අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2016

සංයුක්ත ගණිතය I

පැය තුනයි

උපදෙස් :

* **A** කොටසේ සියලු ම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.
* **B** කොටසේ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

1. සියලු ධන නිඛිලමය n සඳහා $4^n + 15n - 1$ ප්‍රකාශනය 9 න් බෙදෙන බව ගණිත අභ්‍යුහනය මගින් සාධනය කරන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. $\left(\sqrt{2} + 7^{\frac{1}{5}}\right)^{10}$ ප්‍රසාරණයේ r වන පදය T_r ලියා එම ප්‍රසාරණයේ පරිමේය පදවල ඓක්‍යය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[2 වන පිටුව බලන්න

3. පිරිමි ළමයින් 8 දෙනකු සහ ගැහැණු ළමයින් 6 දෙනකු අතුරින් දෙපිරිසම නියෝජනය වන පරිදි 5 දෙනකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමක් තෝරාගත හැකි ආකාර ගණන කීයද?

4. ආගන්ඩ් සටහන භාවිතයෙන් $\text{Arg}\, Z = \frac{\pi}{4}$ සහ $\text{Arg}(Z - 3) = \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි වූ $Z = Z_0$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය ලබාගෙන, $\text{Arg}(Z_0 - 6i)$ සොයන්න.

[3 වන පිටුව බලන්න

5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(1+kx)^2-(1-kx)^2}{\sqrt{1+k^2x}-\sqrt{1-k^2x}} = 1$ වන පරිදි k තාත්ත්වික නිශ්ශූන්‍ය නියතයේ අගය සොයන්න.

6. $y=(x-2)^2$ හා $y=4-2x$ ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්තාර එකම බණ්ඩාංක තලයේ අඳින්න. එම ප්‍රස්තාරවලින් වටවූ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක $\frac{4}{3}$ ක් බව පෙන්වන්න.

The National e-learning Portal for the General Education

[4 වන පිටුව බලන්න

7. $x = t^2$, $y = at^3 - t^2$ සමීකරණ මගින් වක්‍රයක් අර්ථ දැක්වෙයි. මෙහි $a \in \mathbb{R}^+$ වේ. වක්‍රය මත $t = 1$ හා $t = -1$ මගින් දෙනු ලබන ලක්ෂ්‍යවලදී අඳිනු ලබන ස්පර්ශක එකිනෙකට ලම්බ නම්, a හි අගය සොයන්න.

8. $A = (2, -1)$, $B = (4, -3)$ යැයි ගනිමු. AB හි ලම්බ සමච්ඡේදකය මත $C = (3t, -t)$, $t \in \mathbb{R}$ පිහිටා ඇත. t හි අගය සොයා, $ACBD$ රොම්බසයක් වන පරිදි D ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

9. ඛණ්ඩාංක අක්ෂ ස්පර්ශ කරමින් $3x - 4y + 12 = 0$ රේඛාව ද ස්පර්ශ කරන වෘත්තවල සමීකරණ සොයන්න.

10. $\cot\alpha - \tan\alpha = 2\cot 2\alpha$ බව පෙන්වන්න.
එනයින්, $\tan\alpha + 2\tan 2\alpha + 4\tan 4\alpha + 8\cot 8\alpha = \cot\alpha$ බව පෙන්වන්න.

The National e-learning Portal for The General Education

B කොටස

11. (a) $ax^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයට සමපාත මූල තිබීම සඳහා අවශ්‍යතාව a, b, c ඇසුරින් සොයන්න.

$\frac{a}{x+c} + \frac{b}{x-c} = \frac{k}{2x}$ සමීකරණය වර්ගජ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. එම සමීකරණයට සමපාත මූල පවතින k හි අගයන් k_1 හා k_2 නම්, $|k_1 - k_2| = 4\sqrt{ab}$ වන බව පෙන්වන්න. මෙහි $c \neq 0$ වේ.

(b) $f(x) = x^2 + 6x + 20 + \lambda(x^2 - 3x - 12), x \in \mathbb{R}$ ලෙස ගනිමු. මෙහි λ පරාමිතියකි.

(i) $f(x)$ ඒකජ බහුපදයක් වන පරිදි λ හි අගය සොයන්න.

(ii) $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල විශාලත්වයෙන් සමාන හා ලකුණින් ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ නම් λ හි අගය සොයන්න.

(iii) $f(x)$ වර්ගජ බහුපදයක් ලෙස උපකල්පනය කරමින්, එය $f(x) = h - b(x - a)^2$ ආකාරයට වන පරිදි a, b, h යන පද λ ඇසුරින් සොයන්න.

$x = 2$ දී $f(x)$ ට වැඩිතම අගයක් පවතී නම්, λ හි අගය සොයා, $f(x)$ හි වැඩිතම අගය ද සොයන්න.

12. (a) l හා k තාත්ත්වික ධන නියත සඳහා $|l - 5x| < |kx - 3|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි තාත්ත්වික අගය කුලකය $\{x \mid -2 < x < 4/9\}$ වේ. එකම රූපයක $y = |l - 5x|$ හා $y = |kx - 3|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් ඇඳ l හා k අගයන් සොයන්න.

(b) $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණියේ පළමු පද n හි ඓක්‍යය $\frac{3n}{2n+1}$; $n = 1, 2, 3 ....$ වේ. මෙම අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා, එහි ඓක්‍යය සොයන්න. U_r නිර්ණය කර එනයින්, $\sum_{r=1}^{\infty} r^2 U_r$ යන අපරිමිත ශ්‍රේණියේ පළමු පද n හි ඓක්‍යය $\frac{3n(n+1)}{2(2n+1)}$ බව පෙන්වන්න. මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

13. (a) $A = \begin{bmatrix} 3 & p \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ ලෙස ගනිමු. $p \in \mathbb{R}$ වේ. A න්‍යාසයට ප්‍රතිලෝම න්‍යාසයක් පැවතීම සඳහා p ට තිබිය හැකි අගයන් සොයන්න.

$A^{-1} = A$ වන පරිදි p නියතය සොයා එනයින්, $BC = 0$ වන පරිදි, ගණය දෙක වූ ශූන්‍ය නොවන B, C න්‍යාස දෙකක් ලබා ගන්න. 0 යනු ගණය 2 වන ශූන්‍ය න්‍යාසයයි.

(b) Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ ප්‍රතිබද්ධය $\overline{Z}$ ගෙන් දැක්වේ.

(i) $Z\overline{Z} = |Z|^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) Z_1 හා Z_2 යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකකි. $\overline{Z_1 Z_2} = \overline{Z_1}\ \overline{Z_2}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) Z_1 හා Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙක සඳහා $\left|\frac{\overline{Z_1} - 2\overline{Z_2}}{2 - Z_1\overline{Z_2}}\right| = 1$ සහ $|Z_2| \neq 1$ වේ.

$|Z_1| = 2$ බව පෙන්වන්න.

(c) ආගන්ඩ් සටහනේ P ලක්ෂ්‍යයෙන් Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව දැක්වේ. $|Z - 3| < 2$ සහ $\text{Arg}(Z - 3) = \frac{\pi}{3}$ වන පරිදි P හි පථය රේඛනය කරන්න.

14. (a) $0 < x < \pi$ සඳහා $y = (\sin x)^x$ සලකා, $\frac{dy}{dx}$ සොයන්න.

(b) ටැංකියක පරිමාව ඝන ඒකක 45π විය යුතු යැයි ද, එය පතුල සහිත ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයකින් හා එහි විවෘත කෙළවරින් පිටට නෙරා ගිය අර්ධ ගෝලාකාර පියනකින් සමන්විත විය යුතු යැයිද, ටැංකියේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය අවම විය යුතු යැයි ද තීරණය විය. සිලින්ඩරයේ උස ඒකක y හා පතුලේ අරය ඒකක x යැයි ගෙන, ටැංකියේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $A = 3\pi x^2 + 2\pi xy$ (වර්ග ඒකක) බව ද $y = \frac{45}{x^2} - \frac{2x}{3}$ (ඒකක) බව ද පෙන්වන්න.
තවද A අවම වන y හි අගය සොයන්න.

(c) $x \neq \pm 1$ සඳහා $f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x+1)}$ යැයි ගනිමු. a, b තාත්ත්වික නියත වේ. $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයට $(0, 2)$ හිදී හැරුම් ලක්ෂ්‍යයක් ඇති බව දී ඇත. a, b සොයා, $(0, 2)$ යනු එකම හැරුම් ලක්ෂ්‍යය බව පෙන්වන්න. හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ පැහැදිලිව දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. එනයින්, $|f|(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

15. (a) සුදුසු ආදේශයක් යෙදීමෙන්,

$$\int_0^1 \frac{1}{(2+x)^{1/2}\,(2-x)^{3/2}}\,dx = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$ බව පෙන්වන්න.

(b) $G(x) = \frac{1}{(x+2)(x^2+8)}$ භින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

$g(x) = \frac{1}{12\sqrt{2}}\tan^{-1}\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{24}\ln\left[\frac{(x+2)^2}{x^2+8}\right] + C$ බව අපෝහනය කරන්න. මෙහි C යනු අභිමත නියතයක් සහ g යනු $g'(x) = G(x)$ පරිදි වූ ශ්‍රිතයකි.

(c) $I_n = \int x^n \sin x\,dx$ නම් $I_n + n(n-1)I_{n-2} = x^{n-1}(n\sin x - x\cos x)$ බව පෙන්වන්න.
මෙහි $n \in \mathbb{Z}^+$ වේ.

16. (a) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ හා $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ යන සමාන්තර නොවන සරල රේඛා අතර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න.
$4x + y + 3 = 0$ හා $x + 4y - 3 = 0$ සරල රේඛා අතර කෝණ සමච්ඡේදක මත සමචතුරස්‍රයක පාද දෙකක් පිහිටයි. සමචතුරස්‍රයේ එක් ශීර්ෂයක් $(0, 2)$ වෙයි. එවැනි සමචතුරස්‍ර දෙකක් තිබෙන බව පෙන්වා එම සමචතුරස්‍ර දෙකෙහි පාදවල සමීකරණ සොයන්න.

(b) $S^1 \equiv x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ වෘත්තය මගින් $S = 0$ වෘත්තය සමච්ඡේද වේ. $(1, 1)$ ලක්ෂ්‍යය $S = 0$ මත පිහිටයි නම්, එම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ පථය ද වෘත්තයක් බව පෙන්වා එහි කේන්ද්‍රය හා අරය සොයන්න.

17. (a) ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් $a = b\cos C + c\cos B$ බව පෙන්වන්න.
එනයින්, $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ බව අපෝහනය කරන්න.
a, b, c සමාන්තර ශ්‍රේඪියක පවතී නම්, $\cos A + \cos C + 2\cos B = 2$ බව හා $\cos\left(\dfrac{A-C}{2}\right) = 2\sin\dfrac{B}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) $0 < x,\ y < \dfrac{\pi}{2}$ නම් හා $\sin x > \cos y$ නම්, $x + y > \dfrac{\pi}{2}$ බව සාධනය කරන්න.

(c) $f(x) = 3\cos^2 x + 8\sin x\cos x - 3\sin^2 x$ යන්න $f(x) = A\sin(2x + \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $A > 0$ හා α සුළු කෝණයකි.
එනයින්, $f(x) = \dfrac{5}{2}$ හි සාධාරණ විසඳුම සොයන්න. $-\dfrac{\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}$ සඳහා $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

* * *

The National e-learning Portal for The General Education

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2016

සංයුක්ත ගණිතය II | පැය තුනයි

උපදෙස් :

* **A** කොටසේ සියලු ම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.

* **B** කොටසේ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

1. ස්කන්ධය $2m$ බැගින් වන P හා Q අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවරට සම්බන්ධ කර තන්තුව සුමට අචල කප්පියක් මතින් යවා ඇත. පද්ධතිය ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ එල්ලෙමින් සමතුලිතතාවේ පවතින්නේ තන්තුව තදව කප්පිය හා නොගැටෙන තන්තු කොටස් සිරස් වන පරිදි ය. P අංශුවේ සිට h උසක තිබී සීරුවෙන් මුදා හරින ලද ස්කන්ධය m වන තවත් අංශුවක් P හා ගැටී බද්ධ වී ගමන් අරඹයි. පද්ධතිය චලිතය ආරම්භ වන ප්‍රවේගය හා ගැස්සීම හේතුකොටගෙන තන්තුවේ ඇතිවන ආවේගී ආතතිය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. පොම්පයක් මගින් 4 m උසකට ජලය ගෙන ගොස් 8 ms^{-1} ක සීඝ්‍රතාවකින් ජලය විදී. නළයේ හරස්කඩ වර්ගඵලය 0.005 m^2 නම් පොම්පයේ ක්ෂමතාව සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

3. අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් තිරසට θ කෝණයක් ආනතව ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයක ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. T කාලයකට පසු එය පළමු ප්‍රක්ෂේප දිශාවට ලම්බව චලනය වේ. $\mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{a}t$ භාවිත කර දෛශික ත්‍රිකෝණයක් ඇඳීමෙන් $T = \frac{u}{g}\operatorname{cosec}\theta$ බව පෙන්වන්න.

4. ස්කන්ධය m, km වන සමාන සුමට ප්‍රත්‍යස්ථ ගෝල දෙකක් පිළිවෙළින් $5u$, u ප්‍රවේගවලින් සුමට තිරස් තලයක ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශා ඔස්සේ ගමන් කර සරලව ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු ගෝල දෙකෙහි ප්‍රවේග ඒවායේ මුල් ප්‍රවේගවල විශාලත්වයෙන් හරි අඩක් වන අතර දිශාවෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ. k හි අගය, ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සහ ගැටුම නිසා ගෝලයක් මත ඇතිවන ආවේගය සොයන්න.

[3 වන පිටුව බලන්න

5. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ ද $\mathbf{b} = \lambda\mathbf{i} + \mu\mathbf{j}$ ද වේ. මෙහි λ, μ තාත්ත්වික නියත ද $\mu > 0$ ද $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ සුපුරුදු ඒකක දෛශික ද වේ. $|b| = 1$ සහ **a** හා **b** දෛශික දෙක එකිනෙකට ලම්බ නම්, λ සහ μ නියත සොයන්න.

6. බර w වන වස්තුවක් තිරසට α කෝණයක් ආනත රළු තලයක් මත තබා උපරිම බෑවුම් රේඛාව දිගේ යාන්තමින් ඉහළට චලිත කරවීම සඳහා යෙදිය යුතු අඩුතම බලය සොයන්න. වස්තුව හා තලය අතර සර්ෂණ කෝණය λ වේ.

The National e-learning Portal for the General Education

[4 වන පිටුව බලන්න

7. ළමයි දෙදෙනකු ඉලක්කයට වෙඩි තැබීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් $\frac{1}{3}$ හා $\frac{1}{4}$ වේ. දෙදෙනාට වෙඩි තැබීමට එක වතාවක් බැගින් අවස්ථාව දෙනු ලැබේ.

(i) හරියටම එක් අයකු පමණක් ඉලක්කයට වෙඩි තැබීමේ සම්භාවිතාව

(ii) හරියටම එක් අයකු පමණක් ඉලක්කයට වෙඩි තබන්නේ නම්, ඒ පළමුවැනි ළමයා වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8. A සහ B යන සිද්ධි දෙක පහත සඳහන් අවශ්‍යතා සපුරාලයි නම් $P(A|B)$ සොයන්න.

(i) A සිදුවීමේ සහ B සිදු නොවීමේ සම්භාවිතාව 0.2 කි.

(ii) B සිදුවීමේ සහ A සිදු නොවීමේ සම්භාවිතාව 0.1 කි.

(iii) A සහ B සිද්ධි දෙකම සිදු නොවීමේ සම්භාවිතාව 0.6 කි.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

9. {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} යන නිරීක්ෂණවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් 5 හා 2 වේ. එය භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන නිරීක්ෂණවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(i) {12, 13, 14, 15, 16, 17, 18}

(ii) {20, 30, 40, 50, 60, 70, 80}

(iii) $\{2a + b, 3a + b, 4a + b, 5a + b, 6a + b, 7a + b, 8a + b\}$; මෙහි a සහ b නියත වේ.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. $u_i = \dfrac{x_i - 35}{a}$ ලෙස ගනිමු. මෙහි a නියතයක් වේ. x වලින් දක්වන ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය 33 වේ. u හි සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහතින් දැක්වේ.

u_i	-3	-2	-1	0	1	2
f_i	5	10	25	30	20	10

x වලින් දක්වන ව්‍යාප්තියේ පංති ප්‍රාන්තර සොයා ව්‍යාප්තිය ලියා දක්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

The National e-learning Portal for The General Education

B කොටස

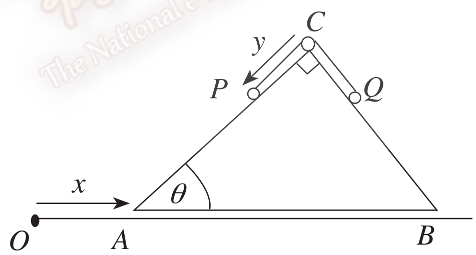
11. (a) P හා Q වස්තු දෙකක් පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $-2\mathbf{i}-2\mathbf{j}$ හා $2\mathbf{i}+8\mathbf{j}$ වන A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක සිට $\mathbf{i}+25\mathbf{j}$ හා $a\mathbf{i}+20\mathbf{j}$ ආරම්භක ප්‍රවේගවලින් ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. ඒවායේ තිරස් හා සිරස් චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර ඇඳ, එනයින්, ඒවා ගැටෙයි නම්, ගැටීමට ගතවන කාලයත් a හි අගයත් සොයන්න.

(b) නැවක් නැගෙනහිර දෙසට ඒකාකාර u වේගයෙන් ගමන් කරයි. නැවෙන් පිටත්වන ගුවන් යානාවක් දූපතකට ගමන් කොට වහා ආපසු නැවට පැමිණේ. ගමනේ මුළු පියාසර කාලය තුළම යානාව නැවට සාපේක්ෂව දකුණින් α කෝණයක් නැගෙනහිර දිශාවට වූ තිරස් රේඛීය ගමන් මාර්ගයක් ඔස්සේ ඒකාකාර v වේගයෙන් ගමන් කරයි. ගුවන් යානයේ යන සහ ආපසු එන පියාසැරුම් සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම රූපයක අඳින්න.
දූපතේ සිට පෙනෙන අයුරින් පියාසැරුම් කාලය තුළ යානාවේ ප්‍රවේගයේ දිශාව $\frac{\pi}{2}$ කෝණයකින් හැරේ නම්, $v=u$ බව පෙන්වා යානාවේ ගමනට ගතවන මුළු කාලය $\frac{2d}{u\cos\alpha}$ බව ද පෙන්වන්න. මෙහි d යනු දූපත සහ නැවේ ගමන් මාර්ගය අතර කෙටිතම දුර වේ.

12. (a) අභ්‍යන්තර අරය a වන සුමට අචල කුහර ගෝලයක් තුළ පහළම ලක්ෂ්‍යයේ තබා ඇති ස්කන්ධය m වන අංශුවක් u තිරස් ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. අංශුව O කේන්ද්‍රය අඩංගු සිරස් තලයේ චලිත වේ. මෙහි $u^2>2ag$ වේ. මෙම අංශුව ගෝලය මත පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයේදී ගෝලීය පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වේ නම් හා OA උඩු සිරස සමඟ සාදන සුළු කෝණය α නම් $\cos\alpha=\frac{u^2-2ag}{3ag}$ බව පෙන්වා, එනයින්, $u^2<5ag$ බව පෙන්වන්න.

තවද $\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}$ ලෙස දී ඇත්නම්, අංශුව O කේන්ද්‍රය හරහා ගමන් කරන බව පෙන්වන්න.

(b)



ඉහත රූපයේ දක්වා ඇති, ස්කන්ධය $5m$ වන සහ සිරස් ඡේදය ACB ඍජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් ද $\tan\theta=\frac{4}{3}$ ද වන කුඤ්ඤය AB ආධාරකය සුමට තිරස් තලයක් ස්පර්ශ වන පරිදි තබා ඇත. ස්කන්ධ m බැගින් වන P හා Q අංශු දෙකක් සම්බන්ධ කරන ලද අවිතන්‍ය තන්තුවක් C හි සවිකර ඇති සැහැල්ලු අචල සුමට කුඩා කප්පියක් මතින් යවා, එම අංශු AC, BC සුමට පෘෂ්ඨ ස්පර්ශ වන පරිදි තබා, පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. t කාලයට පසු O අචල ලක්ෂ්‍යයක සිට කුඤ්ඤයට ඇති දුර x ද, C සිට P අංශුවට ඇති දුර y ද නම්, රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමය හා ශක්ති සංස්ථිති නියමය භාවිතයෙන්,

(i) $\dot{y}=5\dot{x}$

(ii) $35\dot{x}^2+10\dot{y}^2-14\dot{x}\dot{y}-2gy=$ නියතයක්, බව පෙන්වන්න.

එනයින්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{1}{43}g$ බව ද, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{30}{43}mg$ බව ද පෙන්වන්න.

The National e-learning Portal for The General Education

13. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ස්වභාවික දිග a, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $2mg$ වන සැහැල්ලු තන්තුවක එක් කෙළවරකට ඇඳා තිබේ. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර තිරසට 30° ක් ආනත සුමට තලයක අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇත. අංශුව ආනත තලය මත ද තන්තුව උපරිම බෑවුම් රේඛාව දිගේ ද ඇත. තන්තුවේ දිග $2a$ වන තෙක් අංශුව ආනත තලය මත O සිට උපරිම බෑවුම් රේඛාව දිගේ ඇද සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. කාලය t වන විට තන්තුවේ විතතිය x යැයි ගනිමු. අංශුවේ චලිතය සඳහා, විතතිය x යන්න $\ddot{x} = -\frac{2g}{a}\left(x - \frac{a}{4}\right)$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.
ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $x = \frac{a}{4} + A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ආකාරයේ බව උපකල්පනය කරමින් A, B, ω නියතවල අගය සොයන්න.
එනයින්, අංශුවේ චලිතය සරල අනුවර්තී වන විට චලිතයේ කේන්ද්‍රය හා විස්තාරය සොයන්න. අංශුව පළමුවෙන්ම ස්වභාවික දිගට පැමිණෙන විට එහි වේගය $\sqrt{ag}$ බව පෙන්වන්න.
මුදාහළ මොහොතේ සිට $\left[\pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + 2\sqrt{2}\,\right]\sqrt{\frac{a}{2g}}$ කාලයකට පසුව අංශුව O වෙත පැමිණෙන බව ද පෙන්වන්න. තන්තුව උපරිම දිගේ ඇති විට තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

14. (a) **a, b, c** යනු ඒකක දෛශික වේ.

(i) $\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$ හා $5\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ දෛශික එකිනෙකට ලම්බ නම් **a** හා **b** දෛශික දෙක අතර කෝණය සොයන්න.

(ii) $|a - b|^2 + |b - c|^2 + |c - a|^2 \leq 9$ බව පෙන්වන්න.

(b) $ABCD$ යනු පැත්තක දිග 2m වූ සමචතුරස්‍රයකි. 3N, 2N, 4N, 8N, $5\sqrt{2}$ N හා $2\sqrt{2}$ N යන බල පිළිවෙළින් $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AC}$ සහ $\overrightarrow{BD}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි.

(i) බල පද්ධතිය සමතුලිත වීම සඳහා යෙදිය යුතු බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

(ii) ABC අතට ක්‍රියා කරන 39 N m යුග්මයකට ඌනනය කිරීම සඳහා එක් කළ යුතු බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

(iii) බල පද්ධතිය B හිදී ක්‍රියාකරන තනි බලයකට ඌනනය කිරීම සඳහා පද්ධතියට එක් කළ යුතු බල යුග්මයේ විශාලත්වය හා අභිදිශාව සොයන්න.

15. (a) AB, BC යනු දිගින් සමාන බර W බැගින් වන ඒකාකාර දඬු දෙකකි. මේවා B හිදී සුමටව සන්ධි කර ඇති අතර A හිදී සිරස් බිත්තියක වූ ලක්ෂ්‍යයකට අසව් කර B ට පහළින් C පිහිටන සේ පද්ධතිය සමතුලිතතාව පවත්වාගෙන ඇත්තේ C හිදී බිත්තියෙන් ඉවතට තිරස්ව යෙදෙන W බලයකිනි.

(i) BC හි යටි සිරසට ආනතිය $\tan^{-1} 2$ බව,

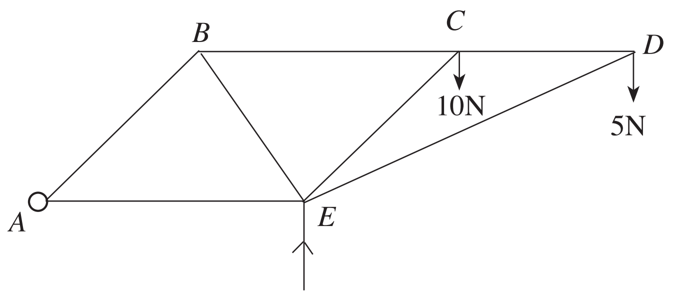
(ii) B හිදී ප්‍රතික්‍රියාව $\sqrt{2}$ W හා එය තිරසට 45° ක් ආනත බව,

(iii) AB හි යටි සිරසට ආනතිය $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ බව,

(iv) A හිදී ප්‍රතික්‍රියාව $\sqrt{5}$ W හා එය තිරසට $\tan^{-1}(2)$ කෝණයකින් ආනත බව,

පෙන්වන්න.

(b)



සැහැල්ලු දඬු හතක් සුමට ලෙස සන්ධි කිරීමෙන්, $ABCDE$ රාමු සැකිල්ල සාදා තිබේ. එහි $AB = AE = BE = BC = CE = CD$ වේ. A හිදී සුවල ලෙස අසව් කොට ඇති මෙම රාමු සැකිල්ල AE හා BCD තිරස් ලෙස පිහිටන සේ E හිදී යෙදෙන සිරස් බලයක් මගින් සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ

තිබේ. D සහ C සන්ධිවලදී පිළිවෙළින් 5 N සහ 10 N වූ භාර එල්ලා ඇත.

(i) E හිදී යෙදෙන සිරස් බලය ද

(ii) A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරස් හා තිරස් සංරචක ද

සොයන්න.

(iii) බෝ අංකනය යෙදීමෙන් එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය සොයා, එය ආතතියක් ද තෙරපුමක් ද යන්න නිර්ණය කරන්න.

16. කේන්ද්‍රය O ද, අරය a ද ස්කන්ධය w ද වන ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

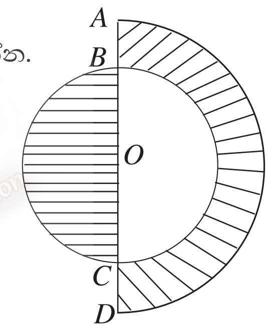
(a) එනයින්, ඉහත ඝන අර්ධ ගෝලයේ ka $(k < 1)$ අරය සහිතව O ලක්ෂ්‍යයම කේන්ද්‍රය වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක් ඉවත් කළ විට ඉතිරි වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර $\dfrac{3a\,(1+k^2)\,(1+k)}{8\,(1+k+k^2)}$ බව පෙන්වන්න.

(b) ඉවත් කළ ඝන අර්ධ ගෝලීය කොටස රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ඉතිරි කොටස සමඟ සම්බන්ධ කර සංයුක්ත වස්තුවක් සාදනු ලැබේ.

(i) ඉවත් කළ කොටසේ ස්කන්ධය මුළු ස්කන්ධයෙන් k^3 බව පෙන්වන්න.

(ii) සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර සොයන්න.

(iii) සංයුක්ත වස්තුවේ විශාල අර්ධ ගෝලීය කොටසේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් සුමට තිරස් මේසයක් ස්පර්ශ වන සේ සමතුලිතතාවේ පැවතීම සඳහා $k^2 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.



17. (a) ළමා රෝහලක ඇති වාර්තා විශ්ලේෂණය කිරීමේදී, රෝහලේ ප්‍රතිකාර ගන්නා පිරිමි ළමයි අතරින් කෙනෙක් සසම්භාවීව තෝරාගත් කළ, පහත සඳහන් A, B, C සිද්ධි පිළිබඳව සම්භාවිතා කිහිපයක් අනාවරණය විය.

A : ළමයාට ඇදුම රෝගය ඇත.

B : ළමයාට හිසේ රුදාවක් ඇත.

C : ළමයාට උදරාබාධයක් ඇත.

A, B, C සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ස්වායත්ත බව ද $P(A) = 0.1$, $P(A \cup B) = 0.37$ සහ $P(C) = 0.2$ බව ද දී ඇත.

(i) $P(B) = 0.3$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $P(B' \mid A')$ සොයන්න. A' හා B' යනු පිළිවෙළින් A හා B හි අනුපූරක වේ.

(iii) ළමයාට උදරාබාධයක් ඇතිමුත් හිසේ රුදාවක්වත් ඇදුම රෝගයවත් නැතිවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(iv) ළමයා ඉහත සඳහන් රෝගී තත්ත්වවලින් එකකින් පමණක් පෙළෙන බව දී ඇත්නම්, එය ඇදුම රෝගය වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) (i) $x_1, x_2, \ldots, x_n$ අගයන්හි මධ්‍යන්‍යය $\overline{x}$ අර්ථ දක්වන්න.

වාර විභාගයකදී සිසුන් 28 දෙනෙකු ගණිතය සඳහා ලබාගත් ලකුණු A සහ B විසින් සටහන් කරනු ලැබේ. A විසින් සටහන් කරන ලද ළමුන් 7 දෙනෙකුගේ ලකුණු පහතින් දැක්වේ.

28, 56, 23, 94, 08, 05, 13

B විසින් ඉතිරි ළමුන් 21දෙනෙකුගේ ලකුණු සටහන් කරන ලදී. එම ලකුණුවල ඓක්‍යය 846 වේ.

(α) ළමුන් 28 දෙනාගේ ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්න.
A ලකුණු සටහන් කිරීමේදී ලකුණු දෙකක් වෙනස් වී තිබිණි. ලකුණු 49 වෙනුවට සදොස්ව ලකුණු 94 ලෙස ද, ලකුණු 50 වෙනුවට සදොස්ව ලකුණු 05 ලෙසද සටහන් කර ඇති බව පසුව ඔහුට වැටහුණි. A මෙම සාවද්‍ය ලකුණු දෙක නිරවද්‍ය කරන ලදී.

(β) මෙම ලකුණුවල වෙනස්වීම් මධ්‍යන්‍යය කෙරෙහි බලපායිද? හේතු දක්වන්න.

(ii) $x_1, x_2, \ldots, x_n$ අගයන්හි සම්මත අපගමනය s අර්ථ දක්වා $s^2 = \dfrac{\sum_{r=1}^{n} x_r^2}{n} - \overline{x}^2$ බව පෙන්වන්න.

X සහ Y යනු පිළිවෙළින් සංඛ්‍යා 20ක් සහ 10ක් අඩංගු වියුක්ත කුලක දෙකක් වේ. X හි සංඛ්‍යාවල එකතුව 320ක් වන අතර ඒවායේ වර්ගවල එකතුව 5840ක් වේ. Y හි සංඛ්‍යාවල එකතුව 130ක් වන අතර ඒවායේ වර්ගවල එකතුව 2380ක් වේ. X සහ $X \cup Y$ හි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

The National e-learning Portal for The General Education

* * *