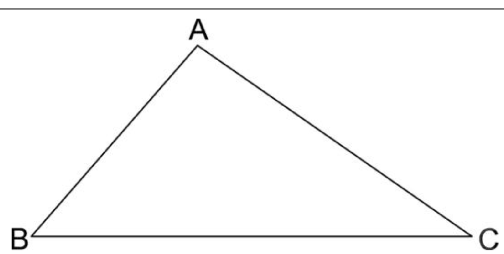
2.16 වෘත්ත ප්‍රමේය නිරූපන කට්ටලය

හැඳින්වීම :- විශ්කම්භය 23cm වන මෙලමයින් ප්ලාස්ටික් වලින් නිමවන ලද වෘත්තාකාර ආස්තර, කෝණ මාන, කම්බි කූරු වලින් මෙම උපකරණය සමන්විත වේ.

භාවිතාකළ හැකි අවස්ථා :-

ශ්‍රේණිය	පාඩම	භාවිත කළ හැකි අවස්ථා
8	ත්‍රිකෝණ	ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකාය 180^0 බව සත්‍යාපනය කරයි.
9	ත්‍රිකෝණ	ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ ආශ්‍රිත ප්‍රමේය සත්‍යාපනය කරයි.
10	ත්‍රිකෝණ ආශ්‍රිත නිර්මාණ	ත්‍රිකෝණයේ පරිකේන්ද්‍රයේ පිහිටීම ත්‍රිකෝණ වර්ගය අනුව නිර්ණය කරයි.
10	වෘත්තයක කෝණ	1. වෘත්ත කේන්ද්‍රයේ ආපාතික කෝණය වෘත්තය මත ආපාතික කෝණයට සමාන බව 2. එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන බව 3. අර්ධ වෘත්තයක කෝණය සෘජු කෝණයක් බව සත්‍යාපනය කරයි.
11	වෘත්ත චතුරස්‍ර	1. වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ යුගලය පරිපූරක බව සත්‍යාපනය කරයි. 2. වෘත්ත චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණ අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ සමාන බව සත්‍යාපනය කරයි.

අ) ගුරු උපදෙස් :-



ABC ත්‍රිකෝණයේ ABC, BAC, CBA අභ්‍යන්තර කෝණ වේ.

සිසු උපදෙස් :-

කාර්ය පත්‍රිකාව 01

i. ඔබට ලැබී ඇති ඉගෙනුම් උපකරණයේ ABC , BAC හා ACD කෝණවල විශාලත්වය කෝණමානයේ සටහන්ව ඇත. එය හොඳින් නිරීක්ෂණය කර පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

එක් තැටියක් මත අනෙක් තැටිය චලනය කර කෝණ වෙනස් කරමින් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

	$A\hat{B}C$ කෝණය	$B\hat{A}C$ කෝණය	$A\hat{C}B$ කෝණය	කෝණවල ඓක්‍යය
1.	60^0			
2.		90^0		
3.			45^0	
4.				
5.				
6.				

ii. ඉහත අවස්ථාවලදී කෝණ තුනෙහි විශාලත්වවල එකතුව අංශක කීයද?

iii. ඒ ඇසුරින් ඔබට එළඹිය හැකි නිගමනය කුමක්ද

කාර්ය පත්‍රිකාව 02

♣ ඔබට ලැබී ඇති ඉගෙනුම් උපකරණ හසුරවමින් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

$A\hat{B}C$	$A\hat{C}B$	$B\hat{A}C$	AB	BC	AC
60^0					
120^0					
40^0					
90^0					

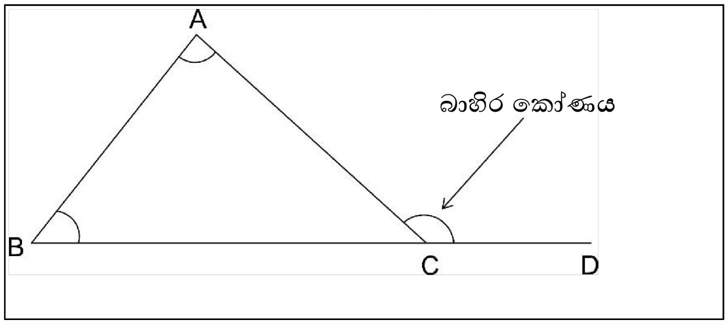
1. $A\hat{B}C$ කෝණයට සම්මුඛ පාදය නම් කරන්න
2. BC පාදයට සම්මුඛ කෝණය නම් කරන්න.
3. $A\hat{C}B$ ට සම්මුඛ පාදය නම් කරන්න.
4. AC පාදයට සම්මුඛ කෝණය නම් කරන්න.

♣ ඉහත දි එම ලබා ගත් තොරතුරු ඇසුරින් පහත වගන්ති සම්පූර්ණ කරන්න.
  - ♦ ත්‍රිකෝණයක විශාලම පාදයට සම්මුඛව (විශාලතම/කුඩාම) කෝණය ද, කුඩාතම පාදයට සම්මුඛව (විශාලම/ කුඩාම) කෝණය ද පිහිටයි.
  - ♦ ත්‍රිකෝණයේ කෝණවල විශාලත්වය 60 බැගින් වන විට පාදවල දිග පිළිබඳ කුමක් කිව හැකිද?
  - ♦ ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වන විට ඒවායේ සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණවලට එළඹිය හැකි නිගමනය දක්වන්න.
  - ♦ ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වන විට ඒවායේ සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ගැන එළඹිය හැකි නිගමනය දක්වන්න.

අභ්‍යාස :

1. PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ > QRවේ. විශාලත්වය අනුව ත්‍රිකෝණයේ කෝණ ආරෝහණ පිළිවලට සකස් කරන්න.
1. XYZ ත්‍රිකෝණයේ XY = YZ වේ.රූප සටහනක් ඇඳ සමාන කෝණ දෙකක් නම් කරන්න.

ආ) ගුරු උපදෙස් :-



➢ ත්‍රිකෝණයේ පාදය D තෙක් දික් කිරීමෙන් බාහිර කෝණය සැදි ඇති අතර $C\hat{B}A$ හා $B\hat{A}C$ අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ වේ.

සිසු උපදෙස් :-

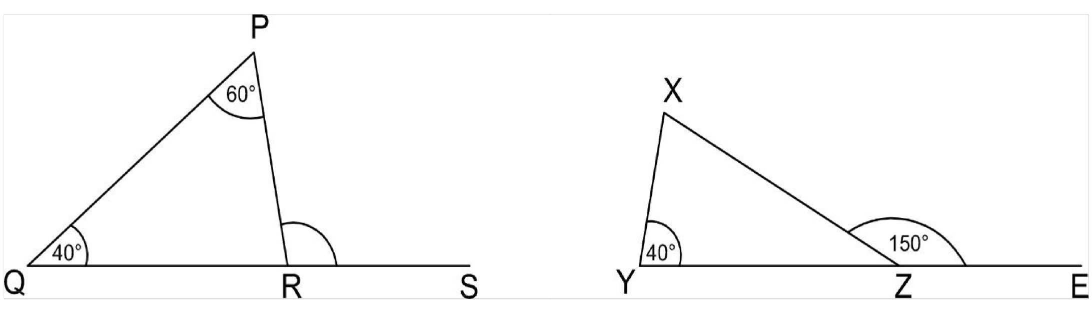
➢ ඔබට ලැබි ඇති ඉගෙනුම් උපකරණයේ දක්නට ලැබෙන ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණය හා එයට අදාලව අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ යුගලය හඳුනා ගන්න.

➢ කෝණවල විශාලත්වය වෙනස් කරමින් (ඉගෙනුම් අධාරකයේ එක් තැටියක් මත අනෙක් තැටිය චලනය කරමින්) කෝණවල අගය මැන පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

$A\hat{B}C$	$B\hat{A}C$	($A\hat{C}D$ බාහිර කෝණය)	($A\hat{B}C$+$A\hat{C}D$ අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල ඓක්‍යය)
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

➢ ඉගෙනුම් ආධාරකය සහ ඉහත සම්පූර්ණ කරන ලද වගුව උපයෝගි කරගෙන ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණය හා අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය අතර සම්බන්ධයක් ගොඩනගන්න. එය ඔබේ වචනයෙන් ලියන්න.

➢ ඉහත ප්‍රතිඵලය උපයෝගී කරගෙන පහත ගැටළුවලට පිළිතුරු සොයන්න.



$P\hat{R}S$ කෝණයේ අගය සොයන්න. $X\hat{Y}Z$ කෝණයේ අගය සොයන්න.

ඇ) ගුරු උපදෙස් :-

ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ හරහා යන වෘත්තයට පරිවෘත්තය යැයි කියනු ලැබේ.
එම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයට පරි කේන්ද්‍රය යැයි කියනු ලැබේ.

සිසු උපදෙස් :-

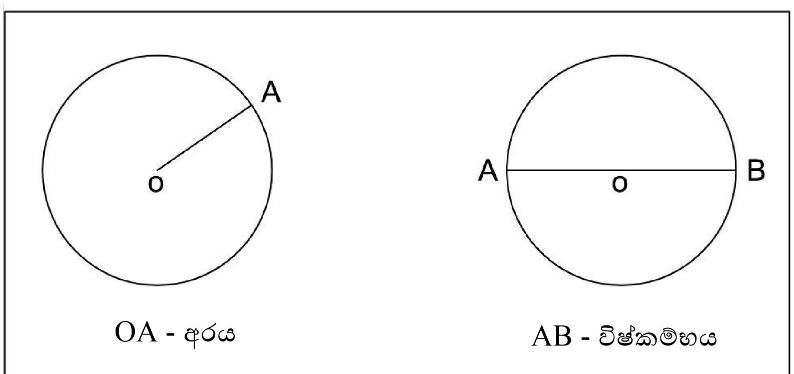
ඔබට ලබා දී ඇති ඉගෙනුම් ආධාරකයේ ඇති ,

i. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ සිට ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂයට දුර මැන බලන්න.
ii. කේන්ද්‍රයේ සිට ශීර්ෂයට ඇති දුර වෘත්තය ඇසුරින් නම් කරන්න.
iii. ඔබට ලබා දී ඇති ඉගෙනුම් ආධාරකයේ තැටි එක මත එක කැරකැවීමෙන් ත්‍රිකෝණයේ හැඩය වෙනස් කරන්න.
    a. සුළු කෝණී ත්‍රිකෝණ
    b. සෘජු කෝණී ත්‍රිකෝණ
    c. මහා කෝණී ත්‍රිකෝණ

ත්‍රිකෝණ සාදමින් එම ත්‍රිකෝණවල කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම ගැන අදහසක් ලබා ගන්න.

iv. පහත දැක්වෙන වාක්‍ය ඛන්ඩයේ අනවශ්‍ය කොටස් කපා හැර සකස් කරන්න.
    - සුළු කෝණී ත්‍රිකෝණයක පරි කේන්ද්‍රය ත්‍රිකෝණය (ඇතුලතින්/පිටතින්/කරණය මත) ද ,සෘජු කෝණී ත්‍රිකෝණයක පරි කේන්ද්‍රය ත්‍රිකෝණය (ඇතුලතින්/පිටතින්/කර්ණය මත) ද ,මහා කෝණීත්‍රිකෝණයක පරි කේන්ද්‍රය ත්‍රිකෝණය (ඇතුලතින්/පිටතින් කරණය මත) ද , සෑම විටකදීම පිහිටයි.

ඉ) ගුරු උපදෙස් :-



i. ඔබට ලැබී ඇති ඉගෙනුම් උපකරණයේ OA හා OB වෘත්ත ඇසුරින් හඳුන්වන්න.
ii. OA හා OB අතර සම්බන්ධය ලියන්න.
iii. උපකරණයේ AOB එකම සරල රේඛාවක පිහිටන පරිදි සකසන්න.
iv. දැන් AB වෘත්තය ඇසුරින් හඳුන්වන්න.
v. OA හා OB ඇසුරින් AB ප්‍රකාශ කරන්න.
vi. ඒ අනුව වෘත්තයක අරය හා විෂ්කම්භය අතර සම්බන්ධය ලබා ගන්න.

සිසු උපදෙස් :-

- ඔබ කණ්ඩායමට ලැබී ඇති ඉගෙනුම් ආධාරකය වෙත අවධානය යොමු කරන්න.
    - කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය නම් කරන්න.
    - වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය නම් කරන්න.
    - ඔබ කණ්ඩායමට ලබා දී ඇති ඉගෙනුම් ආධාරකයේ එක් තැටියක් මත අනෙක් තැටිය භ්‍රමණය කරන්න.
    - කේන්ද්‍රය ආපාතිත කෝණය හා වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය වෙනස් වීම කෙරේහි අවධානය යොමු කරන්න.
    - ඔබ කණ්ඩායමට ලැබී ඇති කෝණ සීමාවේ අගය වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

1

කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය	වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය
20^0	
40^0	
	40^0

2

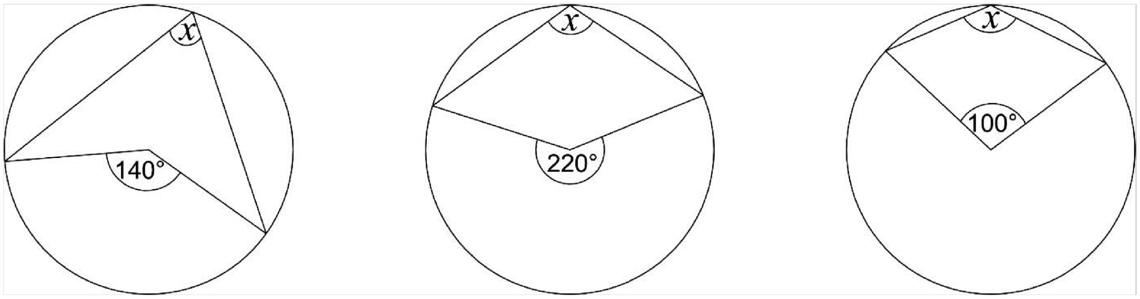
කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය	වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය
100^0	
120^0	
	70^0

3

කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය	වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය
200^0	
220^0	
	130^0

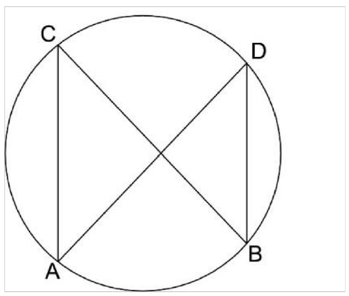
- සම්පූර්ණ කරන ලද වගුව වෙත අවදානය යොමු කර වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය නම් කරන්න.
- කේන්ද්‍රය මත ආපාතිත කෝණය හා වෘත්තය මත ආපාතිත කෝණය අතර සම්බන්ධය වචනයෙන් ලියන්න.
- ඔබේ අනාවරණය ඉදිරිපත් කරන්න.

අභ්‍යාස :



x = ………...   x = ……………   x = …………….

ඊ) ගුරු උපදෙස් :-



O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ AB වෘත්ත චාපයකි. එමගින් වෘත්තය මත ආපාතනය කරන කෝණය $A\hat{C}B$ කෝණය හා $A\hat{D}B$ කෝණය වේ. මෙම කෝණ එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ නමින් හැඳින්වේ.

සිසු උපදෙස් :-

සපයා ඇති ඉගෙනුම් උපකරණයේ තැටි එක මත එක කරකවන්න.

එහිදී සෑදෙන වෘත්ත චාපය හදුනාගන්න.

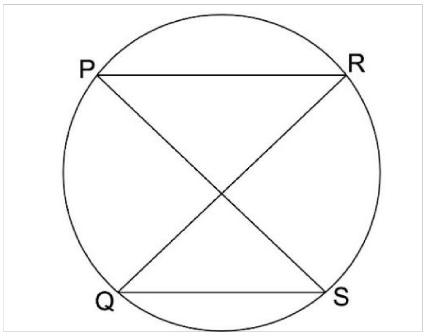
අවස්ථා කිහිපයකදී උපකරණය හසුරුවමින් වෘත්ත චාපයේ දිග වෙනස් කරමින් ඒ එක් එක් අවස්ථාවලදී සෑදෙන කෝණ වටිනාකම සොයන්න.

ඒවායේ අගය පහත වගුවේ සටහන් කරන්න.

අවස්ථාව	වෘත්තය මත සාදන කෝණය ACB	වෘත්තය මත සාදන අනෙක් කෝණය ADB
1		
2		
3		
4		
5		

ඉහත තොරතුරු අනුව ඔබට එළඹිය හැකි නිගමනය කුමක්ද?

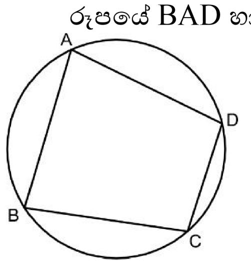
අභ්‍යාසය :



රූපයේ $P\hat{R}Q$ ට සමාන කෝණය නම් කරන්න.

උ) ගුරු උපදෙස් :-

චතුරස්‍රයක ශීර්ෂ හතරම වෘත්තයක් මත පිහිටයි නම් එම චතුරස්‍රය වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වේ. එහි බාහිර කෝණ සහ අභ්‍යන්තර කෝණ පිහිටයි.
රූපයේ BAD හා BCD කෝණ සම්මුඛ කෝණ යුගලයකි.



සිසු උපදෙස් :-

- ඔබට ලබා දී ඇති ඉගෙනුම් ආධාරකය ඇසුරුන් එහි ඇති වෘත්ත චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගල හඳුනාගන්න.
- එම යුගලවල එක් එක් කෝණවල අගය මනින්න.
- වෘත්ත තැටිය එකක් මත එකක් භ්‍රමණය කරමින් අභ්‍යන්තර කෝණ වෙනස් වීම කෙරේහි අවධානය යොමු කරන්න.

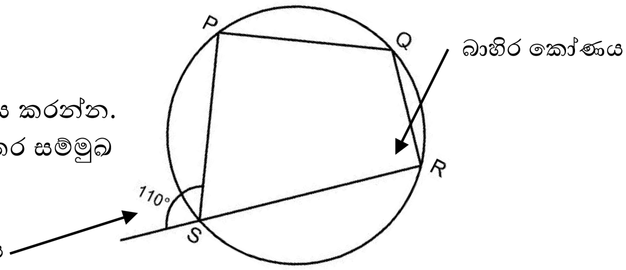
අභ්‍යන්තර කෝණය $B\hat{A}D$	අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය $B\hat{C}D$	අභ්‍යන්තර කෝණය + අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය $B\hat{A}D + B\hat{C}D$
40^0		
50^0		
70^0		
80^0		
100^0		
110^0		

- ඔබ විසින් සම්පූර්ණ කරන ලද වගුව වෙත අවධානය යොමු කර වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ යුගල අතර සම්බන්ධය ලබා ගන්න.
- එය ඔබේ වචනයෙන් ලියා දක්වන්න.

අභ්‍යාසය : ABCD වෘත්ත චතුරස්‍රයකි. $A\hat{D}C = 100^0$ කි. $A\hat{B}C$ අගය සොයන්න.

ඌ) ගුරු උපදෙස් :-

- මෙම රූපය හොඳින් අධ්‍යයනය කරන්න.
- එහි බාහිර කෝණ හා අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ හඳුනා ගන්න.



සිසු උපදෙස් :-

i. ඔබට ලැබී ඇති ඉගෙනුම් උපකරණය වෙත අවධානය යොමු කරන්න. බාහිර කෝණය හා අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය හඳුනා ගන්න.එහි එක් තැටියක් මත අනෙක් තැටිය භ්‍රමණය කරවන්න.

ii. බාහිර කෝණයේ අගය වෙනස් කරමින් අභ්‍යන්තර කෝණයේ අගය වෙනස් වන ආකාරය පරික්ෂා කරන්න.

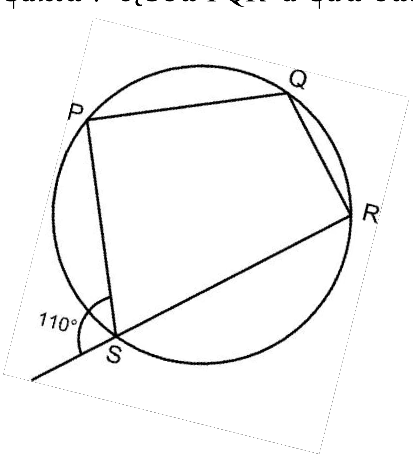
iii. එමගින් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

iv. ඉහත වගුවෙන් ලැබුණු තොරතුරු අනුව බාහිර කෝණය X නම් අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයේ අගය X ඇසුරින් ලියන්න.

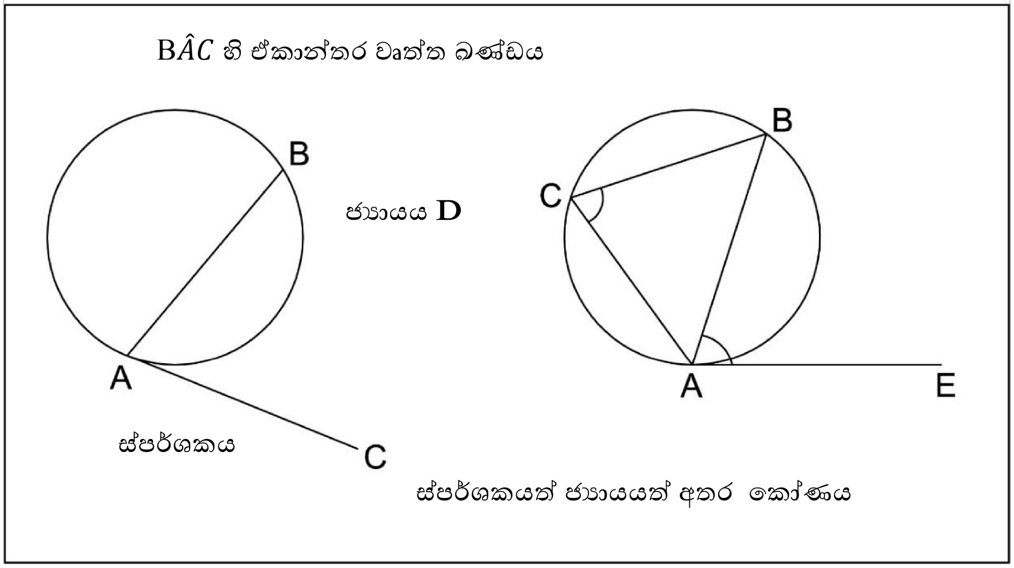
v. වෘත්ත චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණය හා අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය සම්බන්ධතාව ඔබේ වචනයෙන් ලියන්න.

බාහිර කෝණය	අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය
50^0	
60^0	
70^0	
100^0	

අභ්‍යාස :- රූපයේ PQR හි අගය සොයන්න.



එ) ගුරු උපදෙස් :-



සිසු උපදෙස් :-

ඔබට ලැබී ඇති ඉගෙනුම් ආධාරකය වෙත අවධානය යොමු කරන්න.

- ඒ ඇසුරින් ස්පර්ශකය හා ජ්‍යායය අතර කෝණය නම් කරන්න.
- ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණය නම් කරන්න.
- ඔබට ලැබී ඇති ඉගෙනුම් ආධාරකයේ තැටිය එකක් මත එකක් භ්‍රමණය කරවන්න.
- එවිට ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණයත්, ස්පර්ශකය හා ජ්‍යාය අතර කෝණයත් කෙරෙහි අවධානය යොමු කරන්න.
- ස්පර්ශකයත් ජ්‍යායත් අතර කෝණය වෙනස් කරමින් ඒ අනුව ලැබෙන ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණයේ අගය පහත ආකාරයේ වගුවක සඳහන් කරන්න.

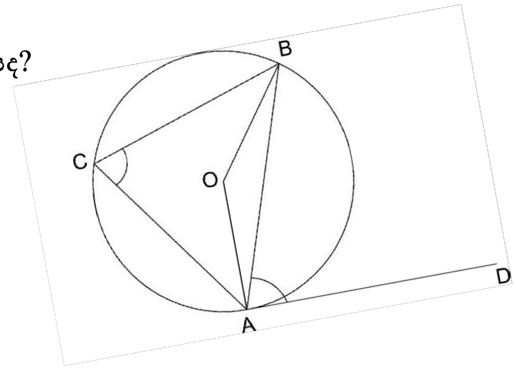
ස්පර්ශකය හා ජ්‍යාය අතර කෝණය	ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණය
30^0	
40^0	
50^0	
80^0	

- සම්පූර්ණ කරන ලද වගුව වෙත අවධානය යොමු කර ස්පර්ශකයත් ජ්‍යායත් අතර කෝණය X වන විට ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණයේ අගය X ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.
- ස්පර්ශකයත් ජ්‍යායත් අතර කෝණය හා ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණය අතර සම්බන්ධය ඔබේ වචනයෙන් ලියන්න.
- ඔබේ අනාවරණය ඉදිරිපත් කරන්න.

අභ්‍යාසය : රූපයේ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. AD වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයකි.

i. $A\hat{C}B$ ට සමාන කෝණය නම් කරන්න.

ii. $A\hat{O}B = 140^0$ ක් නම්, BADකෝණයට අංශක කියද?



ප්‍රමේයයන් :

1. ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුයට සමාන වේ.
2. ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනේ එකතුය 180^0වේ.
3. ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් විශාලම කෝණයට සම්මුඛව විශාලම පාදය ද,කුඩාම පාදයට සම්මුඛව කුඩාම පාදය ද, සෑම විටම පිහිටයි.
4. සුළු කෝණී ත්‍රිකෝණයක පරිකේන්ද්‍රය ත්‍රිකෝණයේ ඇතුළ තද,සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක පරිකේන්ද්‍රය කර්ණය මත ද ,මහා කෝණී ත්‍රිකෝණයක පරිකේන්ද්‍රය ත්‍රිකෝණයට පිටතින් ද පිහිටයි.
5. සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වූ විට සෑදෙන ,
   i. අනුරූප කෝණ සමාන වේ නම් හෝ
   ii. ඒකාන්තර කෝණ සමාන වේ නම් හෝ,
   iii. මිත්‍ර කෝණ පරිපූරක වේ නම් හෝ
   iv. සරල රේඛා දෙක සමාන්තර වේ.
6. ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුනම සමාන වන විට එම ත්‍රිකෝණයේ පාද තුන සමාන වේ.
7. ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන වන විට සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද සමාන වේ.
8. වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතිත කෝණය එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතිත කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ.
9. අර්ධ වෘත්තයක කෝණය සෘජු කෝණයක් වේ.
10. වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ.
11. වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක වේ.
12. වෘත්ත චතුරස්‍රයක පාදයක් දික් කළ විට සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන වේ.

වෘත්තයකට ඇඳි ස්පර්ශකයත්,ස්පර්ශක ලක්ෂයේදි ඇඳි ජ්‍යායත් අතර කෝණය ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණයට සමාන වේ.