ඌව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

Uva Province -Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2019 අගෝස්තු

General Certificate of Education (Adv.Level) Examination 2019 August

සංයුක්ත ගණිතය I **Combined Maths I**	**10 | S | I** අවසාන වාර පරීක්ෂණය 2019 ජුලි	කාලය පැය 03 **Time 03 hr** 13 ශ්‍රේණිය

උපදෙස්

විභාග අංකය..

- මෙම ප්‍රශ්ණ පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A– කොටස (ප්‍රශ්ණ 1- 10) සහ B – කොටස (ප්‍රශ්ණ 11 - 17)
- A– කොටස
  සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්ණය සඳහා ඔබේ පිළිතුර සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- B – කොටස
  - ➢ ප්‍රශ්ණ පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති කඩදාසි වල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්ණ පත්‍රයේ B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත .

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය		
කොටස	ප්‍රශ්ණ අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

පත්‍රය 1	
පත්‍රය 11	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

A කොටස

(01) සියලු ධන නිඛිල n සඳහා $5^{2n} - 1$ යන්න 24 න් බෙදෙන බව ගණිත අභ්‍යුහනය භාවිතයෙන් සාධනය කරන්න.

(02) $y = 6 - x^2$ හි ප්‍රස්ථාරයත් $y = |x|$ හි ප්‍රස්ථාරයත් එකම සටහනක ඇඳ එමගින් $6 - x^2 \geq |x|$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන සියලුම තාත්වික අගයයන් සොයන්න.

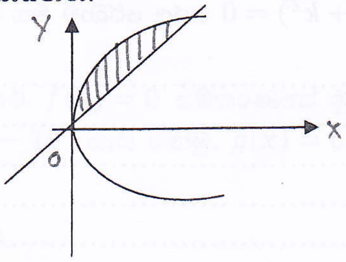
(03) $\arg(Z-1)-\arg(Z+1)=\frac{\pi}{4}$ විට Z හි පථය ආගන්ඩ් සටහනක නිරූපණය කර විස්තර කරන්න.

(04) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{1-\sin x}}{\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\sqrt{1+\sin x}}$ හි සීමාව අගයන්න.

(05) $x = 2\cos\theta - \cos 2\theta$ හා $y = 2\sin\theta - \sin 2\theta$ නම් $\theta = \frac{\pi}{2}$ විට $\frac{dy}{dx}$ සොයන්න. ඒ නයින් $\theta = \frac{\pi}{2}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයේදී වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්භයේ සමීකරණය සොයන්න.

(06) $\frac{\ln(\sin x)}{\cos x}$ ශ්‍රිතය x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න ඒ නයින් $\int \sec x \tan x ln\,(sinx) dx$ සොයන්න

(07) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $y^2 \leq x, y \geq x$ යන අසමානතාවලින් නිර්ණය කෙරෙන වර්ගඵලය x අක්ෂය වටා භ්‍රමණය කෙරේ. එවිට ජනනය වන ඝනයේ පරිමාව සොයන්න.



(08) A සහ B ලක්ෂ්‍ය පිළිවලින් $y = x$ හා $y = x - 2$ රේඛා මත පිහිටයි. AB රේඛාවෙහි ලම්භ සමච්ඡේදකයෙහි සමීකරණය $4x + 3y - 32 = 0$ වේ. A හා B හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(09) (a, b) ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නා වූද $x^2 + y^2 = k^2$ වෘත්තය ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරන්නාවූද වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $2ax + 2by + (a^2 + b^2 + k^2) = 0$ සරල රේඛාව මත වන බව පෙන්වන්න.

(10) $5\cos\theta + 12\sin\theta$ යන්න $R\sin(\theta + \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $R > 0$ හා $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ වේ. ඒ නයින් $5\cos 3\theta + 12\sin 3\theta - \frac{13}{2} = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

B කොටස

(11) (a) (i) $f(x) = x^2 + x - \lambda$ වේ. මෙහි $\lambda \in R$ වේ. $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල α හා α^2 නම් $\lambda = -1$ බව පෙන්වන්න. $\mu \in R$ සඳහා $g(x) = f(x) + \mu - 10$ යැයි ගනිමු. $g(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික වේ නම්

(අ) අවම වශයෙන් එක් ධන මූලයක් වත් තිබීමට

(ආ) මූල දෙකම සෘණ වීමට μ ට ගත හැකි අගය පරාසය සොයන්න.

(ii) α හා β යනු $x^2 + 3x - 4 = 0$ සමීකරණයේ මූල නම් මූල වල එකතුව හා මූල වල ගුණිතය සඳහා ප්‍රකාශන භාවිතා නොකොට $\frac{2\alpha+3}{\alpha+1}$ හා $\frac{2\beta+3}{\beta+1}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

(b) $f(x)$ යනු x හි සිව්වන මාත්‍රයේ බහුපද ශ්‍රිතයකි. බහුපදයේ x හි අනුගාමී බල සහිත සංගුණකයන් සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටයි . තවද $f(x), x^3 + x - 2$ න් බෙදූ විට ශේෂය $-2(3x^2 + x + 6)$ වේ. $f(x)$ සොයන්න.

ඒ නයින්

$2x^4 - x^3 + 2x^2 - 5x + 2$ හි සාධක සොයන්න.

(12) (a) $\{r(r+1)\}^2 - \{r(r-1)\}^2 = 4r^3$ බව සාධනය කරන්න. ඒ නයින් $\sum_{r=1}^{n} r^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

$\frac{3}{1^3} + \frac{5}{1^3+2^3} + \frac{7}{1^3+2^3+3^3}$ .... යන ශ්‍රේණියේ සාධාරණ r පදය වන U_r ලබා ගන්න.

$U_r = V_r - V_{r+1}$ වන පරිදි V_r ශ්‍රිතයක් ලබා ගන්න.

$\sum_{r=1}^{n} U_r = 4 - \frac{4}{(n+1)^2}$ බව පෙන්වන්න.

මෙම ශ්‍රේණය අභිසාරී වේද හේතු දක්වමින් පහදන්න.

(b) (i) $EXAMINATION$ යන වචනයේ අකුරු හතරක් පමණක් ගෙන සෑදිය හැකි වචන සංඛ්‍යාව 2454 ක් බව පෙන්වන්න .

(ii) එම වචන අතුරින් කොපමණ වචන ගණනක I අක්ෂර දෙක එක ළඟ පිහිටයිද?

(c) $(1 - x^2)^{10}$ ප්‍රසාරණයේ x^{10} සංගුණකයත් $\left(x - \frac{2}{x}\right)^{10}$ ප්‍රසාරණයේ x වලින් ස්වායත්ත පදයත් අතර අනුපාතය සොයන්න.

(13) (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ලෙස ගනිමු. $A^2 - A - 2I = 0$ වන බව පෙන්වන්න.

(මෙහි O යනු 2×2 ශූන්‍ය න්‍යාසය වේ.)

ඒ නයින් A^{-1} පවතින බව හා $A^{-1} = \frac{1}{2}(A - I)$ බවද $A^4 = 5A + 6I$ බවද පෙන්වන්න. (මෙහි I යනු ඝණය 2×2 වූ ඒකක න්‍යාසය වේ.)

(b) Z_1 හා Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් විට

(i) $Re\,(Z_1\overline{Z_2}) = Re(\overline{Z_1}Z_2)$

(ii) $|Z_1 - Z_2|^2 = |Z_1|^2 - 2ReZ_1\overline{Z_2} + |Z_2|^2$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්

$|1 - Z_1\overline{Z_2}|^2 - |Z_1 - Z_2|^2 = (1 - |Z_1|^2)\,(1 - |Z_2|^2)$ බව පෙන්වන්න.

ආර්ගන්ඩ් සටහනේ p ලක්ෂ්‍යයෙන් Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව දැක් වේ.

$|Z - 3| < 2$ සහ $Arg\,(Z - 3) = \frac{\pi}{3}$ වන පරිදි p හි පථය නිර්ණය කරන්න.

(c) ද මූවාවර් ප්‍රමේයය යොදා ගෙන $\left(\frac{(1+\sqrt{3}i)}{(1-\sqrt{3}i)}\right)^{10}$ හි අගය සොයන්න.

(14) (a) $y = a\cos(lnx) + b\sin(\ln x)$ යැයි ගනිමු .මෙහි a හා b යනු නියතද $x > 0$ ද වේ $\frac{dy}{dx}$ සහ $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයා

$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y$ යන්න x න් ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න.

(b) $y = \frac{x}{(x-1)^2}$ හා $x \neq 1$ ද වේ.

$\frac{dy}{dx} = \frac{-(1+x)}{(x-1)^3}$ බව පෙන්වන්න. දෙවන අවකලන සංගුණකය භාවිතයෙන් $x = -2$ ලක්ෂ්‍යයේදී නතිවර්ථන ලක්ෂ්‍යයක් පවතින බව පෙන්වන්න. $x = -2$ ට අදාල y අගය සොයා එම ලක්ෂ්‍යයෙන් දෙපස අවතලතාවය සාකච්ඡා කරන්න.

තිරස් හා සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින් $y = f(x)$ ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(c) සෘජු කුහර කේතුවක පතුලේ අරය හා උස a වේ. උස h වන සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් කේතුව තුළ යන්තමින් ඇතුලු කරනු ලැබේ. සිලින්ඩරයේ හා කේතුවේ අක්ෂ සමපාත වේ. සිලින්ඩරයේ පරිමාව

$V = \pi h(a - h)^2$ බව පෙන්වන්න. a නියත හා h වෙනස් වේ නම් V උපරිම විට h හි අගය a ඇසුරින් ලබා ගන්න.

(15) (a) භින්න භාග භාවිතයෙන් $\int \frac{x^2+1}{(x+1)^3(x-2)}dx$ අගයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int x(\tan^{-1}x)^2\,dx$ අගයන්න.

(c) $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ බව සාධනය කරන්න.

එමගින් $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\sin x\cos x}{\cos^4 x+\sin^4 x}dx$ වන විට

$I = \frac{\pi}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\tan x\sec^2 x}{1+\tan^4 x}dx$ වන බව පෙන්වන්න.

$t=\tan x$ ආදේශය භාවිතයෙන් $I = \frac{\pi^2}{16}$ බව පෙන්වන්න.

(16) (a) $OPQR$ රොම්බසයේ OR පාදයේ සමීකරණය $3x-4y=0$ වේ OQ විකර්ණය $x-y=0$ සරල රේඛාව ඔස්සේ පිහිටයි O යනු මූලය වේ. OP හි සමීකරණය සොයන්න. $Q\equiv(-10,-10)$නම් PQ, PR හා QR හි සමීකරණ සොයන්න.

(b) $x^2+y^2+4x+2y-20=0$ වෘත්තයේ AB ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය $M\equiv\left[\frac{-5}{2},\frac{5}{2}\right]$ වේ. ජ්‍යායේ සමීකරණය සොයන්න. O යනු මූල ලක්ෂ්‍යය වේ. A හා B හි ඛණ්ඩාංක ප්‍රකාශිතව නොසොයා OA හා OB ලම්බ බව පෙන්වන්න .

O, A, B ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2+y^2+5x-5y=0$ බව පෙන්වන්න.

$x^2+y^2+5x-5y=0$වෘත්තයේ පරිධිය දෙන ලද වෘත්තයෙන් සමච්ඡේදනය වන බව අපෝහනය කරන්න.

(17) (i) සුපුරුදු අංකනයෙන් සයින් නීතිය හා කොස් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න. එම අංකනයෙන්ම $a^2=(b-c)^2+4bc\sin^2 A/_2$ බව සාධනය කරන්න.

(ii) $f(x)=\sqrt{3}\cos^2 x+(1-\sqrt{3})\sin x\cos x-\sin^2 x-\cos x+\sin x$ ලෙස ගනිමු .

$f(x)=(\cos x-\sin x)h(x)$ ආකරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $h(x)=A\cos(x-\alpha)+B$ ආකාරයේ වේ. A, B හා α යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

$y=h(x)$ හි දළ ප්‍රස්ථාරයක් $(-\pi\le x\le\pi)$ තුළ අඳින්න. ඒනයින් දී ඇති ප්‍රාන්තරය තුළ $f(x)=0$ හි විසඳුම් ගණන අපෝහනය කරන්න.

(iii) $\sin^{-1}(3x-2)+\cos^{-1}(x)=\sin^{-1}x$ සමීකරණය x සඳහා විසඳන්න.

ඌව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

Uva Province -Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2019 අගෝස්තු

General Certificate of Education (Adv.Level) Examination 2019 August

සංයුක්ත ගණිතය II **Combined Maths II**	**10 | S | II** අවසාන වාර පරීක්ෂණය 2019 ජුලි	කාලය පැය 03 **Time 03 hr** 13 ශ්‍රේණිය

උපදෙස් විභාග අංකය..

- මෙම ප්‍රශ්ණ පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A– කොටස (ප්‍රශ්ණ 1- 10) සහ B – කොටස (ප්‍රශ්ණ 11 - 17)
- A– කොටස
  සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්ණය සඳහා ඔබේ පිළිතුර සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- B – කොටස
  - ප්‍රශ්ණ පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති කඩදාසි වල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්ණ පත්‍රයේ B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත .

<u>පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.</u>

(10) සංයුක්ත ගණිතය		
කොටස	ප්‍රශ්ණ අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

පත්‍රය 1	
පත්‍රය 11	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

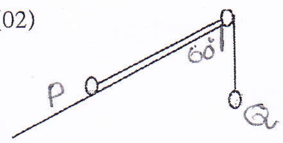
අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

A කොටස

(01) තිරස් පොළවකට h උසකදී $\sqrt{2gh}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද ප්‍රත්‍යස්ථ අංශුවක් පොළවේ ගැටීමෙන් පසු නැවත එම ලක්ෂයටම පැමිණ ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. අංශුව හා පොළව අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.

(02)



රූපයේ පරිදි සිරසට 60^0 ආනතියක් සහිත රළු තලයක ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ සුමට කප්පියක් සවිකර ඇත. කප්පිය මතින් දමා ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙලවරට ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m හා $2m$ වූ P හා Q අංශු දෙකක් ඈඳා ඇත. Q අංශුව නිදහසේ එල්ලෙමින් හා p අංශුව ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{\sqrt{3}}$ වූ රළු තලය මත පිහිටමින් තන්තුව ඇදී පවතින සේ පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදාහරිනු ලබයි. පද්ධතියේ ත්වරණය සොයන්න.

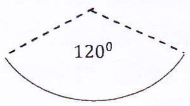
(03) a දිගැති සැහැල්ලු අවිතන්‍යය තන්තුවක එක් කෙලවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ගැටගසා එහි අනෙක් කෙලවරින් ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් එල්ලා ඇත. අංශුව O ට සිරස්ව පහළින් කේන්ද්‍රය පිහිටන තිරස් වෘත්තයක චලනය කරනු ලැබේ. අංශුවේ ප්‍රවේගය v ද තන්තුවේ ආතතිය Tද නම් $v^2 = \frac{aT}{m} - \frac{amg^2}{T}$ බව පෙන්වන්න. g ගුරුත්වජ ත්වරණයයි. එනයින් තන්තුවට දැරියහැකි උපරිම ආතතිය $8mg$ වන විට අංශුවට තිබිය හැකි උපරිම ප්‍රවේගය සොයන්න.

(04) P හා Q අංශුදෙකක් පිළිවෙලින් සුමට තිරස් තලයක් මත එකිනෙක d දුරකින් වූ A හා B ලක්ෂ්‍යය දෙකක ඇත. P අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට $\overrightarrow{AB}$ දෙසට ඒකාකාර f ත්වරණයෙන් ද Q අංශුව $\overrightarrow{BA}$ දෙසට u ප්‍රවේගයෙන් හා ඒකාකාර f මන්දනයෙන් එකිනෙක හමුවීම සඳහා ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. P හා Q සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර එකම සටහනක ඇඳ Q හි චලිත දිශාව වෙනස් වීමට පෙර අංශුදෙක හමුවේ නම් ඒ සඳහා ගතවන කාලය $\frac{d}{u}$ බව පෙන්වන්න.

(05) ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 5 වූ රථයක් මෙට්‍රික් ටොන් එකකට ප්‍රතිරෝධය $400N$ වූ $50:1$ ආනතියක් සහිත මාර්ගයක ඉහළට චලිතවේ. එහි ත්වරණය $0.2\,ms^{-2}$ වන විට ප්‍රවේගය $4ms^{-1}$ වේ. ගුරුත්වජ ත්වරණය $10ms^{-2}$ වේ නම් රථයේ ජවය සොයන්න.

(06) $\underline{a} = 3\underline{i} + \underline{j}$ හා $|\underline{b}| = \sqrt{5}$ ද $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අතර කෝණය $\frac{\pi}{4}$ ද නම් $x\underline{i} + y\underline{j}$ ආකාරයෙන් $\underline{b}$ සොයන්න. මෙහි $x > 0$ හා $y < 0$ වේ.

(07) සුමට පාත්‍රයක් අරය a වූ ගොලයකින් කපාගත් රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි ඛණ්ඩයක ස්වරූපය ගනී. පාත්‍රය තම ගෝල කේන්ද්‍රයේ 120^0 කෝණයක් ආපාතනය කරයි. ගැට්ට තිරස්ව ඉහලින්ම වනසේ පාත්‍රය අචලව සවිකර බර W වූ ඒකාකාර දණ්ඩක් පාත්‍රය තුල සමතුලිතව තබා ඇත්තේ එහි එක් කෙලවරක් පාත්‍රය ස්පර්ශ කරමින් හා අනෙක් කෙලවර පාත්‍රයෙන් පිටත පිහිටන පරිදිය. දණ්ඩ තිරසට 15^0 ආනත නම් දණ්ඩේ දිග



$2(\sqrt{6}-\sqrt{2})a$ බව පෙන්වන්න. $\left(cos\,15^0 = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}\right)$

....

(08) බර w හාදිග $2a$ වන AB ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි A කෙලවර සර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වූ රළු තිරස් ගෙබිමක් ස්පර්ශ කරමින් B කෙලවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව තබා ඇත. දණ්ඩ බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක සමතුලිතව තැබිය හැකි දණ්ඩේ තිරසට ආනත අවම කෝණය $\frac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

....

(09) A හා B යනු ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් නම් ඒවායේ අනුපූරක සිද්ධීන් ද ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න. තරඟයක් A නැමති ක්‍රීඩකයෙකු දිනීමේ සම්භාවිතාව 0.7 වේ. එවැනි තරඟ වට තුනකින් යුත් තරඟයකදී අඩුම වශයෙන් එක් වටයකින් හෝ A දිනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(10) $4,6,12,4,10,12,3,$ x හා y යන සංඛ්‍යා සමූහයේ මධ්‍යන්‍යය 7 හා මාතය 4 වේ. x හා y හි අගය සොයා මධ්‍යස්ථය සොයන්න. $7+n$ හා $7-n$ යන නව සංඛ්‍යා දෙකක් ඇතුලත්කළ විට සංඛ්‍යා 11 හි සම්මත අපගමනය 4 ක් වන බව දක්නා ලදී. මෙම සංඛ්‍යා 11 හි මධ්‍යන්‍යය සොයා n හි අගය සොයන්න.

B කොටස

(11) (a) සොරකු කැගෙනහිරින් 30^0 ක් දකුණු දිශාවට $25ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් දිවයයි. එක්තරා මොහොතක උතුරින් 30^0 ක් බටහිර දිශාවෙන් $25\,m$ ක් දුරින් සොරාව දකින පොලිස් සැරයන් වරයකුට $15ms^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගයෙන් දිවගොස් සොරාව අල්ලා ගත හැකි මාර්ග දෙකක් ඇති බව පෙන්වා සොරා අල්ලා ගැනීමට අනුරූප කාලයන් තත්පර $\frac{5}{32}\left(5\sqrt{3}+\sqrt{11}\right)$ හා $\frac{5}{32}\left(5\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(b) සෘජු රේඛාවක ගමන් කරන P නම් අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් හා f ඒකාකාර ත්වරණයෙන් A නම් ලක්ෂ්‍යයක් පසු කරයි. P අංශුව $ku\,(k>2)$ දක්වා ත්වරණය කොට B හි දී f ඒකාකාර මන්දනය යටතේ චලනය වීමට පටන් ගනී. P අංශුව A නම් ලක්ෂ්‍යය පසු කර යාමට $\frac{u}{f}$ කාලයකට පෙර $2u$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන Q නම් අංශුව A පසුකර ඇත P හා Q අංශුවල ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර එකම රූප සටහනක අඳින්න.

ඒ නයින් $AB=\frac{1}{2f}u^2(k^2-1)$ බවද

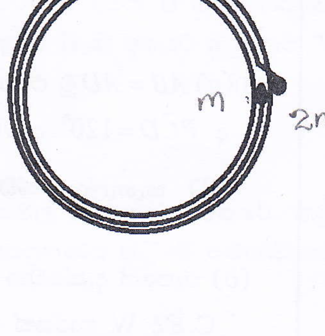
$k<2+\frac{\sqrt{10}}{2}$ නම් P අංශුවට Q අංශුව පසු කළ නොහැකි බවද පෙන්වන්න.

(12)(a) ABC ත්‍රිකෝණය ස්කන්ධය m වූ P නම් ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් හරස්කඩකි. AC රේඛාව එය අයත් මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාව වන අතර, $AC=BC=a$ ද $C\hat{A}B=\frac{\pi}{6}$ ද වේ . සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත AB අයත් මුහුණත තබා ඇත. ස්කන්ධය m වූ X නම් අංශුවක් AC රේඛාව ඔස්සේ A සිට ඉහලට u ප්‍රවේගයෙන් චලිත කරයි. අංශුව යන්තමින් C කරා ලඟා වී සෙමින් C හි ඇති සිදුරක් මත රඳේ. $u^2={8ag}/{5}$ බව පෙන්වා අංශුව C ට පැමිණීමට කාලයත් කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණයත් සොයන්න.

X, C ට පැමිණි විටම Y නම් ස්කන්ධය 2m වූ අංශුවක් CA ඔස්සේ චලනය වන පරිදි C හි තබනු ලැබේ. කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව Y අංශුවේ ත්වරණය හා කුඤ්ඤයේ ත්වරණයත් අපෝහණය කරන්න.

Y, A ට පැමිණෙන විට ආරම්භයේ සිට ගතවූ කාලය $2\sqrt{\frac{5a}{2g}}$ බව පෙන්වන්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන්නේ අචල වෘත්තාකාර සිරස් තලයක ඇති සුමට නලයක් තුළස්කන්ධය m වූ අංශුවක් හා නලයෙන් පිටත 2m වූ අංශුවක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ගැටගසා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හැරිය විට A අංශුව θ කෝණයකින් $\left(0<\theta<{\pi}/{2}\right)$ භ්‍රමණය වූ විට B අංශුව සිරස්ව පහලට චලිත වේ. තන්තු නොබුරුල්ව ඇත්නම් අංශුන්හි වේගයන් v නම්, $v^2=\frac{2ag}{3}\left(\sin\theta+2\theta\right)$ බව පෙන්වන්න.



A අංශුව මත නලයෙන් ප්‍රතික්‍රියාවද පද්ධතියේ ත්වරණයද සොයන්න.

(13) ස්වාභාවික දිග l හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $2mg$ වූ තන්තුවක කෙලවරක් සීලිමක් මත අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධකර ඇත. අනෙක් කෙලවරට ස්කන්ධය m වන අංශුවක් සම්බන්ධකර නිදහසේ එල්ලෙමින් සමතුලිතව ඇත. තන්තුවේ විතතිය සොයන්න. ස්කන්ධය $2m$ වන අංශුවක් O සිට සිරුවෙන් මුදාහලවිට ගුරුත්වය යටතේ වැටී m සමග සංයුක්ත වේ. සංයුක්ත අංශුව ගමන් අරඹන ප්‍රවේගය සොයන්න. තන්තුවේ විතතිය x වන විට සංයුක්ත අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} = -\frac{2g}{3l}\left(x - \frac{3l}{2}\right)$ බව සාධනය කරන්න.

$x = \frac{3l}{2} + a\,cos\omega t + b\,sin\omega t$ යන්න මෙහි විසඳුමක් බව උපකල්පනය කරමින් $a, b,$හා ω නියත සොයන්න.

මෙම චලිතයේදී ඇතිවන තන්තුවේ වැඩිතම දිග සොයන්න. එනයින් සංයුක්ත අංශුව සංයුක්ත අංශුව පහත්ම ලක්ෂ්‍යයට ලගාවීමට ගන්නා කාලය සොයන්න. එහිදී තන්තුවේ ආතතියද, සොයන්න.

(14) (a) O, A හා B ඒක රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍ය තුනකි. OA මත C හා OB මත D ලක්ෂ්‍යයද පිහිටා ඇත්තේ $OC:CA = 3:2, OD:DB = 5:7$ වන සේය. CD රේඛාව මත E ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $CE:DE = 2:1$ වන ලෙසය. දික්කල AE රේඛාව F හිදී OB රේඛාව කපයි. $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a}$ හා $\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{b}$ වේ.

$\overrightarrow{OE} = \frac{1}{5}\boldsymbol{a} + \frac{5}{18}\boldsymbol{b}$ හා

$\overrightarrow{AE} = \frac{5}{18}\boldsymbol{a} - \frac{4}{5}\boldsymbol{b}$ බව පෙන්වන්න.

$AE:AF$ සහ $OF:FB$ සොයන්න.

OB රේඛාවට සමාන්තරව E හරහා අඳිනු ලබන රේඛාව, AB රේඛාව G හිදී හමු වේ. $AG:AB$ ද සොයන්න.

(b) OX හාOY සෘජුකෝණාශ්‍ර කාටිසියානු අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් A,B හා C ලක්ෂ්‍යයවල ඛණ්ඩාංක පිලිවෙලින් (-2,-1), (2,-1) හා (0,1) වේ. විශාලත්ව නිව්ටන් $4P, 3\sqrt{2}P, 5\sqrt{2}P$බල පිලිවෙලින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$දිශා ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි.

මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

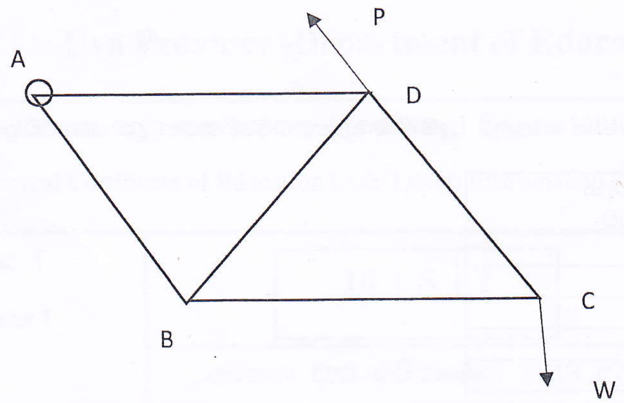
සම්ප්‍රයුක්ත බලය X අක්ෂය කපන ලක්ෂය සොයන්න.

ඒනයින් සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියාරේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

බල යුග්මයක් සඳහා (-1,0) ලක්ෂ්‍යයේදී බලයක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ එම බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. නව බල පද්ධතියේ යුග්මයෙහි ඝූර්ණය සොයන්න.

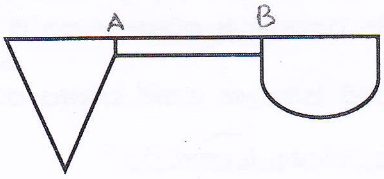
(15)(a) $AB = AD$ වූ ඒකාකාර දඬු දෙකෙහි බර w ද, $BC = CD$ වූ ඒකාකාර දඬු දෙකෙහි බර 2w ද වේ. $B\hat{A}D = 60^0$ ද $B\hat{C}D = 120^0$ ද වන ලෙස ඒවායේ අන්ත සුමට ලෙස සන්ධි කර ABCD චතුරශ්‍රය A ගෙන් එල්ලා ඇත්තේ BD සැහැල්ලු දණ්ඩක් තිරස්ව තැබීමෙනි. සැහැල්ලු දණ්ඩේ තෙරපුම $\frac{11}{2\sqrt{3}}N$ බව පෙන්වන්න.

(b) රූපයේ දැක්වෙන සැහැල්ලු දඬුවලින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලේ දඬු දිගින් සමාන වේ. BC තිරස්ව ඇති අතර C හිදී W භාරයක් එල්ලා ඇත. D හිදී P බලයක් $\overrightarrow{CD}$දිශාවට යොදා පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත. A හිදී සුමට ලෙස අසව් කර ඇති අතර දඬුවල අන්ත ලක්ෂ්‍යයවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කොට ඇත. ප්‍රත්‍යා බල සටහනක් ඇසුරින් P හා A හි ක්‍රියාද දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති තෙරපුම් වශයෙන් දක්වමින් විශාලත්වයන්ද සොයන්න.



(16) උස h වන ඝණ සෘජු කේතුවක හා අරය a වන ඝණ අර්ධ ගෝලයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම අනුකලනය ඇසුරින් ලබාගන්න

අරය a සහ උස 4a වූ සෘජු ඝණ කේතුවක සමතල පෘෂ්ඨයේ කෙලවරේ වූ A ලක්ෂ්‍යයකට හා අරය 2a වූ ඝණ අර්ධ ගෝලයක සමතල පෘෂ්ඨයේ කෙලවර වූ B ලක්ෂ්‍යයකට රූපයේ ආකාරයට දිග 4a වූ ඒකාකාර දණ්ඩක් සම්බන්ධ කොට ඇත.කේතුවේ ස්කන්ධය දණ්ඩේ ස්කන්ධයට සමාන වන අතර අර්ධ ගෝලයද කේතුව සාදා ඇති ද්‍රව්‍යයෙන්ම සාදා ඇත.



සංයුක්ත වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයෙහි පිහිටීම සොයන්න.

වස්තුව O ශීර්ෂයෙන් එල්ලූ විට OC කොටස සිරස සමඟ සාදන කෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{4}{35}\right)$ බව පෙන්වන්න.

දණ්ඩෙහි මධ්‍ය ලක්ෂයේදී සිරස් නාදැත්තක් මගින් OC තිරස්ව තබාගනුයේ කේතුව සෑදූ ද්‍රව්‍යයෙන්ම සෑදූ ගෝලයක්,ගෝලයේ කේන්ද්‍රය කේතුවේ සමමිතික අක්ෂය ඔස්සේ සම්බන්ධ කිරීම තුලිනි. එම ගෝලයේ අරය $\sqrt[3]{\frac{5}{19}}\, a$ බව පෙන්වන්න

(17) (a) කමල් A, B නම් සමාකාර දාදු කැට දෙකක් එකවර උඩ දමනු ලැබේ. A හි අගය B හි අගයට වඩා වැඩිනම් "A" ලෙසද, A හි අගය B හි අගයට සමානනම් "C" ලෙසද, A හි අගය B හි අගයට අඩු නම් "B" ලෙසද සිද්ධි තුනක් සලකනු ලැබේ.

$P(A), P(B), P(C)$ සොයන්න

A හි අගය B හි අගයට සමාන වෙන තෙක්, එනම් "C" සිද්ධිය ලැබෙන විට කමල් ජයග්‍රහණය කෙරේ. නමුත් මෙම ක්‍රීඩාව උපරිම වශයෙන් තුන් වරකට සීමා වේ. මෙලෙස ක්‍රීඩාව කමල් ජයග්‍රහණය කිරීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න

(*b*) පාසලක ගුරුවරුන් 120 දෙනෙක් පාසලට පැමිණීම සඳහා ගමන් කරන දුර පහත වගුවෙහි දැක්වේ

දුර කිලෝමීටර්	ගුරුවරුන් සංඛ්‍යාව
0-10	10
10-20	19
20-30	41
30-40	25
40-50	5
50-60	9
60-70	5
70-80	5
80-90	1

මධ්‍යන්‍ය සහ විචලතාවය සොයන්න. කිලෝමීටර් 50 ට වඩා දුර සිට පැමිණෙන ගුරුවරුන් සඳහා ස්ථාන මාරු ලබාදුනිනම්, නව මධ්‍යන්‍ය හා විචලතාව සොයන්න.