

A කොටස

1.  $f(n) = 4^n + 15n - 1$ ;  $n \in \mathbb{Z}^+$  යැයි ගනිමු.

$$n = 1 \text{ විට } f(1) = 4 + 15 - 1 = 18 = 9 \times 2$$

$\therefore f(1)$ , 9 න් බෙදේ.

$\therefore n = 1$  ට ප්‍රකාශය සත්‍ය වේ.

(5)

$n = p$ ,  $p \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා ප්‍රකාශනය 9 න් බෙදේ යැයි උපකල්පනය කරමු.

එනම්,  $f(p) = 4^p + 15p - 1 = 9k$ ;  $k \in \mathbb{Z}^+$  වේ.

(5)

$$f(p+1) = 4^{p+1} + 15(p+1) - 1$$

$$= 4 \cdot 4^p + 15p + 15 - 1$$

$$= 4[9k - 15p + 1] + 15p + 15 - 1$$

(5)

$$= 4 \times 9k - 45p + 18$$

$$= 9[4k - 5p + 2]$$

$$= 9\lambda; \lambda = 4k - 5p + 2 \in \mathbb{Z}^+$$

$\therefore f(p+1)$ , 9 න් බෙදේ.

$\therefore n = p+1$  වන විට ප්‍රකාශය සත්‍ය වේ.

(5)

$\therefore$  ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයෙන්, සියලු  $n$  නිබ්ල  $n$  සඳහා දී ඇති ප්‍රකාශනය 9 න් බෙදේ.

(5)

25

2.  $(\sqrt{2} + 7^{\frac{1}{5}})^{10} = \sum_{r=0}^{10} {}^{10}C_r \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{10-r} \left(7^{\frac{1}{5}}\right)^r$

$$T_r = {}^{10}C_{r-1} \left(2\right)^{\frac{11-r}{2}} \left(7\right)^{\frac{r-1}{5}}; \text{ මෙහි } 1 \leq r \leq 11 \text{ වේ.}$$

(5)

2 හා 7 ප්‍රථමක බැවින්, පරිමේය පද සඳහා  $11-r = 2p$  සහ  $r-1 = 5q$  විය යුතුය.  $p, q \in \mathbb{Z}^+$

(5)

එනම්  $r \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \cap \{1, 6, 11\}$

(5)

$\therefore r = 1$  හෝ 11 වේ.

(5)

$$\text{පරිමේය පදවල ඵෙකාසය} = {}^{10}C_0 2^5 + {}^{10}C_{10} 7^2$$

$$= 32 + 49 = 81$$

(5)

25

3. කිසිම සීමාවකින් තොරව 5 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක් තෝරාගත හැකි ආකාර ගණන

$$= {}^{14}C_5$$

$$= 2002 \quad (5)$$

පිරිමි ළමයි 5 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායම් ගණන

$$= {}^8C_5$$

$$= 56 \quad (5)$$

ගැහැණු ළමයි 5 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායම් ගණන

$$= {}^6C_5$$

$$= 6 \quad (5)$$

∴ දෙවර්ගමය නියෝජනය වන පරිදි 5 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත කණ්ඩායමක් තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන

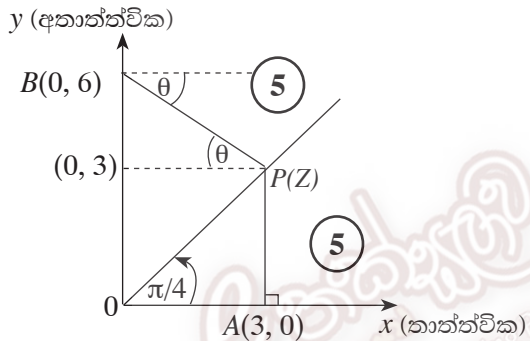
$$= {}^{14}C_5 - ({}^8C_5 + {}^6C_5)$$

$$= 2002 - 56 - 6 \quad (5)$$

$$= 1940 \quad (5)$$

25

4.



$\text{Arg } Z = \frac{\pi}{4}$  සහ  $\text{Arg } (Z - 3) = \frac{\pi}{2}$  වන පරිදි වූ  $Z = Z_0$  සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවට අනුරූප ලක්ෂ්‍යය රූපයේ පරිදි P වේ.  $(5)$  රූපයට අනුව  $\theta = \frac{\pi}{4}$  වේ.  $(5)$

එම නිසා  $\text{Arg } (Z_0 - 6i) = \frac{7\pi}{4}$  වේ.  $(5)$

25

5.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + kx)^2 - (1 - kx)^2}{\sqrt{1 + k^2x} - \sqrt{1 - k^2x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 2kx + k^2x^2 - 1 + 2kx - k^2x^2}{(1 + k^2x) - (1 - k^2x)} \times (\sqrt{1 + k^2x} + \sqrt{1 - k^2x}) \quad (10)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4kx}{2k^2x} (\sqrt{1 + k^2x} + \sqrt{1 - k^2x}) ; k, x \neq 0$$

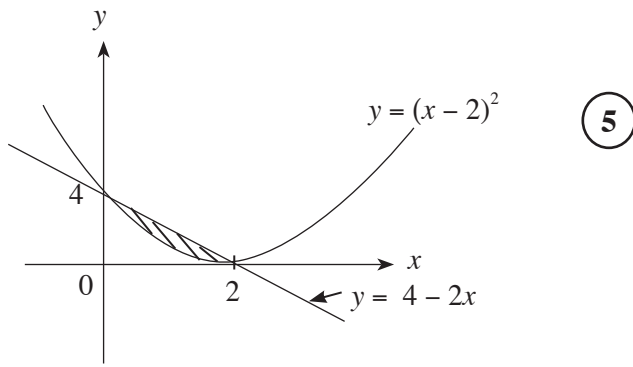
$$= \frac{2}{k} \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1 + k^2x} + \sqrt{1 - k^2x}) = \left(\frac{2}{k}\right) \times 2 = \frac{4}{k} \quad (5)$$

$$\frac{4}{k} = 1 \quad (5)$$

$$\therefore k = 4 \quad (5)$$

25

6.



$$\begin{aligned}
 \text{වර්ගඵලය} &= \int_0^2 \{ (4-2x) - (x-2)^2 \} dx & (5) \\
 &= \int_0^2 (4-2x) dx - \int_0^2 (x-2)^2 dx \\
 &= \left[ 4x - \frac{2x^2}{2} \right]_0^2 - \left[ \frac{(x-2)^3}{3} \right]_0^2 & (5) \\
 &= (8-4) - \left[ 0 + \frac{8}{3} \right] \\
 &= 4 - \frac{8}{3} \\
 &= \frac{4}{3} & (5)
 \end{aligned}$$

25

7.  $t$  විෂයයෙන් අවකලනයෙන්,

$$\frac{dx}{dt} = 2t \quad \frac{dy}{dt} = 3at^2 - 2t \quad (5)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = (3at^2 - 2t) \cdot \frac{1}{2t} = \frac{3at - 2}{2} ; t \neq 0 \quad (5)$$

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_{t=1} = \frac{3a - 2}{2}, \quad \left( \frac{dy}{dx} \right)_{t=-1} = \frac{-3a - 2}{2} \quad (5)$$

ස්පර්ශක එකිනෙකට  $\perp$  නිසා,

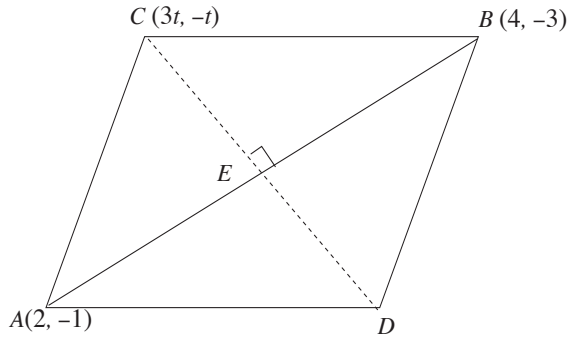
$$\left( \frac{3a - 2}{2} \right) \left( \frac{-3a - 2}{2} \right) = -1 \quad (5)$$

$$9a^2 - 4 = 4 \Rightarrow a^2 = 8/9$$

$$a > 0 \text{ නිසා } a = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (5)$$

25

8.



$$E = (3, -2)$$

$AB, CE$  ට ලම්භක බැවින්

$$m_{AB} \cdot m_{CE} = -1 \text{ වේ.}$$

$$-1 \left( \frac{-2+t}{3-3t} \right) = -1 \quad (5)$$

$$\Rightarrow t = \frac{5}{4} \quad (5)$$

$$\therefore C = \left( \frac{15}{4}, -\frac{5}{4} \right) \quad (5)$$

$D = (\bar{x}, \bar{y})$  ලෙස ගනිමු.

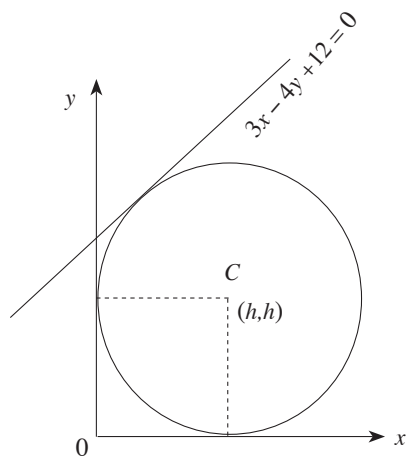
$$\bar{x} = 2 \times 3 - 3t = 6 - 3 \times \frac{5}{4} = \frac{9}{4} \quad (5)$$

$$\bar{y} = 2 \times -2 + t = -4 + \frac{5}{4} = -\frac{11}{4}$$

$$\therefore D = \left( \frac{9}{4}, -\frac{11}{4} \right) \quad (5)$$

25

9.



අවශ්‍ය වෘත්තය  $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  යැයි ගනිමු.

වෘත්තය  $x$  හා  $y$  අක්ෂ ස්පර්ශ කරන බැවින්,  $C = (h, h)$  වේ.

(5)

තවද  $3x - 4y + 12 = 0$  රේඛාව වෘත්තය ස්පර්ශ කරන බැවින්

$$\frac{|3h - 4h + 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = |h|$$

(5)

$$|-h + 12| = 5|h|$$

(5)

$$\Leftrightarrow (-h + 12) = \pm 5h$$

(5)

$\therefore h = -3$  හෝ  $h = 2$  වේ.

$\therefore$  වෘත්තවල සමීකරණ

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2^2$$

$$(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 3^2$$

(5)

25

10.  $\cot \alpha - \tan \alpha$

$$= \frac{1}{\tan \alpha} - \tan \alpha$$

$$= \frac{1 - \tan^2 \alpha}{\tan \alpha}$$

$$= \frac{2(1 - \tan^2 \alpha)}{2 \tan \alpha} = \frac{2}{\tan 2\alpha}$$

$$= 2 \cot 2\alpha$$

(5)

$$\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha \quad \text{--- (1)}$$

$$\therefore \cot 2\alpha - \tan 2\alpha = 2 \cot 4\alpha \quad \text{--- (2)}$$

(5)

$$\cot 4\alpha - \tan 4\alpha = 2 \cot 8\alpha \quad \text{--- (3)}$$

(5)

$$\text{(1)} + 2 \times \text{(2)} + 4 \times \text{(3)} \quad \text{මගින්,}$$

$$\cot \alpha - \tan \alpha - 2 \tan 2\alpha - 4 \tan 4\alpha = 8 \cot 8\alpha$$

(10)

$$\cot \alpha = \tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + 4 \tan 4\alpha + 8 \cot 8\alpha$$

25

11. (a)  $ax^2 + bx + c = 0$

$$a \left[ x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} \right] = 0$$

$$a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right] = 0$$

$$a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{(b^2 - 4ac)}{4a^2} \right] = 0 \quad (10)$$

සමපාත මූල තිබීම සඳහා  $b^2 - 4ac = 0$  විය යුතුයි. (10)

$$\frac{a}{x+c} + \frac{b}{x-c} = \frac{k}{2x}$$

$$\frac{a(x-c) + b(x+c)}{x^2 - c^2} = \frac{k}{2x}$$

$$x^2[k - 2a - 2b] - 2(bc - ac)x - kc^2 = 0 \quad (10)$$

සමපාත මූල තිබීමට නම්

$$4(bc - ac)^2 - 4(k - 2a - 2b)(-kc^2) = 0 \text{ විය යුතුයි.} \quad (10)$$

එනම්  $k^2 - 2(a+b)k + (b-a)^2 = 0$  (5)

මෙහි මූල  $k_1$  හා  $k_2$  නම්,

$$k_1 + k_2 = 2(a+b) \quad (5) \quad k_1 k_2 = (b-a)^2 \quad (5)$$

$$(k_1 - k_2)^2 = (k_1 + k_2)^2 - 4k_1 k_2 \quad (10)$$

$$= 4(a+b)^2 - 4(b-a)^2$$

$$= 16ab$$

$$\therefore |k_1 - k_2| = 4\sqrt{ab} \quad (10)$$

20

55

(b)  $f(x) = (\lambda + 1)x^2 + (6 - 3\lambda)x + (20 - 12\lambda)$

(i)  $\lambda = -1$  විට  $f(x)$  ඒකජ වේ. (5)

(ii) මූල දෙක  $\alpha$  සහ  $-\alpha$  ලෙස ගනිමු. (5)

$$\text{එවිට } \alpha + (-\alpha) = -\frac{(6 - 3\lambda)}{(\lambda + 1)} \quad (5)$$

$$\therefore 0 = 6 - 3\lambda \Rightarrow \lambda = 2. \quad (5)$$

$$(iii) f(x) = h - b(x - a)^2 = h - b(x^2 - 2ax + a^2) = -bx^2 + 2abx + (h - ba^2)$$

$$f(x) = (\lambda + 1)x^2 + (6 - 3\lambda)x + (20 - 12\lambda) \quad (5)$$

$$\text{සංගුණක සැසඳීමෙන්, } -b = \lambda + 1 \Rightarrow b = -(\lambda + 1) \quad (1) \quad (5)$$

$$2ab = 6 - 3\lambda \Rightarrow a = -\frac{3(2 - \lambda)}{2(\lambda + 1)} \quad (2) \quad (5)$$

$$h - ba^2 = 20 - 12\lambda \Rightarrow h = 4(5 - 3\lambda) - \frac{9}{4} \frac{(2 - \lambda)^2}{(\lambda + 1)} \quad (3) \quad (10)$$

$$x = 2 \text{ වන විට } f(x) \text{ උපරිමයක් වන බැවින් } a = 2 \text{ වේ.} \quad (5)$$

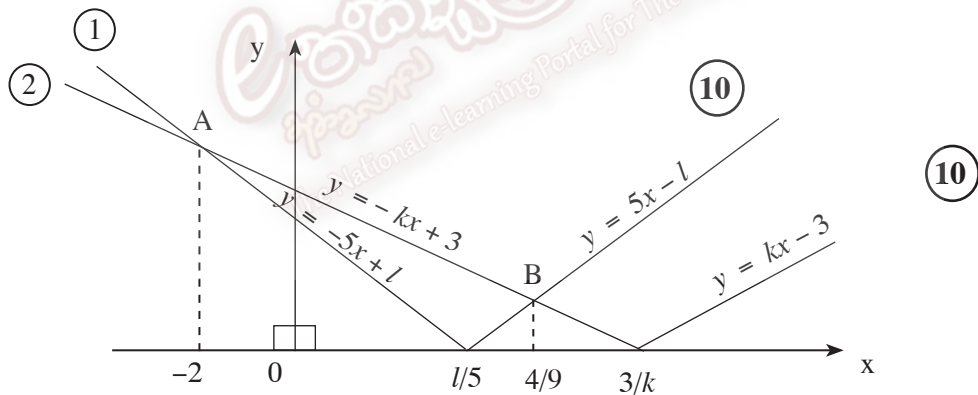
$$(2) \Rightarrow 4(\lambda + 1) = -(6 - 3\lambda) \Rightarrow 4\lambda + 4 = -6 + 3\lambda \Rightarrow \lambda = -10 \quad (5)$$

$$h = 4(5 + 30) - \frac{9}{4} \frac{(2 + 10)^2}{(-10 + 1)} \quad (10)$$

$$f(x) \text{ හි උපරිම අගය} = 176 \quad (10)$$

75

12. (a)  $|l - 5x| < |kx - 3|$  හි විසඳුම් කුලකය  $\{x \mid -2 < x < 4/9\}$  බැවින් ප්‍රස්තාර දෙක පහතින් දැක්වෙන පරිදි පිහිටයි.



$$(1) y = |l - 5x|$$

$$(2) y = |kx - 3|$$

$$A \text{ ලක්ෂ්‍යය සඳහා } l + 10 = 2k + 3 \quad (5)$$

$$l - 2k = -7 \quad (i) \quad (5)$$

$$B \text{ ලක්ෂ්‍යය සඳහා } -l + 5 \cdot \frac{4}{9} = -k \cdot \frac{4}{9} + 3 \quad (5)$$

$$-9l + 4k = 7 \quad (ii) \quad (5)$$

$$(i) \text{ සහ } (ii) \text{ මගින් } l = 1, \quad k = 4 \quad (5)$$

50

$$(b) \quad S_n = \frac{3n}{2n+1} \quad (5)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{3}{2} \quad (5)$$

පරිමිත වේ. (5)

∴ එම ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ. (5)

$$U_r = S_r - S_{r-1} \quad (5)$$

$$= \frac{3r}{2r+1} - \frac{3(r-1)}{2r-1} \quad (5)$$

$$U_r = \frac{3}{4r^2-1} \quad (5)$$

$$S'_n = \sum_{r=1}^n r^2 \frac{3}{4r^2-1} \quad \text{ලෙස ගනිමු.} \quad (5)$$

$$= \sum_{r=1}^n \frac{\frac{3}{4}(4r^2-1) + \frac{3}{4}}{(4r^2-1)} \quad (5)$$

$$= \sum_{r=1}^n \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \sum_{r=1}^n \frac{3}{4r^2-1} \quad (10)$$

$$= \frac{3n}{4} + \frac{1}{4} S_n \quad (5)$$

$$= \frac{3n}{4} + \frac{1}{4} \frac{3n}{(2n+1)} \quad (5)$$

$$= \frac{3n}{4} \left\{ 1 + \frac{1}{2n+1} \right\} \quad (5)$$

$$= \frac{3n(n+1)}{2(2n+1)} \quad (5)$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n r^2 U_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{4} \left\{ 1 + \frac{1}{2n+1} \right\} \quad (5)$$

$$= \infty \quad (5)$$

පරිමිත නොවේ. (5)

∴ එම ශ්‍රේණිය අභිසාරී නොවේ. (5)

13. (a)  $\det A = \begin{vmatrix} 3 & p \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = -9 + 2p$  (5)

$A^{-1}$  පැවතීමට  $\det A \neq 0$ .

එනම්,  $p \neq 9/2$  විය යුතුය. (5)

$$A^{-1} = \frac{1}{(2p-9)} \begin{bmatrix} -3 & -p \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$
 (5)

$$A^{-1} = A$$

$$\frac{1}{(2p-9)} \begin{bmatrix} -3 & -p \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & p \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$
 (5)

අනුරූප අවයවයන් සැසඳීමෙන්,

$$-\frac{3}{2p-9} = 3 \quad \frac{-p}{2p-9} = p$$
 (5)

$$\frac{2}{2p-9} = -2, \quad \frac{3}{2p-9} = -3$$
 (5)

$$(5)$$

$$(5)$$

$$\Rightarrow 2p-9 = -1 \text{ and } p[1+2p-9] = 0$$

$$p \neq 0 \text{ බැවින් } p = 4 \text{ විය යුතුය.}$$
 (5)

$$\text{එවිට, } A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = A$$

$$\Rightarrow AA^{-1} = A \cdot A = A^2$$
 (5)

$$\therefore I = A^2$$

$$\Rightarrow 0 = A^2 - I$$

$$\Rightarrow 0 = (A - I)(A + I); I^2 = I$$
 (5)

එනම්  $0 = BC$  ආකාරය ගනී.

$$\text{මෙහි } B = A - I = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (5)

$$= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$(5)$$

සහ

$$\begin{aligned} C = A + I &= \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

75

(b) (i) Let  $Z = x + iy$ , යැයි ගනිමු.  $x, y \in \mathbb{R}$

$$Z\bar{Z} = (x + iy)(x - iy)$$

$$= x^2 + y^2$$

$$= (\sqrt{x^2 + y^2})^2 = |Z|^2$$

$$\therefore Z\bar{Z} = |Z|^2 \text{ වේ.}$$

(ii) Let  $Z_1 = x_1 + iy_1$  ද  $Z_2 = x_2 + iy_2$  ද යැයි ගනිමු.  $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R}$  වේ.

$$\begin{aligned} Z_1 Z_2 &= (x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) \\ &= x_1 x_2 + i x_1 y_2 + i y_1 x_2 + i^2 y_1 y_2 \\ &= (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + y_1 x_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{Z_1 Z_2} &= (x_1 x_2 - y_1 y_2) - i(x_1 y_2 + y_1 x_2) \\ &= x_1(x_2 - iy_2) - iy_1(-iy_2 + x_2) \\ &= (x_1 - iy_1)(x_2 - iy_2) \end{aligned}$$

$$\overline{Z_1 Z_2} = \bar{Z}_1 \bar{Z}_2 \text{ වේ.}$$

$$(iii) \left| \frac{\bar{Z}_1 - 2\bar{Z}_2}{2 - Z_1 \bar{Z}_2} \right| = 1$$

$$\Rightarrow |\bar{Z}_1 - 2\bar{Z}_2| = |2 - Z_1 \bar{Z}_2|$$

$$\Rightarrow |\bar{Z}_1 - 2\bar{Z}_2|^2 = |2 - Z_1 \bar{Z}_2|^2$$

$$\Rightarrow (\bar{Z}_1 - 2\bar{Z}_2)(\overline{\bar{Z}_1 - 2\bar{Z}_2}) = (2 - Z_1 \bar{Z}_2)(\overline{2 - Z_1 \bar{Z}_2})$$

$$\Rightarrow (\bar{Z}_1 - 2\bar{Z}_2)(Z_1 - 2Z_2) = (2 - Z_1 \bar{Z}_2)(2 - \bar{Z}_1 Z_2)$$

$$Z_1 \bar{Z}_1 - 2 \bar{Z}_1 Z_2 - 2 \bar{Z}_2 Z_1 + 4 Z_2 \bar{Z}_2 = 4 - 2 \bar{Z}_1 Z_2 - 2 Z_1 \bar{Z}_2 + Z_1 \bar{Z}_1 Z_2 \bar{Z}_2 \quad (5)$$

$$|Z_1|^2 + 4|Z_2|^2 = 4 + |Z_1|^2 |Z_2|^2$$

$$|Z_1|^2 + 4|Z_2|^2 - |Z_1|^2 \cdot |Z_2|^2 - 4 = 0$$

$$|Z_1|^2 (1 - |Z_2|^2) - 4 (1 - |Z_2|^2) = 0$$

$$(1 - |Z_2|^2) (|Z_1|^2 - 4) = 0 \quad (5)$$

$$|Z_2| \neq 1, \text{ නිසා } |Z_1|^2 - 4 = 0$$

$$\therefore |Z_1|^2 = 4$$

$$|Z_1| > 0, \text{ නිසා } |Z_1| = 2$$

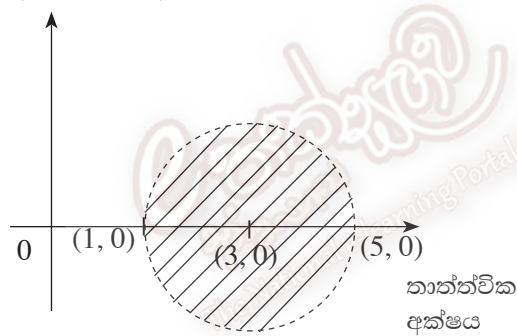
(5)

35

(c)

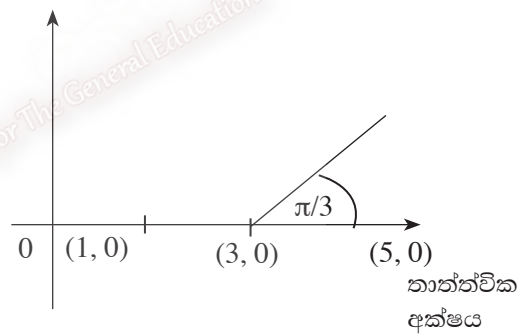
$$|Z - 3| < 2$$

අනාන්තවික අක්ෂය



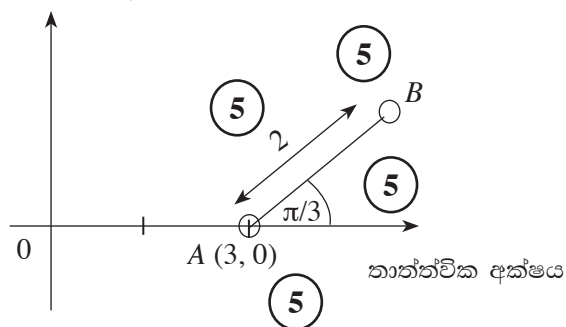
$$\text{Arg}(Z - 3) = \frac{\pi}{3}$$

අනාන්තවික අක්ෂය



$|Z - 3| < 2$  සහ  $\text{Arg}(Z - 3) = \frac{\pi}{3}$ ; යන දෙකම තෘප්ත කරන  $P$  හි පථය

අනාන්තවික අක්ෂය



20

14. (a)  $y = (\sin x)^x \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

$$\ln y = x \ln |\sin x| \quad (10)$$

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \ln |\sin x| + x \cot x \quad (10)$$

$$\frac{dy}{dx} = [x \cot x + \ln (\sin x)] (\sin x)^x \quad (5)$$

25

(b) ටැංකියේ පරිමාව  $= \pi x^2 y + \frac{2}{3} \pi x^3$

$$\therefore \pi x^2 y + \frac{2}{3} \pi x^3 = 45\pi \quad (5)$$

$$\therefore 45 = x^2 \left( y + \frac{2}{3} x \right)$$

$$y = \frac{45}{x^2} - \frac{2}{3} x \quad (5)$$

ටැංකියේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

$$A = 2\pi x^2 + \pi x^2 + 2\pi xy \quad (10)$$

$$A = 3\pi x^2 + 2\pi xy$$

$$A = 3\pi x^2 + 2\pi x \left( \frac{45}{x^2} - \frac{2}{3} x \right)$$

$$A = 3\pi x^2 + \frac{90\pi}{x} - \frac{4\pi}{3} x^2$$

$$A = \frac{5\pi}{3} x^2 + \frac{90\pi}{x} \quad (5)$$

$$\frac{dA}{dx} = \frac{10\pi x}{3} - \frac{90\pi}{x^2} \quad (5)$$

$$= \frac{10\pi (x^3 - 27)}{3x^2}$$

$$= \frac{10\pi}{3x^2} (x - 3)(x^2 + 3x + 9) \quad (5)$$

$$x = 3 \text{ වන විට } \frac{dA}{dx} = 0 \text{ වේ.} \quad (5)$$

| $x$             | $0 < x < 3$ | $3 < x$ |
|-----------------|-------------|---------|
| $\frac{dA}{dx}$ | $< 0$       | $> 0$   |

5

$\therefore x = 3$  විට පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය අවම වේ.

5

$$y = \frac{45}{9} - \frac{6}{3}$$

$$= 3$$

5

55

$$(c) \quad f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x+1)}$$

$$f(0) = 2 \text{ බැවින්,}$$

$$a + b = 2 \quad \text{---} \quad (1) \quad (5)$$

$$f'(x) = -\frac{2a}{(x-1)^3} - \frac{b}{(x+1)^2} \quad (5)$$

$$f'(0) = 0 \text{ බැවින්,}$$

$$2a - b = 0 \quad \text{---} \quad (2) \quad (5)$$

$$(1) \text{ හා } (2) \text{ න් } a = \frac{2}{3}, \quad b = \frac{4}{3} \quad (5)$$

$$f'(x) = -\frac{4}{3} \frac{1}{(x-1)^3} - \frac{4}{3(x+1)^2} \quad (5)$$

$$= -\frac{4}{3} \left\{ \frac{(x+1)^2 + (x-1)^3}{(x-1)^3 (x+1)^2} \right\}$$

$$= -\frac{4}{3} \left[ \frac{x^3 - 2x^2 + 5x}{(x-1)^3 (x+1)^2} \right]$$

$$= -\frac{4x}{3} \left[ \frac{x^2 - 2x + 5}{(x-1)^3 (x+1)^2} \right]$$

$$= -\frac{4x}{3} \left[ \frac{(x-1)^2 + 4}{(x-1)^3 (x+1)^2} \right]$$

සියලු  $x \in \mathbb{R}$  සඳහා  $(x-1)^2 + 4 > 0$  බැවින්,  $x = 0$  නම්ම පමණක්  $f'(x) = 0$  වේ. (5)

| $x$     | $-\infty < x < -1$ | $-1 < x < 0$ | $0 < x < 1$ | $1 < x < \infty$ |
|---------|--------------------|--------------|-------------|------------------|
| $f'(x)$ | $< 0$              | $< 0$        | $> 0$       | $< 0$            |
|         | $f$ අඩුවේ.         | $f$ අඩුවේ.   | $f$ වැඩිවේ. | $f$ අඩුවේ.       |

(10)

$x = 0$  දී  $f$  ශ්‍රිතයට ස්ථානීය අවමයක් පවතී. (5)

එවිට  $f(0) = 2$  වේ.

$$x \longrightarrow \pm \infty \quad \text{විට} \quad f(x) \longrightarrow 0$$

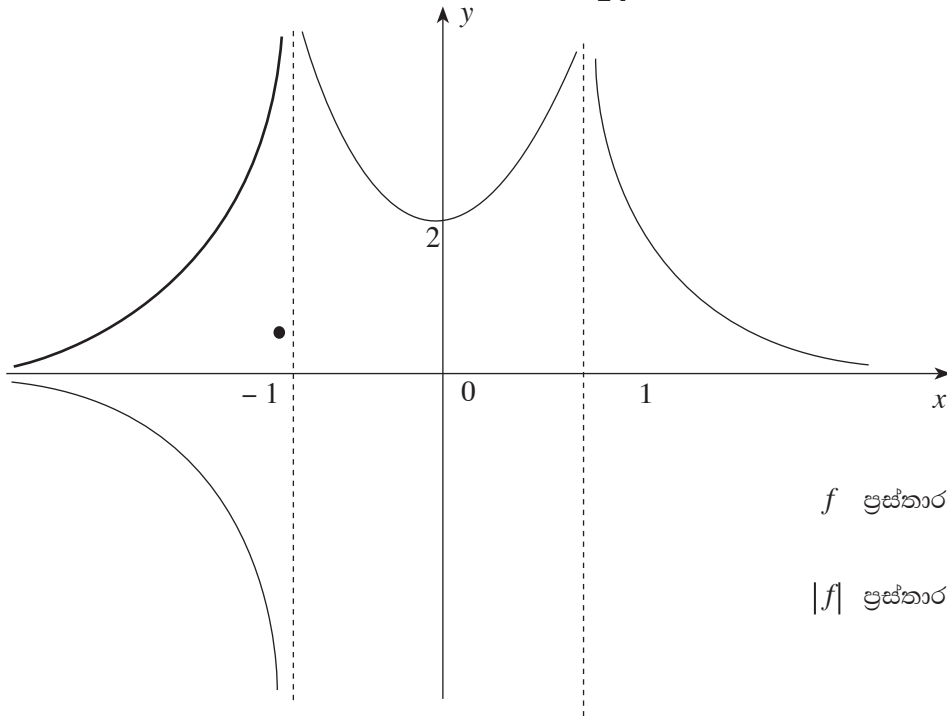
$$x \longrightarrow -1^-, \quad f(x) \longrightarrow -\infty$$

$$x \longrightarrow -1^+, \quad f(x) \longrightarrow +\infty$$

$$x \longrightarrow 1^-, \quad f(x) \longrightarrow +\infty$$

$$x \longrightarrow 1^+, \quad f(x) \longrightarrow +\infty$$

(10)



$f$  ප්‍රස්ථාරය (10)

$|f|$  ප්‍රස්ථාරය (5)

70

15. (a) 
$$\int_0^1 \frac{dx}{(2+x)^{1/2} (2-x)^{3/2}} = \int_0^1 \frac{dx}{(4-x^2)^{1/2} (2-x)}$$

$x = 2 \sin \theta$  ආදේශයෙන්,

$dx = 2 \cos \theta \, d\theta$  (5)

$x = 0, \sin \theta = 0$

$\theta = 0$

$x = 1, \sin \theta = \frac{1}{2}$  (5)

$\theta = \frac{\pi}{6}$

$$I = \int_0^{\pi/6} \frac{2 \cos \theta}{(4 - 4 \sin^2 \theta)^{1/2} (2 - 2 \sin \theta)} d\theta$$
 (5)

$$= \int_0^{\pi/6} \frac{2 \cos \theta}{2 \cos \theta \cdot 2(1 - \sin \theta)} d\theta$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/6} \frac{1 + \sin \theta}{\cos^2 \theta} d\theta = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/6} \sec^2 \theta \, d\theta + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/6} \sec \theta \tan \theta \, d\theta$$
 (5)

$$= \frac{1}{2} [\tan \theta]_0^{\pi/6} + \frac{1}{2} [\sec \theta]_0^{\pi/6}$$
 (5)

(5)

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \right] = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

(5)

(5)

50

(b)  $G(x) = \frac{A}{(x+2)} + \frac{Bx+C}{(x^2+8)}$  (5)

$$1 = A(x^2+8) + (Bx+C)(x+2) \quad (5)$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 \text{ සංගුණක} : 0 = A + B \Rightarrow A = -B \\ x \text{ සංගුණක} : 0 = 2B + C \Rightarrow C = -2B \end{array} \right\} (5)$$

$$\text{නියතය} : 1 = 8A + 2C \quad (5)$$

$$1 = -8B - 4B \Rightarrow 12B = -1$$

$$\Rightarrow B = -\frac{1}{12} \quad (5)$$

$$A = \frac{1}{12}, \quad C = \frac{1}{6}$$

(5)

(5)

$$g(x) = \int \frac{1}{(x+2)(x^2+8)} dx$$

$$g(x) = \frac{1}{12} \int \frac{1}{(x+2)} dx - \frac{1}{12} \int \frac{x}{(x^2+8)} dx + \frac{1}{6} \int \frac{1}{(x^2+8)} dx \quad (5)$$

$$= \frac{1}{12} \ln |x+2| - \frac{1}{24} \ln (x^2+8) + \frac{1}{6} \tan^{-1} \left( \frac{x}{2\sqrt{2}} \right) + C \quad (5)$$

$$= \frac{1}{24} \ln \left[ \frac{(x+2)^2}{x^2+8} \right] + \frac{1}{6} \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan^{-1} \left( \frac{x}{2\sqrt{2}} \right) + C \quad (5)$$

$$= \frac{1}{24} \ln \left[ \frac{(x+2)^2}{x^2+8} \right] + \frac{1}{12\sqrt{2}} \tan^{-1} \left( \frac{x}{2\sqrt{2}} \right) + C \quad (5)$$

60

$$\begin{aligned}
 (c) \quad I_n &= \int x^n \sin x \, dx \\
 &= \int -x^n \frac{d}{dx} (\cos x) \quad (5) \\
 &= [-x^n \cos x] + \int (\cos x) n x^{n-1} dx \quad (10) \\
 &= -x^n \cos x + n \int x^{n-1} \frac{d}{dx} (\sin x) \quad (5) \\
 &= -x^n \cos x + n \left\{ x^{n-1} \sin x - \int \sin x (n-1) x^{n-2} dx \right\} \quad (10) \\
 &= -x^n \cos x + n x^{n-1} \sin x - n(n-1) I_{n-2} \quad (5) \\
 I_n + n(n-1) I_{n-2} &= x^{n-1} [n \sin x - x \cos x] \quad (5)
 \end{aligned}$$

40

16. (a)

ඕනෑම කෝණ සමවිෂේදකයක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක්  $P(\bar{x}, \bar{y})$  නම්

$$PL = PN \quad (5)$$

$$\frac{|a_1 \bar{x} + b_1 \bar{y} + c_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{|a_2 \bar{x} + b_2 \bar{y} + c_2|}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \quad (5)$$

$$\therefore \frac{a_1 \bar{x} + b_1 \bar{y} + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2 \bar{x} + b_2 \bar{y} + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \quad (5)$$

$\bar{x} \rightarrow x, \bar{y} \rightarrow y$  ලෙස ප්‍රතිස්ථාපනය කිරීමෙන්  $(5)$

කෝණ සමවිෂේදක රේඛාවල සමීකරණ

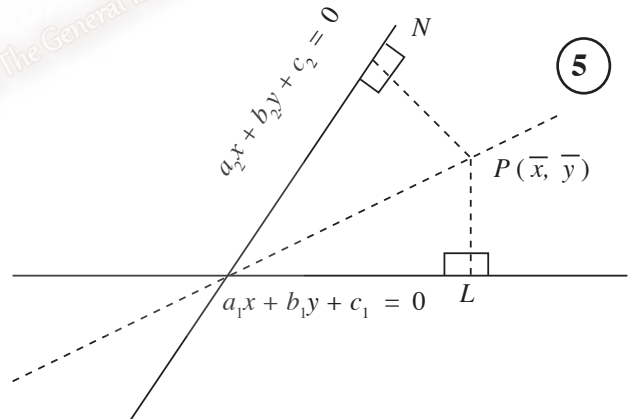
$$\frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \quad (5)$$

කෝණ සමවිෂේදකවල සමීකරණය

$$\frac{4x + y + 3}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \pm \frac{x + 4y - 3}{\sqrt{1^2 + 4^2}} \quad (5)$$

$$+ : 3x - 3y + 6 = 0 \Rightarrow x - y + 2 = 0 \quad (5)$$

$$- : 5x + 5y = 0 \Rightarrow x + y = 0$$



$x + y = 0$  සහ  $x - y + 2 = 0$  විසඳීමෙන්

$$x = -1, \quad y = 1$$

(5)

$A = (-1, 1)$  යැයි ගනිමු.

$B = (0, 2)$ ,  $x - y + 2 = 0$  මත පිහිටයි.

(5)

$P = (x, y)$  යනු  $x + y = 0$  මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් ලෙස ගනිමු.

$PA \perp PB$  බැවින්

$$\left(\frac{y-1}{x+1}\right) \times 1 = -1$$

(5)

$$\frac{y-1}{-1} = \frac{x+1}{1} = t; \quad t \text{ යනු පරාමිතියකි}$$

(5)

$$\therefore x = -1 + t, \quad y = 1 - t$$

$x + y = 0$  මත  $AD = AB$  වන පරිදි

$D$  ලක්ෂ්‍යයට අනුරූප පරාමිතිය  $T$  ලෙස ගනිමු.

$$\text{එවිට } D = (-1 + T, 1 - T)$$

(5)

$$AD^2 = AB^2 \Rightarrow T^2 + T^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

(5)

$$T = \pm 1$$

(5)

$$\therefore D = (0, 0) \text{ හෝ } (-2, +2)$$

(5)

(5)

$D \equiv (0, 0)$  විට  $CD$  සමීකරණය

$$x - y = 0$$

(5)

$D' \equiv (-2, +2)$  විට  $C'D'$  සමීකරණය

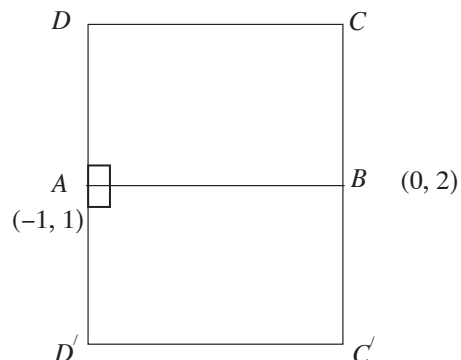
$$x - y + 4 = 0$$

(5)

$BC$  සහ  $BC'$  රේඛාවන්හි සමීකරණය

$$x + y - 2 = 0$$

(5)



(b)  $S^1 = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$

$S = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  යැයි ගනිමු. මෙහි  $g, f, c$  නියත වේ.

(5)

$S^1 = 0$  න්  $S = 0$  සමච්ඡේද වන නිසා,

$S^1 - S = 0$  රේඛාව මත  $S = 0$  හි කේන්ද්‍රය පිහිටයි.

(5)

$$-2x(g+1) - 2y(f-2) - 3 - c = 0$$

(5)

$$\therefore 2(g)(g+1) + 2(f)(f-2) - c - 3 = 0$$

(1)

(5)

$S = 0$  වෘත්තය  $(1, 1)$  හරහා යන බැවින්

$$1^2 + 1^2 + 2g + 2f + c = 0$$

$$\therefore c = -2g - 2f - 2$$

(2)

(5)

(1) න් හා (2) න්

$$2g^2 + 2g + 2f^2 - 4f - (-2g - 2f - 2) - 3 = 0$$

$$2g^2 + 2f^2 + 4g - 2f - 1 = 0$$

$$2(-g)^2 + 2(-f)^2 - 4(-g) + 2(-f) - 1 = 0$$

(5)

$\therefore (-g, -f)$  ලක්ෂ්‍යය  $2x^2 + 2y^2 - 4x + 2y - 1 = 0$  වෘත්තය මත පිහිටයි.

(5)

මෙහි කේන්ද්‍රය  $(1, -\frac{1}{2})$

(5)

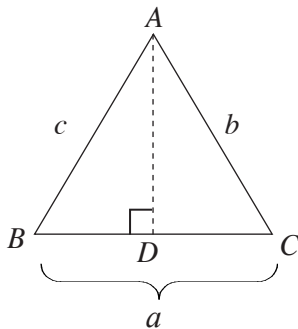
$$\text{අරය} = \sqrt{1^2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{7}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{7}}{2}$$

(5)

50

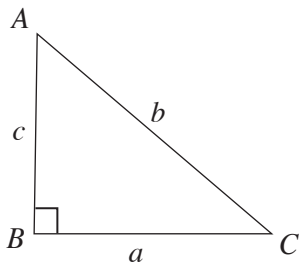
17. (a)



$$a = BC = BD + DC$$

$$a = c \cos B + b \cos C$$

(5)

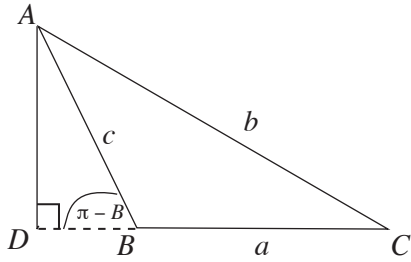


$$a = b \cos C + 0$$

$$= b \cos C + c \cos 90^\circ$$

$$= b \cos C + c \cos B$$

(5)



$$\begin{aligned} a &= BC = CD - BD \\ &= b \cos C - c \cos (\pi - B) \\ &= b \cos C + c \cos B \end{aligned}$$

(5)

එපරිදීම  $b = a \cos C + c \cos A$

$$a \cos C = b - c \cos A$$

$$a^2 \cos^2 C = b^2 - 2bc \cos A + c^2 \cos^2 A \quad (10)$$

$$a^2 - a^2 \sin^2 C = b^2 + c^2 - 2bc \cos A - c^2 \sin^2 A$$

$$\underbrace{a^2 + c^2 \sin^2 A - a^2 \sin^2 C}_{= 0} = b^2 + c^2 - 2bc \cos A ; \therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \text{ නිසා}$$

(5)

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$a, b, c$  සමාන්තර ශ්‍රේණියක නම්

$$a + c = 2b \quad (5)$$

$$b \cos C + c \cos B + a \cos B + b \cos A = 2b \quad (5)$$

$$\cos A + \cos C + 2 \cos B = 2$$

$$2 \cos \left( \frac{A+C}{2} \right) \cos \left( \frac{A-C}{2} \right) = 2(1 - \cos B) \quad (5)$$

$$2 \cos \left( \frac{\pi}{2} - \frac{B}{2} \right) \cos \left( \frac{A-C}{2} \right) = 4 \sin^2 \frac{B}{2}$$

$$\cos \left( \frac{A-C}{2} \right) = 2 \sin \frac{B}{2} \quad (5)$$

50

(b)  $0 < x, y < \frac{\pi}{2}$

$$\therefore 0 < \frac{\pi}{2} - y < \frac{\pi}{2} \quad (5)$$

$$\sin x > \cos y = \sin \left( \frac{\pi}{2} - y \right) \quad (5)$$

$$\sin x > \sin \left( \frac{\pi}{2} - y \right)$$

$$\left( 0, \frac{\pi}{2} \right) \text{ වසම තුළ කෝණය වැඩි වන විට සයින් අගය වැඩි වන නිසා,} \quad (10)$$

$$\therefore x > \frac{\pi}{2} - y \quad (5)$$

$$x + y > \frac{\pi}{2}$$

25

$$(c) \quad f(x) = 3 \cos^2 x + 8 \sin x \cos x - 3 \sin^2 x$$

$$= 3 \cos 2x + 4 \sin 2x \quad (5)$$

$$(5)$$

$$= 5\left(\frac{3}{5} \cos 2x + \frac{4}{5} \sin 2x\right) \quad (5)$$

$$= 5(\sin \alpha \cos 2x + \cos \alpha \sin 2x)$$

$$= 5 \sin(2x + \alpha)$$

$$= A \sin(2x + \alpha) \quad (5)$$

මෙහි  $A = 5$ ,  $\alpha$  යනු  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$  වන පරිදි වූ සුළු කෝණයයි.  $(5)$

$$f(x) = \frac{5}{2}$$

$$5 \sin(2x + \alpha) = \frac{5}{2}$$

$$\sin(2x + \alpha) = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \quad (5)$$

$$2x + \alpha = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6} \quad (5)$$

$$x = \frac{n\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} + (-1)^n \frac{\pi}{12}, \text{ මෙහි } n \in \mathbb{Z}$$

$$(5)$$

$$f(x) = 5 \sin(2x + \alpha)$$

$$f(x) \text{ උපරිම} = 5; x = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}$$

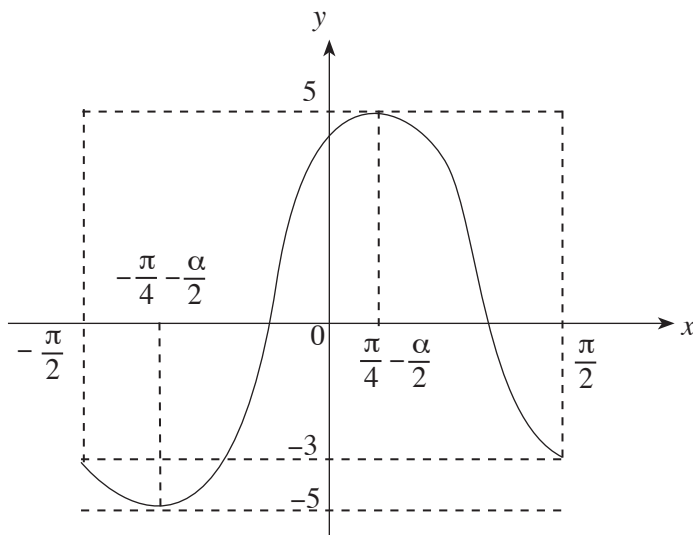
$$(5)$$

$$(5)$$

$$f(x) \text{ අවම} = -5; x = -\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \quad (\alpha < \frac{\pi}{4} \text{ නිසා})$$

$$(5)$$

$$(5)$$



$$(15)$$

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2016  
සංයුක්ත ගණිතය - II පත්‍රය  
පිළිතුරු සඳහා මග පෙන්වීම

A කොටස

1.  $m$  ට  $\downarrow$   $v^2 = u^2 + 2as$  යෙදීමෙන්

$$v^2 = 2gh$$

$$\therefore v = \sqrt{2gh}$$

(5)

$$I = \Delta(mv) \text{ යෙදීම ;}$$

$\downarrow$   $P$  හා  $m$  ට

$$-J = (2m + m)v_1 - mv - 2m \times 0$$

(5)

$$\therefore -J = 3mv_1 - mv \quad \text{--- (1)}$$

$Q$  ට  $\uparrow$

$$J = 2mv_1 - 0 \quad \text{--- (2)}$$

(5)

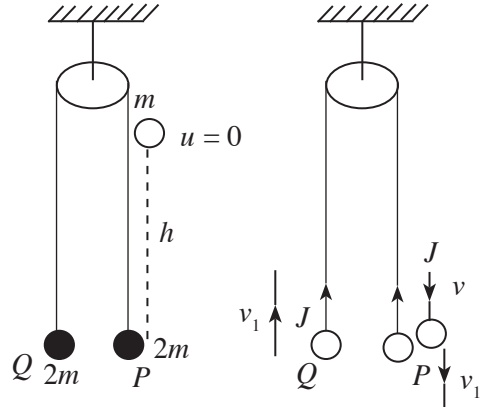
(1) හා (2) න්

$$v_1 = \frac{v}{5} = \frac{\sqrt{2gh}}{5}$$

(5)

$$J = \frac{2m}{5} \sqrt{2gh}$$

(5)



25

2. තත්පරයකදී පිටකරන ජල පරිමාව =  $8 (0.005) \text{ m}^3$   
=  $0.040 \text{ m}^3$  (5)

තත්පරයකදී පිටකරන ජල ස්කන්ධය =  $10^3 \times 0.040 \text{ kg}$   
=  $40 \text{ kg}$  (5)

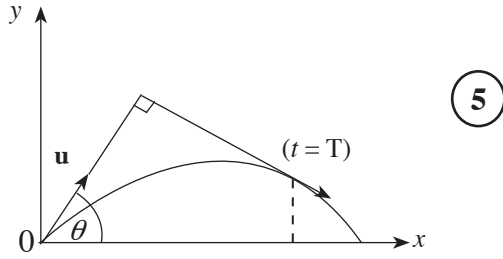
තත්පරයකදී පොම්පය මගින් කෙරෙන කාර්යය =  $mgh + \frac{1}{2} mv^2$   
=  $(40 \times 10 \times 4) + \frac{1}{2} \times 40 \times 8^2$  (5) (5)

$$= 2880 \text{ js}^{-1}$$

$\therefore$  පොම්පයේ ශක්තිමානය =  $2880 \text{ W}$  (5)

25

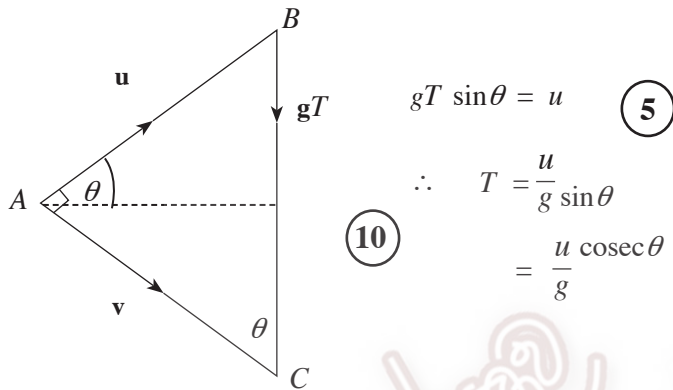
3.



$$t = T \text{ විට,}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{g}T \quad (5)$$

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$$



$$gT \sin \theta = u \quad (5)$$

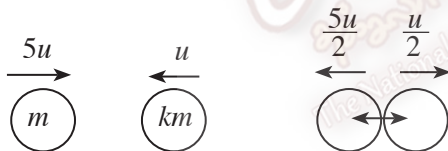
$$\therefore T = \frac{u}{g} \sin \theta$$

$$= \frac{u}{g} \operatorname{cosec} \theta$$

(10)

25

4.



පද්ධතියට ගම්‍යතා සංස්ථිතිය නියමය යෙදීමෙන්

$$\longrightarrow 5mu - kmu = \frac{5mu}{2} - \frac{5mu}{2}$$

$$10 - 2k = k - 5$$

$$\therefore k = 5$$

නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමයෙන්

$$\frac{u}{2} + \frac{5u}{2} = e(u + 5u) \quad (5)$$

$$3u = 6ue$$

$$\frac{1}{2} = e \quad (5)$$

$$I = \Delta(mv)$$

$$\longrightarrow -I = -m \cdot \frac{5u}{2} - m \cdot 5u$$

$$I = \frac{15mu}{2} \quad (5)$$

25

5.  $\underline{a} \perp \underline{b}$  නිසා  $\underline{a} \cdot \underline{b} = 0$

(5)

$\therefore (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) \cdot (\lambda\mathbf{i} + \mu\mathbf{j}) = 0$

$2\lambda + 3\mu = 0$  \_\_\_\_\_ (1)

(5)

$|\underline{b}| = 1$  නිසා  $\lambda^2 + \mu^2 = 1$  \_\_\_\_\_ (2)

(5)

(1) හා (2)  $\mu = \pm \frac{2}{\sqrt{13}}$

$\mu > 0$  නිසා  $\mu = \frac{2}{\sqrt{13}}$

(5)

(1) න්,  $\lambda = -\frac{3}{\sqrt{13}}$

(5)

25

6. වස්තුව සීමාකාරී අවස්ථාවේ පවතින විට වේ.  
ලාම් ප්‍රමේයයෙන්,

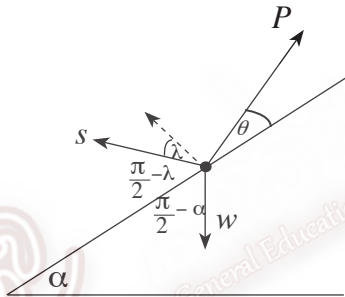
$\frac{P}{\sin[\pi - (\alpha + \lambda)]} = \frac{w}{\sin[\frac{\pi}{2} - (\theta - \lambda)]}$  (5)

$P = \frac{w \sin(\lambda + \alpha)}{\cos(\theta - \lambda)}$  (5)

$P$  අඩුතම විමට  $\cos(\theta - \lambda)$  උපරිම විය යුතුය.

එනම්  $\theta = \lambda$

$\therefore P$  (අඩුතම)  $= w \sin(\lambda + \alpha)$  (5)



(5)

25

7.  $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$  යැයි ගනිමු.

(A)  $\longrightarrow$  1<sup>st</sup> (පළමුවන) (B)  $\longrightarrow$  2<sup>nd</sup> (දෙවන)

(i)  $X = (A \cap B') \cup (A' \cap B)$  (5)

නමුත්  $(A \cap B') \cap (A' \cap B) = \phi$

$\therefore P(X) = P(A \cap B') + P(A' \cap B)$

$= P(A) P(B') + P(A') P(B)$  (5)

$= \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4} \times \frac{5}{3}\right) = \frac{5}{12}$  (5)

(ii)  $P(A|X) = \frac{P(A \cap X)}{P(X)} = \frac{P(A) P(B')}{P(X)}$  (5)

$= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}}{\frac{5}{12}} = \frac{3}{5}$  (5)

( $\because$  III වන ප්‍රත්‍යක්ෂය)

(ස්වායත්ත බැවින්)

25

$$\begin{aligned}
 8. \quad P(A \cap B') &= 0.2, \quad P(A' \cap B) &= 0.1 & (5) \\
 P(A' \cap B') &= P(A \cup B)' &= 0.6 \\
 1 - P(A \cup B) & &= 0.6 \\
 P(A \cup B) & &= 0.4 & (5) \\
 P(A \cup B) - P(A \cap B) & &= 0.2 + 0.1 \\
 \therefore P(A \cap B) & &= 0.4 - 0.3 = 0.1 & (5) \\
 P(A' \cap B) & &= P(B) - P(A \cap B) \\
 0.1 + 0.1 & &= P(B) & (5) \\
 \therefore P(A|B) & &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{0.2} \\
 & &= \frac{1}{2} & (5)
 \end{aligned}$$

25

$$\begin{aligned}
 9. \quad \bar{x} &= 5 \text{ සහ } s_x = 2 \\
 (i) \quad y_i &\in \{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\} \\
 y_i &= x_i + 10 \text{ යැයි ගනිමු.} \\
 \text{මෙහි } x_i &\in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \\
 \therefore \bar{y} &= \bar{x} + 10 = 5 + 10 = 15 \\
 \text{සහ } s_y &= s_x = 2 & (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (ii) \quad y_i &\in \{20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\} \\
 y_i &= 10x_i \text{ යැයි ගනිමු.} \\
 \text{මෙහි } x_i &\in \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \\
 \therefore \bar{y} &= 10\bar{x} & (5) \\
 &= 10 \times 5 = 50 \\
 \text{සහ } s_y &= 10s_x = 10 \times 2 = 20 & (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (iii) \quad y_i &= ax_i + b \text{ යැයි ගනිමු.} \\
 \text{එවිට } \bar{y} &= a\bar{x} + b = 5a + b & (5) \\
 s_y^2 &= a^2 s_x^2 \\
 s_y &= |a| s_x \\
 &= 2|a| & (5)
 \end{aligned}$$

25

10.

|           |     |     |     |    |    |    |
|-----------|-----|-----|-----|----|----|----|
| $u_i$     | -3  | -2  | -1  | 0  | 1  | 2  |
| $f_i$     | 5   | 10  | 25  | 30 | 20 | 10 |
| $f_i u_i$ | -15 | -20 | -25 | 0  | 20 | 20 |

(5)

$$\bar{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = -\frac{20}{100} = -\frac{1}{5}$$

$$u_i = \frac{x_i - 35}{a}$$

(5)

$$\therefore \bar{x} = a\bar{u} + 35$$

$$33 = -\frac{a}{5} + 35$$

(5)

$$a = 10$$

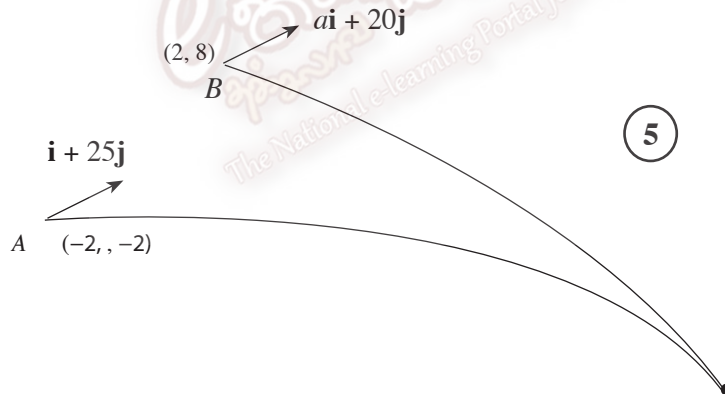
(5)

|           |        |         |         |         |         |         |
|-----------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ප්‍රාන්තර | 0 - 10 | 10 - 20 | 20 - 30 | 30 - 40 | 40 - 50 | 50 - 60 |
| $f_i$     | 5      | 10      | 25      | 30      | 20      | 10      |

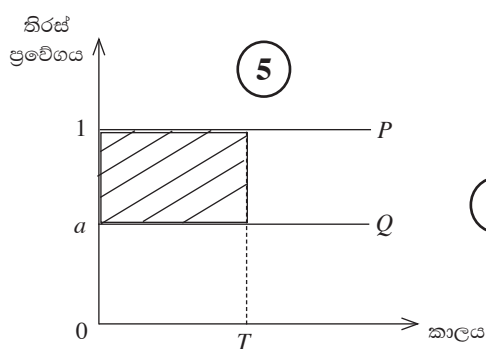
(5)

25

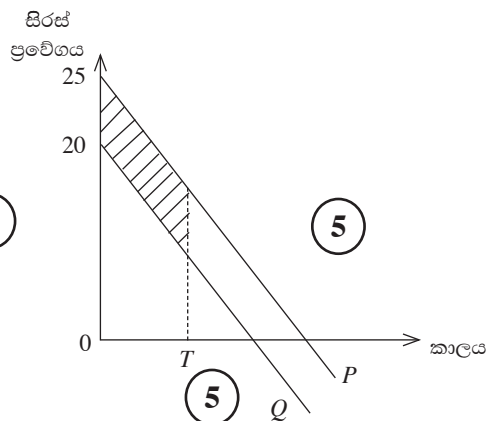
11. (a)



(5)



(5)



(5)

(5)

හමුවීම සඳහා

$$P \text{ හි සිරස් විස්ථාපනය} = Q \text{ හි සිරස් විස්ථාපනය} + 10$$

$$P \text{ හි සිරස් විස්ථාපනය} - Q \text{ හි සිරස් විස්ථාපනය} = 10$$

(10)

$$\begin{aligned} 5T &= 10 \\ T &= 2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} P \text{ හි තිරස් විස්ථාපනය} &= Q \text{ හි තිරස් විස්ථාපනය} + 4 \\ P \text{ හි තිරස් විස්ථාපනය} - Q \text{ හි තිරස් විස්ථාපනය} &= 4 \end{aligned} \quad (10)$$

$$(1-a)2 = 4 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} 1-a &= 2 \\ a &= -1 \end{aligned} \quad (5)$$

60

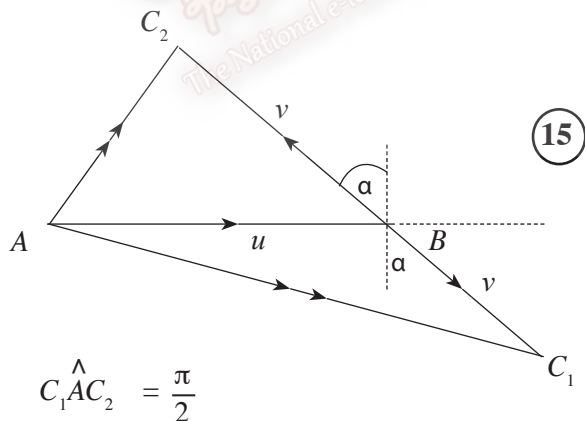
(b)  $v(S, E) = \longrightarrow u$

$$v(P, S) = \begin{array}{c} \nearrow \\ \alpha \\ \searrow \end{array} v \quad (5)$$

$$v(P, E) = v(P, S) + v(S, E)$$

$$\text{යාමට} \quad \underline{v}(P, E) = \begin{array}{c} \nearrow \\ \alpha \\ \searrow \end{array} + \longrightarrow u \Rightarrow \overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC_1} \quad (5)$$

$$\text{ඒමට} \quad \underline{v}(P, E) = \begin{array}{c} \nearrow \\ \alpha \\ \searrow \end{array} + \longrightarrow u \Rightarrow \overrightarrow{BC_2} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC_2} \quad (5)$$



(15)

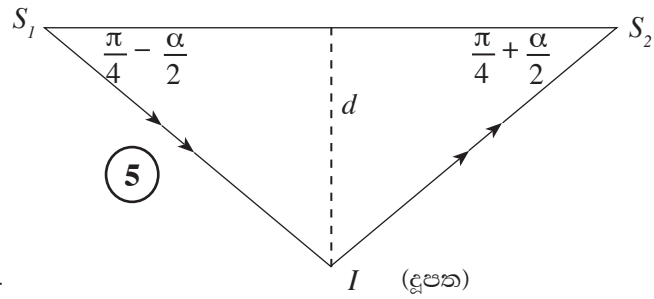
$\therefore C_1C_2$  විශ්කම්භය වන පරිදි වූ වෘත්තය A හරහා ගමන් කරයි.

$C_1C_2$  හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය B බැවින්, (10)

$$BC_1 = BC_2 = BA = u \quad (5)$$

$$v = u$$

$$\begin{aligned} \angle BAC_1 &= \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \quad \text{සහ} \quad \angle BAC_2 = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \end{aligned} \quad (5)$$



ගමනට ගතවන මුළු කාලය  $t$  නම්,

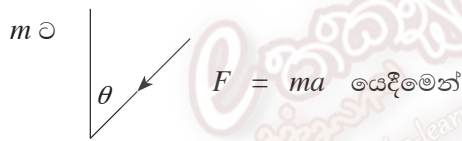
$$\begin{aligned}
 t &= \frac{S_1 I}{AC_1} + \frac{S_2 I}{AC_2} \\
 &= \frac{S_1 I \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})}{AC_1 \sin(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})} + \frac{S_2 I \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2})}{AC_2 \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2})} \\
 &= \frac{d}{v \cos \alpha} + \frac{d}{v \cos \alpha} = \frac{2d}{u \cos \alpha} \quad (\because v = u)
 \end{aligned}$$

90

12. (a)  $m$  ට ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන්,

$$\frac{1}{2} mu^2 - mga = mga \cos \theta + \frac{1}{2} mv^2 \quad (15)$$

$$v^2 - u^2 + 2ga(1 + \cos \theta) = 0 \quad (1) \quad (5)$$



$$R + mg \cos \theta = \frac{mv^2}{a} \quad (2)$$

(1) න් (2) ට ආදේශයෙන්

$$R + mg \cos \theta = \frac{m}{a} [u^2 - 2ga(1 + \cos \theta)] \quad (5)$$

$$R = \frac{mu^2}{a} - mg(2 + 3 \cos \theta)$$

OA උඩු සිරස සමග සාදන කෝණය  $\alpha$  වන විට අංශුව

පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වේ නම්, එවිට  $R = 0$  වේ. (5)

$$\therefore u^2 - 2ga - 3ga \cos \alpha = 0 \quad (5)$$

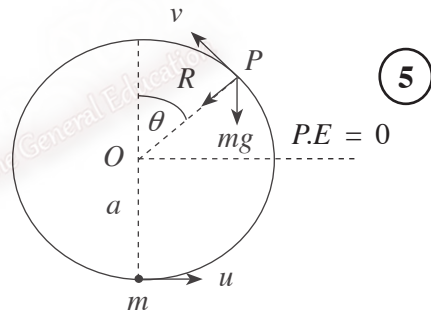
$$\cos \alpha = \frac{u^2 - 2ga}{3ga} > 0 \quad (\because u^2 > 2ga)$$

$\therefore \alpha$  සුළු කෝණයක් වේ.

තවද  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  වන නිසා  $0 < \cos \alpha < 1$  වේ.

$$\frac{u^2 - 2ga}{3ga} < 1 \quad (5)$$

$$u^2 < 5ga$$



$m$  ස්කන්ධය පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වන විට  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$  වේ.

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{u^2 - 2ga}{3ga}$$

$$u^2 - 2ga = \sqrt{3} ga$$

$$u^2 = (2 + \sqrt{3}) ga$$

(5)

$$\text{එවිට ප්‍රවේගය } v^2 = u^2 - 2ga \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2ga + \sqrt{3} ga - 2ga - \frac{2ga}{\sqrt{3}} = \frac{ga}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

$m$  ස්කන්ධය ගෝල පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වූ පසු ප්‍රක්ෂිප්තයක ආකාරයට ගමන් කරයි.

අනතුරුව සිදුවන චලිතයේදී,  $a \sin \alpha$  තිරස් දුරක් යාමට ගතවන කාලය  $t_0$  නම්

$$a \sin \alpha = (v \cos \alpha) t_0 \quad (5)$$

$$\text{එවිට ඉහළට ගමන් කරන දුර } y = (v \sin \alpha) t_0 - \frac{1}{2} g t_0^2$$

$$y = \frac{v \sin \alpha \times a \sin \alpha}{v \cos \alpha} - \frac{1}{2} \frac{ga^2 \sin^2 \alpha}{v^2 \cos^2 \alpha} \quad (5)$$

$$= \frac{\frac{2}{3} a}{\frac{1}{\sqrt{3}}} - \frac{ga^2}{\sqrt{3}} \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{2a}{\sqrt{3}} - \sqrt{3} a$$

$$= -\frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$= -a \cos \alpha$$

(5)

$m$  ස්කන්ධය  $O$  හරහා යන සිරස් රේඛාව පසුකර යනවිට පහළට  $a \cos \alpha$  දුරක් ගොස් ඇති බැවින් එය ගෝලයේ  $O$  කේන්ද්‍රය හරහා යයි.

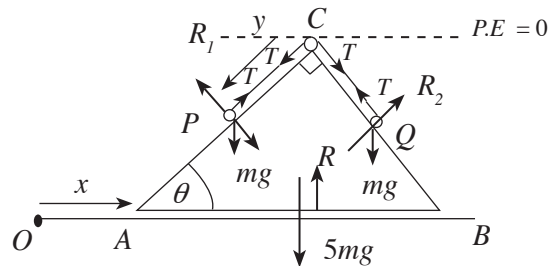
80

(b)

$$\mathbf{v}(P, O) = \begin{matrix} \dot{y} \\ \theta \\ \dot{x} \end{matrix}$$

$$\mathbf{v}(Q, O) = \begin{matrix} +\dot{y} \\ \frac{\pi}{2} - \theta \\ -2 \\ \dot{x} \end{matrix}$$

(5)



පද්ධතිය සඳහා ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමය යෙදීමෙන්

$$\longrightarrow 5m \dot{x} + m(\dot{x} - \dot{y} \cos \theta) + m(\dot{x} - \dot{y} \sin \theta) = 0 \quad (10)$$

$$7m \dot{x} = m \dot{y} (\cos \theta + \sin \theta)$$

$$7\dot{x} = \dot{y} \left( \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right) \quad (5)$$

$$5\dot{x} = \dot{y} \quad \text{—————} \quad (1)$$

20

පද්ධතිය සඳහා ශක්ති සංස්ථිති නියමය යෙදීමෙන්,

$$\frac{1}{2} 5m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \{(\dot{x} - \dot{y} \cos \theta)^2 + (\dot{y} \sin \theta)^2\} \quad (20)$$

$$+ \frac{1}{2} m \{(\dot{x} - \dot{y} \sin \theta)^2 + (\dot{y} \cos \theta)^2\} - mgy \sin \theta - mg(l - y) \cos \theta = \text{නියතයක්}$$

$$5\dot{x}^2 + \{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 - 2\dot{x}\dot{y} \cos \theta\} + \{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 - 2\dot{x}\dot{y} \sin \theta\}$$

$$- 2gy \sin \theta + 2gy \cos \theta = \text{නියතයක්} \quad (5)$$

$$7\dot{x}^2 + 2\dot{y}^2 - 2\dot{x}\dot{y} \left( \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \right) - 2gy \frac{4}{5} + 2gy \frac{3}{5} = \text{නියතයක්}$$

$$35\dot{x}^2 + 10\dot{y}^2 - 14\dot{x}\dot{y} - 2gy = \text{නියතයක්} \quad \text{—————} \quad (2)$$

25

(1) හා (2) න්

$$35\dot{x}^2 + 250\dot{x}^2 - 70\dot{x}^2 - 2gy = \text{නියතයක්}$$

$$215\dot{x}^2 - 2gy = \text{නියතයක්}$$

$t$  විෂයෙන් අවකලනය කිරීමෙන්

$$430\dot{x} \cdot \ddot{x} - 2g\dot{y} = 0 \quad (5)$$

$$430\dot{x} \cdot \ddot{x} - 2g \cdot 5\dot{x} = 0 \quad (\because \dot{x} \neq 0) \quad (5)$$

$$\therefore \ddot{x} = \frac{g}{43}$$

$P$  සඳහා  $F = ma$  යෙදීමෙන්

$$\text{—————} \quad \therefore mg \sin \theta - T = m(\ddot{y} - \ddot{x} \cos \theta) \quad (5)$$

$$T = mg \sin \theta - m(5\ddot{x} - \ddot{x} \cos \theta) \quad (5)$$

$$= mg \frac{4}{5} - m\ddot{x} \left( 5 - \frac{3}{5} \right)$$

$$= \frac{4mg}{5} - m \cdot \frac{1}{43} g \cdot \frac{22}{5}$$

$$= \frac{2mg}{5} \left\{ 2 - \frac{11}{43} \right\}$$

$$= \frac{2mg}{5} \times \frac{75}{43}$$

$$= \frac{30mg}{43} \quad (5)$$

15

13. තන්තුව ස්වාභාවික දිගේ සිට  $x$  දුරක් ඇදී ඇති විට තන්තුවේ ආතතිය  $T$  නම්,

$$T = \frac{\lambda x}{a} = \frac{2mgx}{a} \quad (5)$$

අංශුවේ චලිතය සඳහා  $F = ma$

$$mg \sin 30^\circ - T = m\ddot{x} \quad (10)$$

$$mg \times \frac{1}{2} - \frac{2\lambda gx}{a} = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = -\frac{2g}{a} \left(x - \frac{a}{4}\right) \quad (1) \quad (5)$$

$$x = \frac{a}{4} + A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (2)$$

$$\dot{x} = -A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t \quad (3) \quad (5)$$

$$\ddot{x} = -A\omega^2 \cos \omega t - B\omega^2 \sin \omega t \quad (4) \quad (5)$$

$$= -\omega^2 (A \cos \omega t + B \sin \omega t)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 \left(x - \frac{a}{4}\right) \quad (5) \quad (2) \text{ න් } (5)$$

(1) හා (5) සැලකීමෙන්  $\omega^2 = \frac{2g}{a}$  වේ. (5)

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{a}}$$

$t = 0$  විට  $\dot{x} = 0$  වේ. (5)

(3) න්,  $0 = B\omega$

$\omega \neq 0$  නිසා  $B = 0$  වේ. (5)

$t = 0$  විට  $x = a$  වේ. (5)

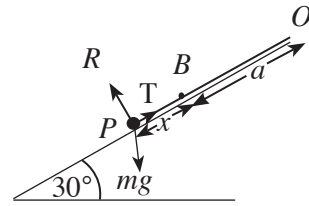
(2) න්,  $a - \frac{a}{4} = A \Rightarrow A = \frac{3a}{4}$

$$\therefore x = \frac{3a}{4} \cos \omega t + \frac{a}{4}$$

$$x - \frac{a}{4} = \frac{3a}{4} \cos \omega t$$

අංශුවේ දෝලන කේන්ද්‍රය  $x - \frac{a}{4} = 0$  දී ලැබේ. (5)

එනම්  $x = \frac{a}{4}$  දෝලන කේන්ද්‍රය වේ. (5)



20

40

10

විස්තාරයේදී  $\dot{x} = 0$  වේ. එවිට  $t = t_1$  යැයි ගනිමු.

$$0 = -A\omega \sin \omega t_1 \quad (5)$$

$$\sin \omega t_1 = 0$$

$$\omega t_1 = n\pi ; n \in \mathbb{Z}_0^+ \quad (5)$$

$$x - \frac{a}{4} = \frac{3a}{4} \cos \omega t_1$$

$$x - \frac{a}{4} = \pm \frac{3a}{4} \quad (5)$$

20

$$\therefore \text{අංශුවේ සරල අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය} = \frac{3a}{4} \quad (5)$$

අංශුව පළමුවෙන්ම ස්වාභාවික දිගට පැමිණෙන විට එහි ප්‍රවේගය  $V$  යැයි ගනිමු. එවිට  $x = 0$  වේ. (5)

$$\frac{3a}{4} \cos \omega t = -\frac{a}{4}$$

$$\cos \omega t = -\frac{1}{3} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} V &= -A\omega \sin \omega t \\ &= -\frac{3a}{4} \sqrt{\frac{2g}{a}} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \omega t} \\ &= -\frac{3a}{4} \sqrt{\frac{2g}{a}} \sqrt{\frac{8}{9}} \quad (5) = -\frac{3a}{4} \sqrt{\frac{2g}{a}} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

$$= -\sqrt{ag}$$

$$x = 0 \text{ විට ප්‍රවේගය } \uparrow \sqrt{ag} \text{ වේ.} \quad (5)$$

20

අංශුව පළමුවෙන්ම ස්වාභාවික දිගට ඒමට ගතවන කාලය  $t_0$  යැයි ගනිමු.

එවිට  $x = 0$  වේ. (5)

$$-\frac{a}{4} = \frac{3a}{4} \cos \omega t_0$$

$$\cos \omega t_0 = -\frac{1}{3} \quad (5)$$

$$\omega t_0 = \pi - \cos^{-1} \left( \frac{1}{3} \right)$$

$$t_0 = \frac{1}{\omega} \left[ \pi - \cos^{-1} \left( \frac{1}{3} \right) \right] = \sqrt{\frac{a}{2g}} \left[ \pi - \cos^{-1} \left( \frac{1}{3} \right) \right] \quad (5)$$

අංශුව  $O$  දක්වා ගුරුත්වය යටතේ චලනය වේ.

$B$  සිට  $O$  දක්වා යාමට කාලය  $t_2$  නම්

$$S = ut + \frac{1}{2} at^2 \quad \uparrow$$

$$S = a, u = \sqrt{ag}, a = -g \sin 30^\circ$$

$$a = \sqrt{ag}t_2 - \frac{1}{2} \frac{g}{2} t_2^2 \quad (5)$$

$$\frac{g}{4} t_2^2 - \sqrt{ag} t_2 + a = 0$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{ag} \pm \sqrt{ag - 4 \frac{g}{4} a}}{\frac{g}{2}}$$

$$t_2 = 2\sqrt{\frac{a}{g}} \quad (5)$$

$\therefore O$  දක්වා යාමට කාලය  $t_0 + t_2$

$$= \sqrt{\frac{a}{2g}} (\pi - \cos^{-1}(\frac{1}{3})) + 2\sqrt{\frac{a}{g}} \quad (5)$$

$$= \sqrt{\frac{a}{2g}} \left[ \pi - \cos^{-1}(\frac{1}{3}) + 2\sqrt{2} \right]$$

30

තන්තුව උපරිම දිගේ ඇත්තේ  $A$  ලක්ෂ්‍යයේදීය. එනම්  $x = a$  විට,

$$T_A = \frac{\lambda a}{a} \quad (5)$$

$$= \lambda$$

$$T_A = 2mg \quad (5)$$

10

$$14. (a) (i) |\underline{a}| = |\underline{b}| = |\underline{c}| = 1 \quad (5)$$

$$(\underline{a} + 2\underline{b}) \perp (5\underline{a} - 4\underline{b}) \quad \text{නම්}$$

$$(\underline{a} + 2\underline{b}) \cdot (5\underline{a} - 4\underline{b}) = 0 \quad (5)$$

$$5\underline{a} \cdot \underline{a} + 10\underline{b} \cdot \underline{a} - 4\underline{a} \cdot \underline{b} - 8\underline{b} \cdot \underline{b} = 0$$

$$5|\underline{a}|^2 + 10\underline{a} \cdot \underline{b} - 4\underline{a} \cdot \underline{b} - 8|\underline{b}|^2 = 0$$

$$5 + 6\underline{a} \cdot \underline{b} - 8 = 0$$

$$6\underline{a} \cdot \underline{b} = 3 \quad (5)$$

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = \frac{1}{2}$$

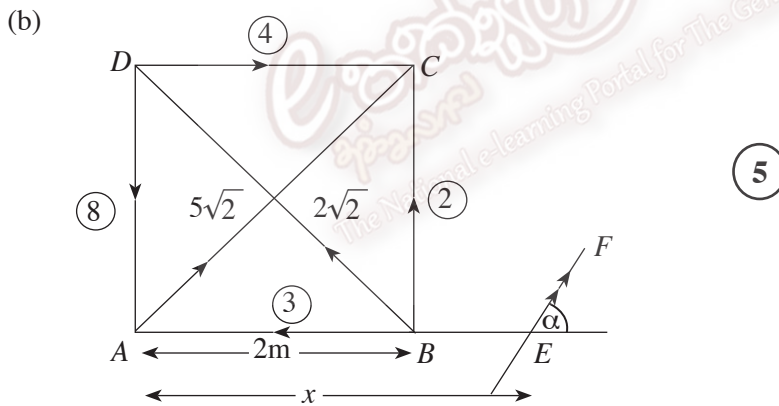
$$|\underline{a}| |\underline{b}| \cos \theta = \frac{1}{2} \quad (5)$$

$$1 \times 1 \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ \quad (5)$$

25

(ii)  $|a-b|^2 + |b-c|^2 + |c-a|^2$   
 $= (a-b) \cdot (a-b) + (b-c) \cdot (b-c) + (c-a) \cdot (c-a)$  (5)  
 $= |a|^2 + |b|^2 - 2a \cdot b + |b|^2 + |c|^2 - 2b \cdot c + |c|^2 + |a|^2 - 2c \cdot a$  (5)  
 $= 6 - 2(a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a)$  (5)  
 $\therefore 2(a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a) = 6 - (|a-b|^2 + |b-c|^2 + |c-a|^2)$  (5) (1)  
 $|a+b+c|^2 \geq 0$  (5)  
 $\therefore (a+b+c) \cdot (a+b+c) \geq 0$  (5)  
 $|a|^2 + a \cdot b + a \cdot c + b \cdot a + |b|^2 + b \cdot c + c \cdot a + c \cdot b + |c|^2 \geq 0$  (5)  
 $3 + 2(a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a) \geq 0$  — (2) (5)  
(1) හා (2) න්  
 $3 + 6 - (|a-b|^2 + |b-c|^2 + |c-a|^2) \geq 0$  (5)  
 $\therefore |a-b|^2 + |b-c|^2 + |c-a|^2 \leq 9$  (5)

50



(i)  $\vec{X} = 4 - 3 + 5\sqrt{2} \cos 45^\circ - 2\sqrt{2} \cos 45^\circ$  (5)  
 $= 4\text{N}$   
 $\uparrow Y = 2 - 8 + 5\sqrt{2} \cos 45^\circ + 2\sqrt{2} \cos 45^\circ$  (5)  
 $= 1\text{N}$   
සම්ප්‍රයුක්තය R නම්,  
 $R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{4^2 + 1^2}$   
 $= \sqrt{17} \text{ N}$  (5)  
සම්ප්‍රයුක්තය තිරසර සමඟ සාදන කෝණය alpha නම්,  
 $\tan \alpha = \frac{1}{4}$   
 $\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{1}{4} \right)$  (5)

25

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව  $AB$  කපන ලක්ෂ්‍යය  $E$  නම්  $AE = x$  යැයි ගනිමු.

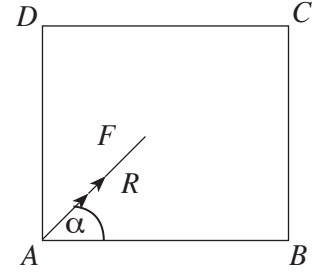
$$\overset{\curvearrowleft}{A} \quad 1 \times x = 2 \times 2 - 4 \times 2 + 2\sqrt{2} \cdot 2 \cos 45^\circ \quad (5)$$

$$x = 0 \quad (5)$$

$A \equiv E$  (සමපාත වේ)

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව  $A$  හරහා යයි.

$\therefore$  බල පද්ධතිය සමතුලිත වීම සඳහා  $\sqrt{17} \text{ N}$  බලයක්  $\vec{FA}$  දිශාවට  $A$  හිදී යෙදිය යුතුයි. (5) (5)



20

- (ii)  $ABC$  අතට  $39 \text{ Nm}$  යුග්මයකට උභයන්තර කිරීම සඳහා යෙදිය යුතු බලය දික්කළ  $BA$  මත  $A$  සිට  $y$  දුරකින්  $AF$  ට සමාන්තර  $\vec{FA}$  දිශාවට වූ  $\sqrt{17} \text{ N}$  බලයක් ක්‍රියා කරන්නේ යැයි ගනිමු.

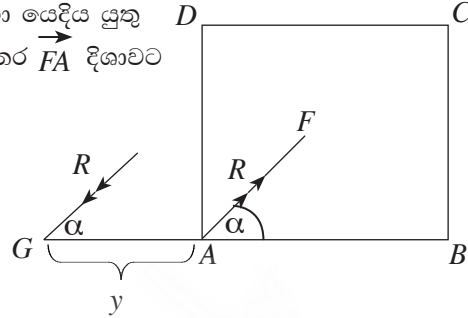
(5)

$$\overset{\curvearrowleft}{ABC} \quad \sqrt{17} \times AG \sin \alpha = 39 \quad (5)$$

$$\sqrt{17} \times AG \times \frac{1}{\sqrt{17}} = 39$$

$$AG = 39 \text{ m}$$

(5)



15

- (iii)  $B$  හිදී තනි බලයකට උභයන්තර කිරීම සඳහා එක් කළ යුතු සුර්ණය

(5)

$$= \curvearrowleft \sqrt{17} \times BA \sin \alpha \quad (5)$$

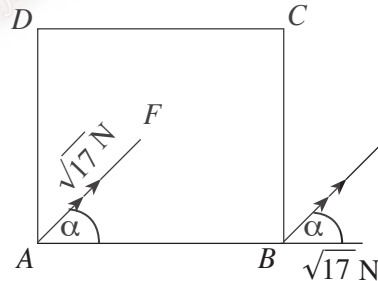
$$= \curvearrowleft \sqrt{17} \times 2 \times \frac{1}{\sqrt{17}} = 2 \text{ Nm} \quad (5)$$

Aliter

එක් කළ යුතු සුර්ණය  $M$  නම්

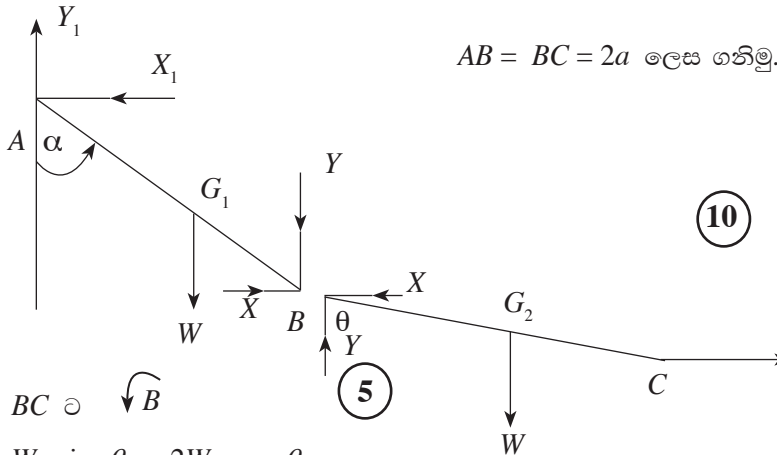
$$M - \sqrt{17} \times 2 \sin \alpha = 0$$

$$M = \sqrt{17} \times 2 \times \frac{1}{\sqrt{17}} = 2 \text{ Nm}$$



15

15. (a)



$AB = BC = 2a$  ලෙස ගනිමු.

(10)

10

- (i)  $BC$  ට  $\curvearrowleft B$

$$W a \sin \theta = 2 W a \cos \theta$$

$$\tan \theta = 2$$

(5)

10

BC කොටසේ සමතුලිතතාව සැලකීමෙන්,

$$\leftarrow X = W \quad (5)$$

$$\uparrow Y = W \quad (5)$$

$$\therefore R_B = \sqrt{W^2 + W^2} \quad (5)$$

$$= \sqrt{2} W$$

20

$R_B$  හි දිශාව තීරය සමඟ  $\tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$  කෝණයක් සාදයි. (5)

AB ට  $\curvearrowright A$

$$X \cdot 2 \cos \alpha = W \sin \alpha + y \cdot 2 \sin \alpha \quad (10)$$

$$W \cdot 2 \cos \alpha = W \sin \alpha + W \cdot 2 \sin \alpha$$

$$\frac{2}{3} = \tan \alpha$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{2}{3} \right) \quad (5)$$

15

AB හි සමතුලිතතාව සැලකීමෙන්,

$$\rightarrow X_1 = X = W \quad (5)$$

$$\uparrow Y_1 = 2W \quad (5)$$

$$\therefore R_A = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2}$$

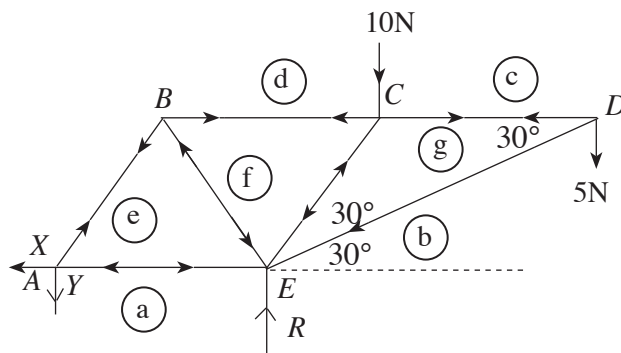
$$= \sqrt{5} W \quad (5)$$

$R_A$  හි දිශාව තීරය සමඟ සාදන කෝණය

$$= \tan^{-1} (2) \quad (5)$$

20

(b)



දණ්ඩක දිග  $2a$  යැයි ගනිමු. (DE හැර)

(i)  $\curvearrowright A$  පද්ධතිය සලකා,

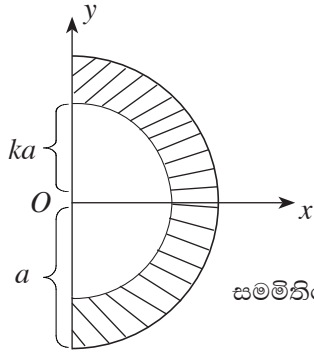
$$R \cdot 2a - 10 \times 3a - 5 \times 5a = 0 \quad (5)$$

$$R = \frac{55}{2} \text{ N} \quad (5)$$

$$\therefore E \text{ හි යෙදෙන සිරස් බලය} = \frac{55}{2} \text{ N}$$



(a)



සමමිතියෙන් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය  $Ox$  මත වේ.

| වස්තුව            | ස්කන්ධය                              | $O$ සිට ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට දුර |
|-------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| අර්ධ ගෝලය         | $\frac{2}{3} \pi a^3 \rho$           | $\frac{3a}{8}$                |
| ඉවත් කළ අර්ධ ගෝලය | $\frac{2}{3} \pi (ka)^3 \rho$        | $\frac{3ka}{8}$               |
| ඉතිරි කොටස        | $\frac{2}{3} \pi a^3 \rho (1 - k^3)$ | $\bar{x}$                     |

(10)

(5)

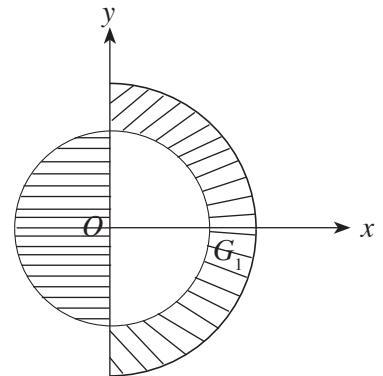
$$\bar{x} = \frac{\frac{2}{3} \pi a^3 \rho \frac{3a}{8} - \frac{2}{3} \pi k^3 a^3 \rho \frac{3ka}{8}}{\frac{2}{3} \pi a^3 \rho (1 - k^3)} \quad (15)$$

$$= \frac{\frac{3a}{8} (1 - k^4)}{(1 - k^3)} = \frac{3a (1 + k^2) (1 - k) (1 + k)}{8 (1 - k) (1 + k + k^2)}$$

$$= \frac{3a}{8} \frac{(1 + k^2) (1 + k)}{(1 + k + k^2)} \quad (10)$$

40

- (b) ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය  $G_1(\bar{x}_1, \bar{y}_1)$  ලෙස ගනිමු. ඉවත් කළ කොටස රූපයේ අයුරු සම්බන්ධ කළ විට ද  $Ox$  වටා සමමිතික නිසා  $\bar{y}_1 = 0$  වේ. (5)



- (i) ඉවත් කළ කොටසේ ස්කන්ධය  $m$  ද අරය  $a$  ද වූ අර්ධ ගෝලයේ ස්කන්ධය  $M$  යැයිද ගනිමු.

$$\frac{m}{M} = \frac{\frac{2\pi}{3} k^3 a^3 \rho}{\frac{2\pi}{3} a^3 \rho} = k^3 \quad (5)$$

$$m = Mk^3 \quad (5)$$

20

(ii) සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට  $O$  සිට දුර  $\bar{x}_1$  වේ.

$$\bar{x}_1 = \frac{(M-m)\bar{x} + m\left(-\frac{3}{8}ka\right)}{(M-m) + m} \quad (15)$$

$$\text{තවද } (M-m)\bar{x} = M\left(\frac{3a}{8}\right) - m\left(\frac{3ka}{8}\right) \text{ බැවින්} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \frac{M\left(\frac{3a}{8}\right) - m\left(\frac{3ka}{8}\right) - m\left(\frac{3ka}{8}\right)}{M} \\ &= \frac{\frac{3a}{8}(M-2mk)}{M} \\ &= \frac{3a}{8}\left(1 - \frac{2m}{M}k\right) \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ} \\ \text{කේන්ද්‍රයට } O \text{ සිට දුර} &= \frac{3a}{8}(1 - 2k^4) \end{aligned}$$

30

(iii)  $G_1$  ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය  $O$  සමපාත විය යුතුය. (5)

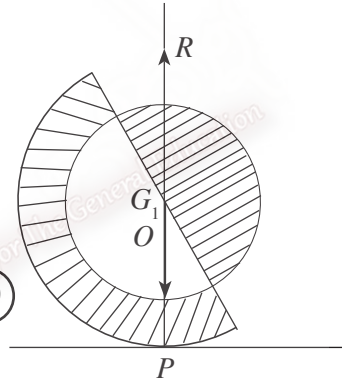
$$\text{එනම්, } \bar{x}_1 = 0 \text{ විය යුතුයි.} \quad (5)$$

$$\frac{3a}{8}(1 - 2k^4) = 0 \quad (5)$$

$$2k^4 = 1$$

$$k^2 = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (5)$$

$$k^2 > 0 \text{ නිසා } k^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



30

17. (a)  $P(A) = 0.1$ ,  $P(A \cup B) = 0.37$  සහ  $P(C) = 0.2$

$$(i) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) \quad (5)$$

( $A$  සහ  $B$  ස්වායත්ත නිසා)

$$0.37 = 0.1 + P(B) - 0.1P(B) \quad (5)$$

$$0.37 - 0.1 = 0.9P(B) \quad (5)$$

$$0.3 = P(B) \quad (5)$$

15

$$(ii) P(B' | A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} \quad (5)$$

$$\text{මෙහි } P(B' \cap A') = P[(B \cup A)'] = 1 - P(A \cup B) \quad (5)$$

$$= 1 - 0.37 = 0.63$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0.1 = 0.9 \quad (5)$$

$$\therefore P(B' | A') = \frac{0.63}{0.9} = 0.7 \quad (5)$$

20

$$\begin{aligned} \text{(iii) } P(A' \cap B' \cap C) &= P(A') P(B') P(C) \\ &= 0.9 \times 0.7 \times 0.2 \\ &= 0.126 \end{aligned}$$

5

5

10

$$\text{(iv) } X : (A \cap B' \cap C') \cup (A' \cap B \cap C') \cup (A' \cap B' \cap C)$$

5

$$\begin{aligned} P(X) &= P(A \cap B' \cap C') + P(A' \cap B \cap C') + P(A' \cap B' \cap C) \\ &= P(A) P(B') P(C') + P(A') P(B) P(C') + P(A') P(B') P(C) \\ &= 0.1 \times 0.7 \times 0.8 + 0.9 \times 0.3 \times 0.8 + 0.9 \times 0.7 \times 0.2 \\ &= 0.398 \end{aligned}$$

5

10

20

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(A | X) &= \frac{P(A \cap X)}{P(X)} \\ &= \frac{P(A \cap B' \cap C')}{P(X)} \\ &= \frac{0.1 \times 0.7 \times 0.8}{0.398} \\ &= \frac{56}{398} \\ &= \frac{28}{199} \end{aligned}$$

5

5

10

$$\text{(b) (i) } (\alpha) \text{ මධ්‍යන්‍යය} = \frac{\sum_{r=1}^n x_r}{n}$$

5

$$\begin{aligned} \text{ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය } \bar{x} &= \frac{28 + 56 + 23 + 94 + 8 + 5 + 13 + 846}{28} \\ &= \frac{1073}{28} \\ &= 38.32 \end{aligned}$$

5

15

5

(β) 94 සිට ලකුණු 49 දක්වා අඩු වී ඇති බැවින් වෙනස - 45 ක් වේ.

05 සිට ලකුණු 50 දක්වා වැඩි වී ඇති බැවින් වෙනස + 45 ක් වේ.

∴ මධ්‍යන්‍යය වෙනස් නොවේ.

5

10

$$\text{සම්මත අපගමනය} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{විචලනය} &= s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)}{n} \quad (5) \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - 2\bar{x} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} + \bar{x}^2 \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2 \quad (5) \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \end{aligned}$$

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_{20}\}$  සහ  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_{10}\}$  ලෙස ගනිමු.

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 320 \quad \text{සහ} \quad \sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 5840 \quad (5)$$

සහ

$$\sum_{i=1}^{10} y_i = 130 \quad \text{සහ} \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 2380 \quad (5)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i}{20} = \frac{320}{20} = 16 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} s_x^2 &= \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i^2}{20} - 16^2 = \frac{5840}{20} - 16^2 \\ &= 292 - 256 = 36 \end{aligned}$$

$$\therefore s_x = 6 \quad (5)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i}{10} = \frac{130}{10} = 13 \quad (5)$$

$$s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i^2}{10} - 13^2 = \frac{2380}{10} - 169 = 69$$

$$\therefore s_y = 8.30 \quad (5)$$

$Z = X \cup Y$  ලෙස ගනිමු.

$$\begin{aligned} \bar{z} &= \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i + \sum_{i=1}^{10} y_i}{30} \\ &= \frac{320 + 130}{30} = 15 \quad (5) \end{aligned}$$

$$s_z^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i^2 + \sum_{i=1}^{10} y_i^2}{30} - \bar{z}^2 \quad (5)$$

$$= 274 - 225 = 49$$

$$s_z = 7 \quad (5)$$