \sin x - \cos x - 1 = 0$

$$2 \sin x \cdot \cos x + 2 \sin x - \cos x - 1 = 0$$

$$2 \sin x [\cos x + 1] - 1 [\cos x + 1] = 0$$

$$(\cos x + 1)(2 \sin x - 1) = 0$$

$$1 + \cos x = 0 \text{ ຫຼື } 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\cos x = -1$$

$$\cos x = \cos \pi$$

$$x = 2n\pi \pm \pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$3 \tan^2 \theta - 2 \sin \theta = 0$$

$$3 \cdot \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - 2 \sin \theta = 0$$

$$\sin \theta \left[\frac{3 \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - 2 \right] = 0$$

$$\sin \theta = 0 \text{ ຫຼື } \frac{3 \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 2$$

$$\theta = n\pi + (-1)^n \cdot 0$$

$$\theta = n\pi : n \in \mathbb{Z}$$

$$3 \sin \theta = 2 \cos^2 \theta$$

$$2 \sin \theta + 3 \sin \theta - 2 = 0$$

$$(2 \sin^2 \theta + 1)(\sin \theta + 2) = 0$$

$$2 \sin \theta - 1 = 0$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = m + (-1)^m \frac{\pi}{6}, \quad m \in \mathbb{Z}$$

(b) $\frac{(a-b) \cos A + c}{a-b+\cos A} = \frac{a-b}{c}$

$$(a-b) C \cos A + c^2 = (a-b)(a-b+c \cos A)$$

$$ac \cos A - bc \cos A + c^2 = a^2 - b^2 + ac \cos A + bc \cos A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

(c) $A + B + C = \pi$

$$A + B = \pi - C$$

$$\tan(A + B) = \tan(\pi - C)$$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A - \tan B} = -\tan C$$

$$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$$

(17) $x^2 + ax + b = 0$ හි මූල α , β වේ.

$$\alpha + \beta = -a$$

$$\alpha\beta = a \text{ ————— ①}$$

$x^2 + cx + d = 0$ හි මූල α^2 , β වේ.

$$\alpha^2 + \beta = -c$$

$$\alpha^2\beta = d \text{ ————— ②}$$

$$\textcircled{1}/\textcircled{2} \quad \frac{\beta^2}{\beta} = \frac{b^2}{d}$$

$$\beta = \frac{b^2}{d}$$

β , $x^2 + ax + b = 0$ හි මූලයක් බැවින්,

$$\left(\frac{b^2}{d}\right)^2 + a\left(\frac{b^2}{d}\right) + b = 0$$

$$b^4 + ab^2d + bd^2 = 0 \text{ ————— ③}$$

$$\div b \quad b^3 + abd + d^2 = 0$$

$x^2 + cx + d = 0$ මූලයක් බැවින්,

$$\left(\frac{b^2}{d}\right)^2 + c\left(\frac{b^2}{d}\right) + d = 0$$

$$b^4 + cb^2d + d^3 = 0 \text{ ————— ④}$$

$$\textcircled{3}-\textcircled{4} \quad ab^2d - cb^2d + bd - d^3 = 0$$

$$\div d \quad d^2 - bd + d^2 (c - a) = 0$$

$$b^2(a - c) = d(d - b)$$

$$b^2 = d \frac{(d - b)}{(a - c)}$$

③ ට ආදේශයෙන්,

$$\left\{ \frac{d(d - b)}{(a - c)} \right\}^2 + ad \left\{ \frac{d(d - b)}{(a - c)} \right\} + bd^2 = 0$$

$$d^2(b - d)^2 + ad^2(a - c)(d - b) + bd^2(a - c)^2 = 0$$

$\div d^2$

$$b(a - c)^2 + a(a - c)(d - b) + (b - d)^2 = 0$$

සංයුක්ත ගණිතය - II

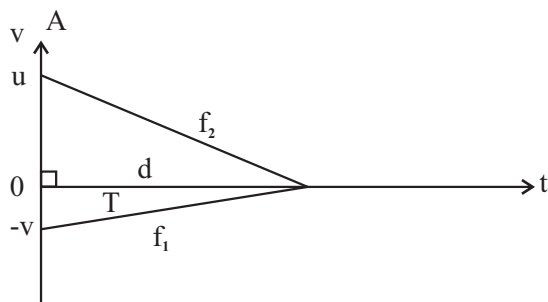
A කොටස

A කොටසේ ප්‍රශ්න 10 ට ලකුණු 25 බැගින් ද B කොටසේ ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ද හිමිවේ . $10 \times 25 = 250$

$$5 \times 150 = 750$$

$$\underline{\underline{1000}}$$

01.



$$T = \frac{u}{f_2} = \frac{v}{f_1}$$

$$\text{චර්ගමය} = d = \frac{1}{2} \times T \times (u + v)$$

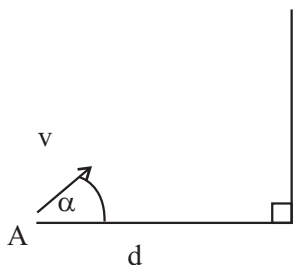
$$2d = Tu + Tv$$

$$2d = \frac{u}{f_2} \cdot u + \frac{v}{f_1} \cdot v$$

$$2d = \frac{f_1 u^2 + f_2 v^2}{f_1 f_2}$$

$$\therefore v^2 f_2 + u^2 f_1 = 2f_1 f_2 d$$

02.



A → B ,

$$\rightarrow S = u + \frac{1}{2} at^2$$

$$d = v \cos \alpha \cdot t$$

$$A \rightarrow B \uparrow S = ut + \frac{1}{2} gt^2$$

$$d = v \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} gt^2$$

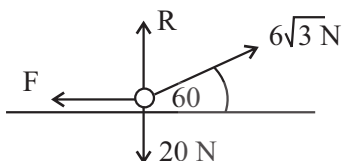
$$d = v \sin \alpha \left(\frac{d}{v \cos \alpha} \right) - \frac{g}{2} \left(\frac{d}{v \cos \alpha} \right)^2$$

$$1 = \tan \alpha - \frac{gd}{2v^2} \sec^2 \alpha$$

$$\frac{gd}{2v^2} (\tan^2 \alpha + 1) = \tan \alpha - 1$$

$$v^2 = \frac{gd (\tan^2 \alpha + 1)}{2 (\tan \alpha - 1)}$$

03.



ලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව R ද, සර්භණ බලය T ද නම්,

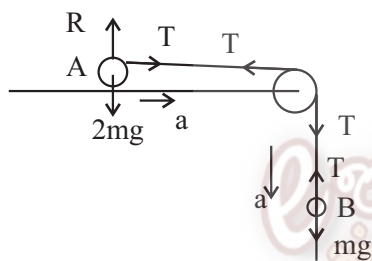
$$\leftarrow F - 6\sqrt{3} \cos 60 = 0$$

$$F = 3\sqrt{3} \text{ N}$$

$$\uparrow R + 6\sqrt{3} \sin 60 - 20 = 0$$

$$R = 11 \text{ N}$$

04.



තන්තුවල ආතතිය T ද, පොදු ත්වරණය a ද නම්,

$$F = ma$$

$$A \odot \rightarrow T = 2ma$$

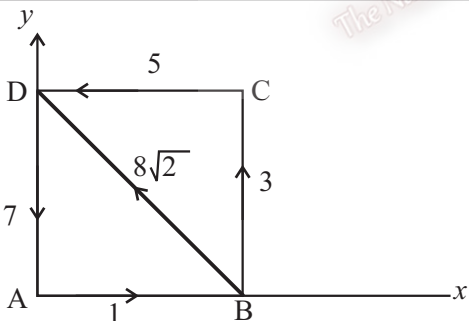
$$B \odot \downarrow mg - T = ma$$

$$T = \frac{2mg}{3}$$

$$\therefore \text{පොදු ත්වරණය } \frac{g}{3} \text{ ms}^{-2}, \text{ ආතතිය } \frac{2mg}{3}$$

$$\text{කප්පිය මත බලය } \frac{2\sqrt{2}}{3} mg \text{ N}$$

05.



$$\rightarrow x = 1 - 5 - 8\sqrt{2} \cos 45 = -12$$

$$\uparrow y = 3 - 7 + 8\sqrt{2} \sin 45 = 4$$

$$\therefore \text{සම්ප්‍රයුක්තය} = \sqrt{12^2 + 4^2} = 4\sqrt{10} \text{ N}$$

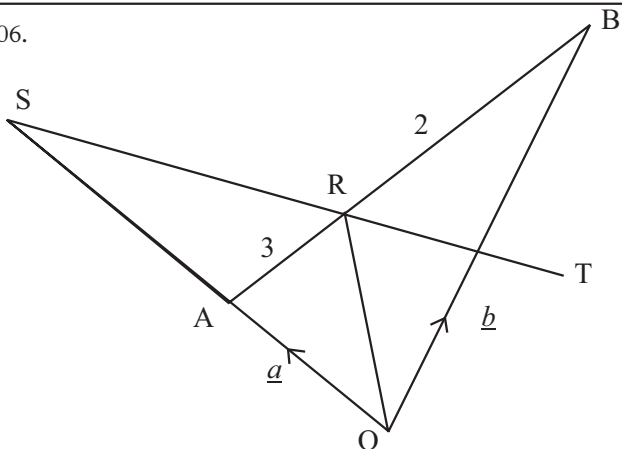
$$A) G = 3 \times a + 5 \times a + 8\sqrt{2} \times a \cos 45 = 16a$$

P(x, y) සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව මත ලක්‍ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු.

$$P) -12y - 4x + 16a = 0$$

$$\therefore \text{ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය } x + 3y - 4a = 0$$

06.



$$AR : RB = 3 : 2$$

$$\therefore \vec{OR} = \frac{2\vec{a} + 3\vec{b}}{5}$$

$$S, R, T \text{ ඒකරේඛීය නිසා, } \vec{SR} = \lambda \cdot \vec{ST}$$

$$\vec{OR} - \vec{OS} = \lambda (\vec{OT} - \vec{OS})$$

$$\frac{2\vec{a} + 3\vec{b}}{5} - 3\vec{a} = \lambda \left(\frac{9\vec{b} - 24\vec{a}}{5} - \lambda \cdot 3\vec{a} \right)$$

$$2\vec{a} + 3\vec{b} - 15\vec{a} = 9\lambda\vec{b} - 24\lambda\vec{a} - 15\lambda\vec{a}$$

$$3\vec{b} - 13\vec{a} = 9\lambda\vec{b} - 39\lambda\vec{a}$$

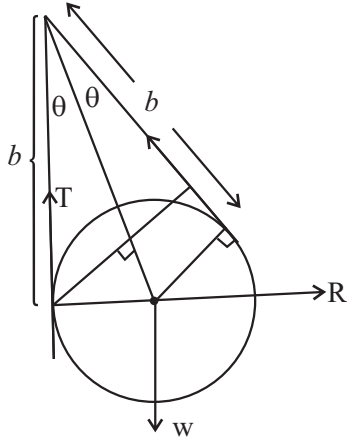
$$\vec{b} \text{ වල } 3 = 9\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{1}{3}$$

$$\vec{a} \text{ වල } -13 = -39\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{1}{3}$$

$$SR = \frac{1}{3} ST \Rightarrow \frac{SR}{ST} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{SR}{ST - SR} = \frac{1}{3-1} \Rightarrow \frac{SR}{RT} = \frac{1}{2}$$

07.



$$B) W_a = T \cdot b \cdot \sin 2\theta$$

$$T = \frac{aw}{b} \cdot \frac{1 + \tan^2 \theta}{2 \tan \theta} = \frac{aw}{b} \left(\frac{1 + \frac{a^2}{b^2}}{2 \frac{a}{b}} \right)$$

$$= \frac{w}{2} \left(\frac{a^2 + b^2}{b^2} \right)$$

08. සයිකල්කරුගේ ප්‍රවේගය $V_{C,E} = \uparrow 8 \text{ ms}^{-1}$

$$\text{සුළගේ ප්‍රවේගය } V_{wc} = 4 \text{ ms}^{-1} \swarrow 60^\circ$$

$$V_{(w,E)} = V_{(w,C)} + V_{(C,E)}$$

$$V \swarrow \theta = \uparrow 8 + 4 \swarrow 60^\circ$$

$$\leftarrow V \sin \theta = 4 \sin 60 = 2\sqrt{3}$$

$$\uparrow V \cos \theta = 8 - 4 \times \frac{1}{2} = 6$$

$$V = \sqrt{12 + 36} = 4\sqrt{3}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{12\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ$$

සුළග $4\sqrt{3} \text{ ms}^{-1}$ වේගයෙන් දකුණින් 30° ක් නැගෙනහිර දිශාවට වේ.

09. අවසාන ප්‍රවේග $V = u + at$

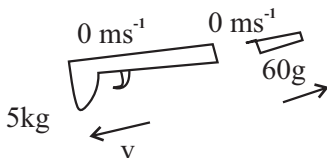
$$4 + 2 \times 5 = 14 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{ආරම්භයේ දී වාලක ශක්තිය} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 = 16 \text{ J}$$

$$\text{අවසානයේ දී වාලක ශක්තිය} = \frac{1}{2} \times 2 \times 14^2 = 196 \text{ J}$$

$$\text{වාලක ශක්ති වැඩිවීම} = 196 - 16 = 180 \text{ J}$$

10.

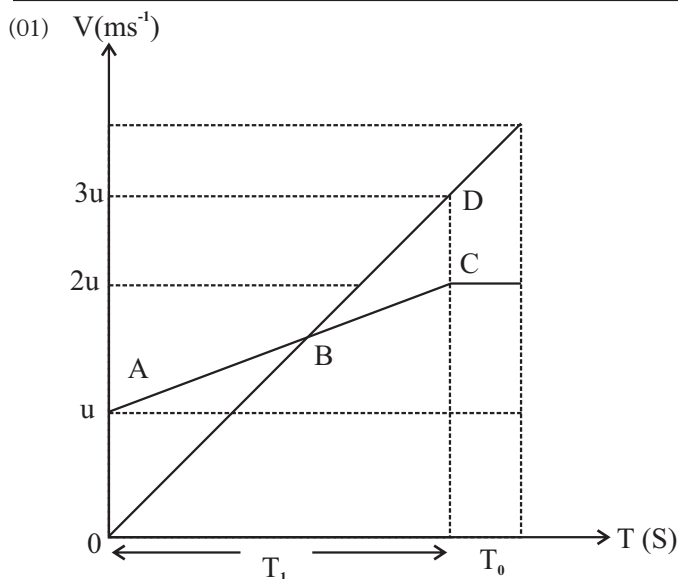


රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමයට අනුව,

$$500 \times 0.06 + 5 \times (-V) = 0$$

$$V = 6 \text{ ms}^{-1}$$

B කොටස



දුම්රිය සඳහා,

$$\frac{2u - u}{T_1} = 3f$$

$$T_1 = \frac{u}{3f}$$

මෝටර් රථය,

$$\frac{4u - 0}{T_2} = 9f$$

$$T_2 = \frac{4u}{9f}$$

$$T_2 = \frac{4}{3} T_1$$

$$\therefore T_2 > T_1$$

$\therefore$ ප්‍රථමයෙන් දුම්රිය උපරිම ප්‍රවේගයට ළඟා වේ.

මෝටර් රථයට, $\frac{V_1 - 0}{T} = 9f$

$$V_1 = 9f \times \frac{u}{3f} = 3u$$

$$CD = 3u \equiv 2u = u = OA$$

$\therefore OAB \Delta BCD \Delta$

$\therefore$ දුම්රිය උපරිම ප්‍රවේගය ලබාගන්නා තෙක් විස්ථාපනයෙන් සමාන වේ. ආරම්භක පිහිටුමට සමාන පිහිටුමක් දුම්රිය ප්‍රවේගය ලබාගන්නා විට පවතී.

$$\frac{4u - 3u}{T_0} = 9f$$

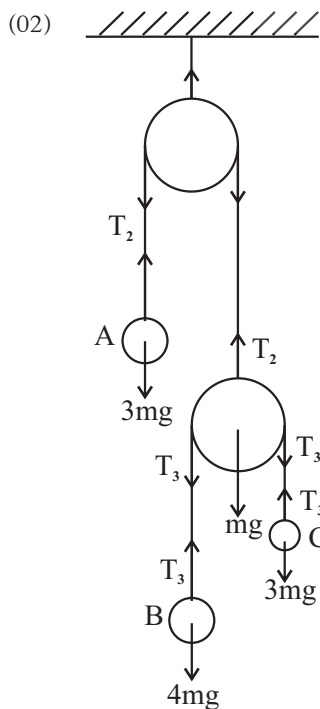
$$T_0 = \frac{u}{9f}$$

$\therefore T_0$ කාලය තුළ ගමන් කළ දුර = මෝටර් රථයේ දිග

$$= \frac{1}{2} (2u + u) \times T_0$$

$$9l = \frac{3u}{2} \times \frac{u}{9f}$$

$$l = \frac{u^2}{54f}$$



$$a_{A,E} = \downarrow F$$

$$a_{D,E} = \uparrow F$$

$$a_{B,D} = \downarrow f$$

$$a_{C,D} = \uparrow f$$

$$a_{B,E} = \downarrow (f - F)$$

$$a_{C,E} = \uparrow (f + F)$$

$$F = ma$$

$$A \circ \uparrow 8mg - T_2 = 8mF \quad \text{--- ①}$$

$$B \circ T_2 - 2T_3 - mg = mF \quad \text{--- ②}$$

$$C \circ 4mg - T_3 = 4m(f - F) \quad \text{--- ③}$$

$$D \circ T_3 - 3mg = 3m(f + F) \quad \text{--- ④}$$

$$(1) \quad 4 \times (4) - 3 \times (3)$$

$$7T_3 - 24mg = 24mF \quad \text{--- ⑤}$$

$$2 \times ⑤ + 7 \times ② + 7 \times ①$$

$$-48mg - 7mg + 56mg = 48mF + 7mF + 56mF$$

$$mg = 111mF$$

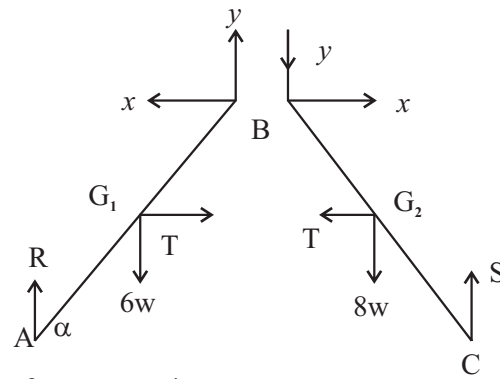
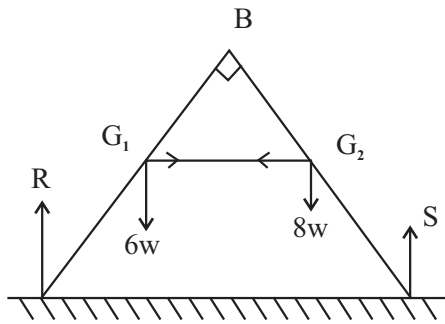
$$F = \frac{g}{111}$$

$$(ii) \quad ⑤ \text{ න් } 7T_3 = 24m(g + F)$$

$$= 24m\left(g + \frac{g}{111}\right)$$

$$7T_3 = \frac{24 \times 112mg}{111} = \frac{384mg}{111}$$

(03)



$$AB = 6a, BC = 8a, BG = 3a, BG_2 = 4a, \cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$G_1G_2 = 5a, \angle ABC = 90^\circ, \angle BAC = \alpha \text{ නම්}$$

පද්ධතියේ සමතුලිතතාවයට

A) S

$$(6a \cos \alpha + 8a \sin \alpha) - 6w \cdot 3a \cos \alpha - 8w (6a \cos \alpha + 4a \sin \alpha) = 0$$

$$50S = 54w + 272w = 326w$$

$$S = \frac{326w}{50} = \frac{163w}{25}$$

BC හි සමතුලිතතාවයට,

$$B) 8 - 4a \sin \alpha = T \times 4a \cos \alpha$$

$$4T \times \frac{3}{5} = 4 \times \frac{4}{5} \times \frac{163}{25} w - 8w \times 4 \times \frac{4}{5}$$

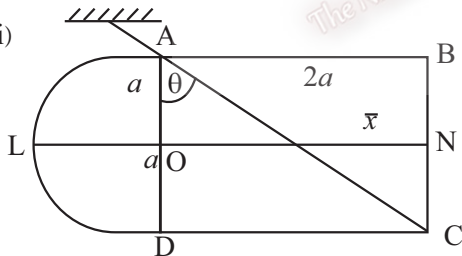
$$3T = \frac{148w}{25} \Rightarrow T = \frac{148w}{75}$$

$$\vec{X} - T = 0 \quad X = T = \frac{148w}{75}$$

$$\uparrow S - 8w - y = 0$$

$$y = S - 8w = \frac{163w}{25} - 8w = \frac{-37w}{25}$$

(04) (i)



සමමිතිය අනුව ගු.කේ. LON මතුවේ.

වස්තුව

ABCD

ALD

සංයුක්ත

ස්කන්ධය

$$4a^2P$$

$$\frac{\pi a^2}{2}P$$

$$\frac{a^2}{2}P(8+\pi)$$

ගුරුත්ව දූර (N සිට)

$$\left(\frac{4a}{3\pi} + 2a \right)$$

$$\bar{x}$$

N වටා

සංයුක්ත වස්තුවේ ස්පර්ශය = කොටස්වල ස්පර්ශ ඵෙකාය

$$\frac{a^2}{2}P(8+\pi)\bar{x} = 4a^2pa + \frac{\pi a^2}{2}P\left(\frac{4a}{3\pi} + 2a\right)$$

$$(8+\pi)\bar{x} = 8a + \pi\left(\frac{4a+6\pi a}{3\pi}\right)$$

$$\bar{x} = \frac{a}{3} \frac{24+4+6\pi}{8+\pi}$$

$$\bar{x} = \frac{2a(14+3\pi)}{3(8+\pi)}$$

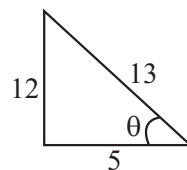
(ii) AD සිරසට ආනත කෝණය θ නම්,

$$\tan \theta = \frac{2a - \bar{x}}{a} = 2 - \frac{2(14+3\pi)}{3(8+\pi)}$$

$$= \frac{20}{3(8+\pi)} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{20}{3(8+\pi)}$$

$$\uparrow S = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$\begin{aligned} -h &= 13v \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} gt^2 \\ &= \frac{26v}{g} - \left[12v - \frac{1}{2} g \times \frac{26v}{g} \right] \\ &= \frac{-26v^2}{g} \quad \therefore h = \frac{26v^2}{g} \end{aligned}$$



$$\sin \theta = \frac{12}{13}$$

$$\cos \theta = \frac{5}{13}$$

(ii) O සිට C ට කාලය T නම්,

$$\uparrow S = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$O = 13v \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$t = \frac{26v}{g} \sin \theta = \frac{26}{g} \times \frac{12}{13} = \frac{24v}{g}$$

$$\vec{S} = ut$$

$$\begin{aligned} OC &= 13v \cos \theta \cdot t \\ &= 13v \times \frac{5}{13} \times \frac{24v}{g} = \frac{120v^2}{g} \end{aligned}$$

(iii) O - B කාලය T නම්, $\vec{S} = ut$

$$\frac{130v^2}{g} = 5\sqrt{13} u \cos \alpha \cdot t$$

$$t = \frac{130v^2}{5\sqrt{13} ug \cos \alpha}$$

$$\uparrow S = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$\frac{-26v^2}{g} = 5\sqrt{13} u \sin \alpha \cdot \frac{130v^2}{5\sqrt{13} ug \cos \alpha} - \frac{1}{2} g \left(\frac{130v^2}{5\sqrt{13} ug \cos \alpha} \right)^2$$

$$\frac{-26v^2}{g} = \frac{130v^2}{g} \tan \alpha - \frac{g}{2} \times \frac{130v^2 \times 130v^2}{25 \times 13u^2g^2} (1 + \tan^2 \alpha)$$

$$-1 = 5 \tan \alpha - \frac{v^2}{u^2} (1 + \tan^2 \alpha)$$

$$\alpha = 45^\circ \text{ විට, } -1 = 5 - \frac{v^2}{u^2} (1 + 1)$$

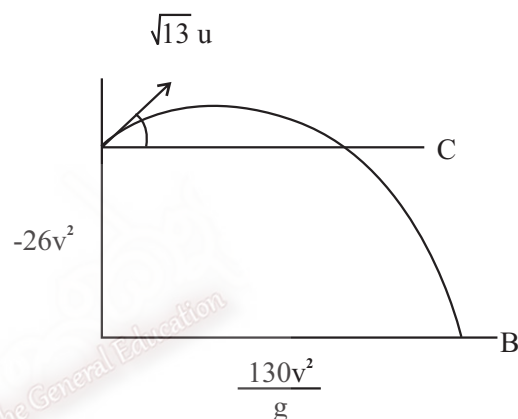
$$u^2 = \frac{v^2}{3} \Rightarrow u = \frac{v}{\sqrt{3}}$$

$$u \text{ හි අගය } ① \text{ ට ආදේශයෙන්, } -1 = 5 \tan \alpha - 3 (1 + \tan^2 \alpha)$$

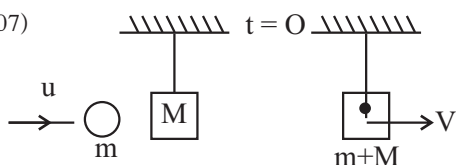
$$3 \tan^2 \alpha - 5 \tan \alpha + 2 = 0$$

$$(\tan \alpha - 1) (3 \tan \alpha - 2) = 0$$

$$\tan \alpha = 1 \text{ හෝ } \tan \alpha = \frac{2}{3} \quad \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{2}{3} \right)$$



(07)



$I = \Delta (mv)$ යෙදීමෙන්

$$O = (m + M) V - mu - M \times O = 0$$

$$V = \frac{mu}{m + M}$$

ලී කුට්ටිය V වලින් ආරම්භ වී වෘත්තයක වලින වේ.

O තුළින් තිරස් රේඛාවේ විභව ශූන්‍ය වේ.

$$\frac{1}{2} (m+M) V_1^2 - (m+M) g a \cos \theta = k$$

$$\theta = 0 \text{ විට } V_1 = V \text{ බව ආදේශයෙන් } \frac{1}{2} (m+M) V^2 - (m+M) g a = k$$

$$\frac{1}{2} (m+M) V^2 - (m+M)ag \cdot \cos \theta = \frac{1}{2} (m+M) V^2 - (m+M)ag = K$$

$$V_1^2 = V^2 + 2ag (\cos \theta - 1)$$

අර්ධ වෘත්තයක චලිත වේ නම්, $\theta = \frac{\pi}{2}$ විට $V_1 = 0$

$$0 = V^2 + 2ag (-1) \Rightarrow V = \sqrt{2ag}$$

$$\frac{mu}{m+M} = \sqrt{2ag} \Rightarrow u = \frac{(m+M)}{m} \sqrt{2ag}$$

↗ $F = ma$ යෙදීමෙන්,

$$T - (m+M)g \cos \theta = (m+M) \frac{V_1^2}{a}$$

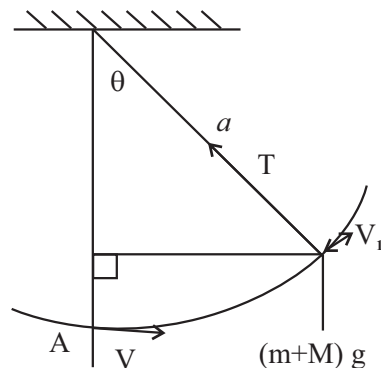
$$T = (m+M)g \cos \theta + \frac{(m+M)}{a} [V^2 + 2ag (\cos \theta - 1)]$$

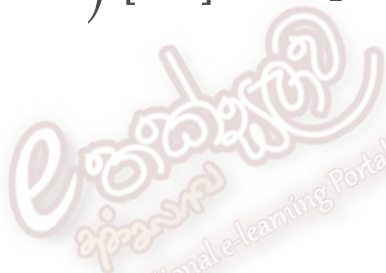
$$\theta = 60^\circ \text{ විට, } T = (m+M)g^2 + \frac{(m+M)}{a} + \left[V^2 + 2ag \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \right]$$

$$= \frac{(m+M)}{a} \left[\frac{ag}{2} + \frac{m^2 u^2}{(m+M)^2} - ag \right]$$

$$= \frac{(m+M)}{a} \left[\frac{-ag}{2} + \frac{(m+M)^2 \times 2ag}{(m+M)^2} \right]$$

$$= \left(\frac{(m+M)}{a} \right) \left[\frac{3ag}{2} \right] = \frac{3(m+M)g}{2}$$





 The National e-learning Portal for The General Education