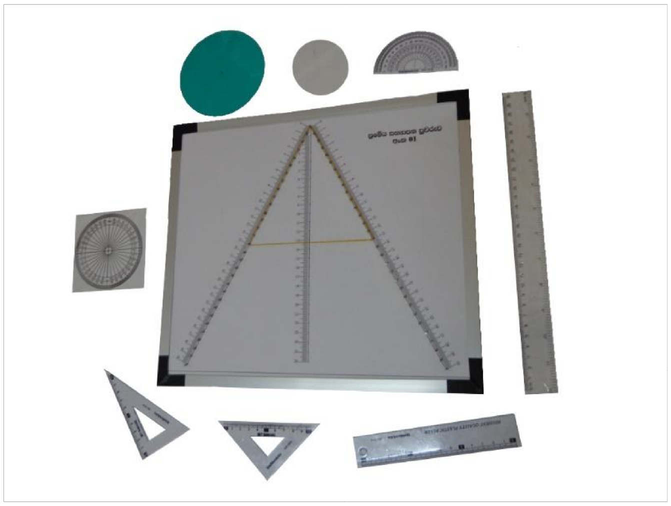
2.15 ප්‍රමේය අපෝහන පුවරුව



හැදින්වීම :- මෙම උපකරණ ඇණ පුවරුවක් හා විනිවිද පෙනෙන පරිදි මුද්‍රිත සරල දාරය, කෝණ මාන, විහිත චතුරස්‍ර, විවිධ ප්‍රමාණයේ වෘත්තාකාර ආස්තර, රබර් බැන්ඩ් (මෘදු) යන උපාංග කට්ටලයකින් සමන්විත වේ. මෙමගින් ජ්‍යාමිතික සංකල්ප තහවුරු කර ගැනීමට හැකියාව ලැබේ. මෙම උපකරණ ගබඩා කිරීමේ දී තෙතමනයෙන් ආරක්ෂා වන පරිදි හා උපකරණ මත බර නොතබන පරිදි ගබඩා කිරීමට වගබලා ගන්න.

භාවිත කලහැකි අවස්ථා :-

ශ්‍රේණිය	පාඩම	ඉගෙනුම් ඵල
7	ත්‍රිකෝණ	• පාද හා කෝණ අනුව ත්‍රිකෝණ වර්ගීකරණය කරයි.
9	සරල රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ	• "සරල රේඛා ඡේදන වීමෙන් සෑදෙන ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන වේ" යන්න හඳුනා ගනියි.
9	ත්‍රිකෝණ හා වෘත්තයක පරිධිය	• "ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි ඓක්‍යට සමාන වේ" යන ප්‍රමේයය හඳුනා ගනියි. • දෙන ලද වෘත්තයක විෂ්කම්භය මනියි.
10	ත්‍රිකෝණ	• "ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන නම් එම පාද වලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන වේ" යන ප්‍රමේයය හඳුනා ගනියි.
11	මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේය	• මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය හඳුනා ගනියි.
11	ත්‍රිකෝණ	• "ත්‍රිකෝණයක එක් පාදයකට සමාන්තරව ඇඳි රේඛාවෙන් ඉතිරි පාද සමානුපාතික බෙදේ" යන ප්‍රමේයය හඳුනා ගනියි.
11	සමරූපී ත්‍රිකෝණ	• "සමරූපී ත්‍රිකෝණවල අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ" යන ප්‍රමේය හඳුනා ගනියි.
11	ස්පර්ශක	• "වෘත්තයකට ඇඳි ස්පර්ශකය ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ ඇඳි අරයට ලම්බ බව" හඳුනා ගනී.
11	ස්පර්ශක	• "බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට ඇඳි ස්පර්ශක" ආශ්‍රිත ප්‍රමේයය හඳුනා ගනී.

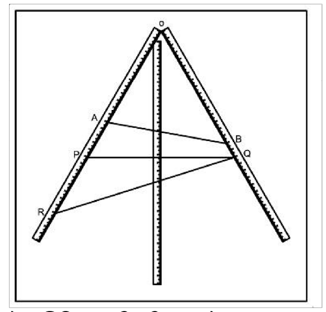
ගුරු උපදෙස් :-

1. පළමුව ඔබ විසින් ක්‍රියාකාරකම්වල යෙදී ක්‍රියාපිළිවෙල අවබෝධ කර ගන්න.

2. අපෝහන පුවරුව, විනිවිද ජාලකවල මුද්‍රිත උපාංග හා සිසු උපදෙස් කාර්ය පත්‍රිකාව සිසු කණ්ඩායමට ලබා දෙන්න.

3. සිසුන් ක්‍රියාකාරකමෙහි නිරතවීමේ දි තක්සේරුකරණයේ යෙදෙන්න.

4. ක්‍රියාකාරකමෙන් තහවුරු කර ගන්නා සම්බන්ධතා යොදා ගත හැකි අභ්‍යාස සකස් කර විවිධ වූ ප්‍රියජනක ක්‍රම භාවිතයෙන් සිසුන් අභ්‍යාසකරණයේ යොදවන්න



කාර්ය පත්‍රිකාව 1

ක්‍රියාකාරකම - ත්‍රිකෝණ වර්ගීකරණය කරමු.

ක්‍රියාකාරකම - 1

සිසු උපදෙස් :-

- ඔබට ලබා දී ඇති පුවරුව මත රබර් බෑන්ඩ් එකක් ආධාරකයෙන් රූපයේ පරිදි වැනි ත්‍රිකෝණ හැඩයක් සකස් කර ගන්න.
- කඩදාසියක් ආධාරයෙන් සෘජු මුල්ලක් සකස් කරන්න.
- සාදා ගත් සෘජු මුල්ල භාවිතයෙන් පුවරුව මත සකස් කළ ත්‍රිකෝණයේ කෝණ තුන සුළු කෝණ, සෘජු කෝණ, මහ කෝණ වශයෙන් හඳුනා ගන්න.
- පහත සඳහන් වගුව පිටපත් කර ගෙන ඉහත දී හඳුනා ගත් කෝණ ඇසුරින් වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.
- ත්‍රිකෝණයේ කෝණ තුන අතුරින් විශාලම කෝණය පිළිබඳ අවධානය යොමු කර ඔබ සකස් කළ ත්‍රිකෝණ වර්ගය හඳුනා ගෙන වගුවේ අවසාන තීරුවේ ලියන්න. (පළමු අවස්ථාව සම්පූර්ණ කර ඇත.)
- තවත් ත්‍රිකෝණ 5 ක් සඳහා ඉහත ආකාරයට ක්‍රියාකාරකමේ නිරත වන්න.

අවස්ථාව	කෝණ වර්ගය			කෝණ අනුව ත්‍රිකෝණ වර්ගය
	1	2	3	
1.	සුළු කෝණ	සුළු කෝණ	මහා කෝණ	මහා කෝණී ත්‍රිකෝණය.
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				

ක්‍රියාකාරකම - 2

- පළමු ආකාරයට ම පුවරුව මත ත්‍රිකෝණයක් සකස් කරන්න.
- පුවරුවේ ඇති පරිමාණය ඇසුරින් හා සරල දාරය භාවිතයෙන් ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් පාදයේ දිග මැන ගන්න.

පහත වගුව පිටපත් කර ගෙන ත්‍රිකෝණයේ පාදවල දිග ඇසුරින් එය සම්පූර්ණ කරන්න.

- පාදවල දිග සමාන වීම හෝ නො වීම පිළිබඳ අවධානය යොමු කර ත්‍රිකෝණ වර්ගය හඳුනා ගෙන වගුවේ අවසාන තීරුව සම්පූර්ණ කරන්න. (පළමු අවස්ථාව සම්පූර්ණ කර ඇත.)
- තවත් ත්‍රිකෝණ පහක් සකස් කර ඉහත පරිදි ක්‍රියාකාරකමෙහි නිරත වන්න.

අවස්ථා	පාද වල දිග			පාද අනුව ත්‍රිකෝණ වර්ගය
	1	2	3	
1.	10 cm	8 cm	12 cm	විෂම ත්‍රිකෝණය.
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				

කාර්ය පත්‍රිකාව 2

ක්‍රියාකාරකම

ප්‍රතිමුඛ කෝණ අතර සම්බන්ධය හඳුනා ගනිමු

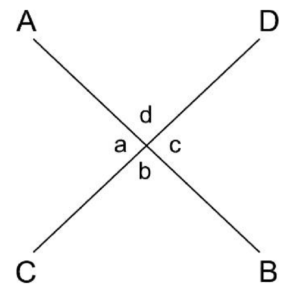
පෙර දැනුමට:

AB හා CD සරල රේඛා දෙක ඡේදනය වීමෙන්

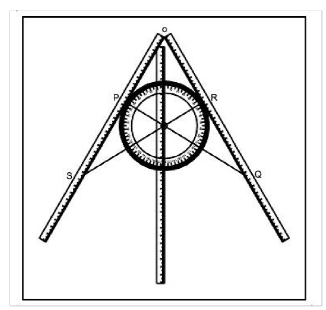
a, b, c , d, කෝණ සෑදී ඇත.

a හා c ප්‍රතිමුඛ කෝණ යුගලකි.

b හා d ද ප්‍රතිමුඛ කෝණ යුගලකි



සිසු උපදෙස් :-



- රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, පුවරුව මත රබර් බෑන්ඩ් එකක් භාවිතයෙන් PQ හා RS සරල රේඛා යුගල සාදා ගන්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍යය O වේ.
- විනිවිද කඩදාසියේ ඇති වෘත්තාකාර කෝණමානයේ 0 - 0 රේඛාව RS හෝ PQ රේඛාව මත පිහිටන සේ O ලක්ෂ්‍යය මත තබන්න.
- $P\hat{O}S$, $Q\hat{O}R$, $P\hat{O}R$ හා $S\hat{O}Q$ මැන පහත වගුව පිටපත් කර එහි තීරු යටතේ ලියන්න.

කෝණය අවස්ථාව	$P\hat{O}S$	$Q\hat{O}R$	$P\hat{O}R$	$S\hat{O}Q$		නිගමනය.
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						

- ඉහත ආකාරයට වෙනස් අවස්ථා 4 ක් සකස් කරමින් ක්‍රියාකාරකමේ නිරත වී වගුවේ ඉතිරි අවස්ථා ද සම්පූර්ණ කරන්න.

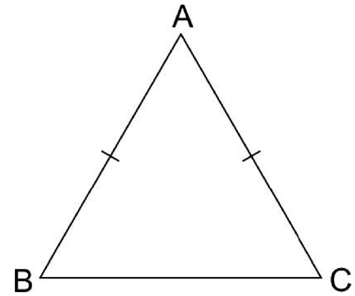
- වගුවට අනුව සරල රේඛා දෙකක් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන ප්‍රතිමුඛ කෝණ පිළිබඳ ව ඔබට ලබා ගත හැකි නිගමනය කුමක් ද?

කාර්ය පත්‍රිකාව 3

ක්‍රියාකාරකම

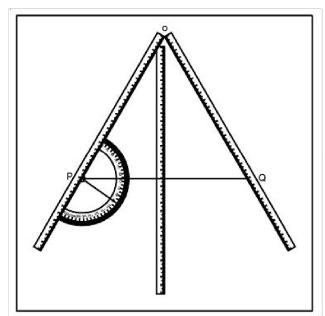
සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ආශ්‍රිත ප්‍රමේය හඳුනා ගනිමු.

පෙර දැනුමට



ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ. AB පාදයට සම්මුඛ කෝණය $A\hat{C}B$ වේ.
AC පාදයට සම්මුඛ $A\hat{B}C$ කෝණය වේ.

සිසු උපදෙස් :-



- රූපයේ පරිදි රබර් බෑන්ඩ් ආධාරයෙන් සමද්වි පාද ත්‍රිකෝණයක් පුවරුව මත සකස් කර ගන්න.
- සකස් කර ගත් ත්‍රිකෝණයේ සමාන පාද වලට සම්මුඛ කෝණ මනින්න.
- සම්මුඛ කෝණ යුගලය අතර සම්බන්ධතාවයක් හඳුනා ගන්න.
- වෙනත් සම ද්වී පාද ත්‍රිකෝණ සාදා ඉහත හඳුනා ගත් සම්බන්ධතාව සත්‍ය දැයි පරික්ෂා කරන්න.
- සමද්වි පාද ත්‍රිකෝණයක සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ පිළිබඳ කුමක් කිව හැකි ද?

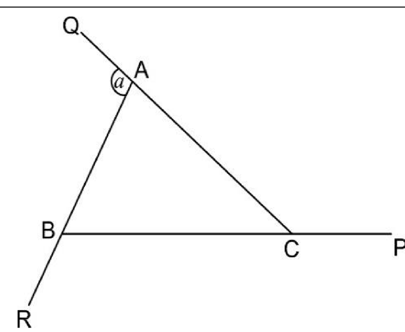
කාර්ය පත්‍රිකාව 4

ක්‍රියාකාරකම

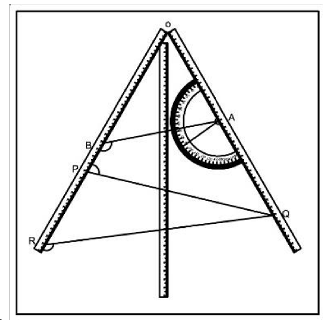
ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ ආශ්‍රිත ප්‍රමේය හඳුනා ගනිමු.

පෙර දැනුමට

- ABC ත්‍රිකෝණයේ පාද P,Q,R තෙක් එකම අතට දික් කර ‹
- එවිට සෑදී ඇති $A\hat{C}P$, $B\hat{A}Q$ හා $C\hat{B}R$ කෝණ බාහිර කෝණ
- ACP බාහිර කෝණයට අනුබද්ධ ව අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ යුගල වන්නේ $A\hat{B}C$ හා $B\hat{A}C$ වේ.
- අනෙක් බාහිර කෝණවලට අනුව අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ යුගල මොනවා ද?



සිසු උපදෙස්



- පුවරුව මත රබර් බෑන්ඩ් ආධාරයෙන් OAB මගින් දක්වා ඇති පරිදි ත්‍රිකෝණයක් සාදා ගන්න.
- පුවරුවේ ඇති ඇණ පේලි ඔස්සේ බාහිර කෝණයක් හඳුනා ගෙන එය මනින්න.
- ඉහත හඳුනා ගත් බාහිර කෝණයට අනුබද්ධ වූ අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ යුගල ද මනින්න.
- පහත වගුව පිටපත් කර ගනිමින් කෝණ මැනීමෙන් ලබා ගන්නා අගයන් එහි ඇතුළත් කරන්න.

බාහිර කෝණයේ අගය	අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ යුගලය.	අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල ඓක්‍යය.	නිගමනය.

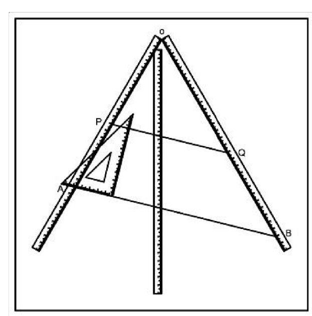
- අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ යුගලයේ ඓක්‍යය ලබා ගෙන එම පිළිතුර හා බාහිර කෝණය අතර සම්බන්ධය විමසා බලන්න.
- ඉහත ආකාරයට අවස්ථා 5 ක් වත් ක්‍රියාකාරකමේ නිරත වන්න.
- ක්‍රියාකාරකමෙන් ලබා ගත හැකි නිගමනය වගුව තුළ ලියන්න.

කාර්ය පත්‍රිකාව 5

ක්‍රියාකාරකම

මධ්‍ය ලක්ෂය ප්‍රමේය හඳුනා ගනිමු.

සිසු උපදෙස් :-



- රබර් බෑන්ඩ් ආධාරයෙන් පුවරුව මත OABත්‍රිකෝණය සාදා ගන්න. (A හා B සඳහා ඉරට්ට අගයන් සහිත ඇණ යොදා ගන්න)
- OA හා OB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයන් P හා Q ලෙස හඳුනා ගන්න.
- P හා Q හරහා යන පරිදි තවත් රබර් බෑන්ඩ් එකක් OPQ වටා යොදා ගන්න.
- විනිවිද කඩදාසියේ ඇති විහිත චතුරස්‍රය ආධාරයෙන් AB හා PQ පාද අතර පරතරය අවස්ථා කීපයක දී මැන ගන්න.
- පරතරය නියත බැවින් AB // PQ බව තහවුරු කරන්න.
- $\hat{A}$ හා $\hat{B}$ මැන බැලීමෙන් අනුරූප කෝණ සමාන බව ද එබැවින් AB // PQ බව ද තහවුරු කරන්න.
- කෝදුව භාවිතයෙන් AB හා PQ දිග මැන පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.
- වෙනත් ත්‍රිකෝණ කීහිපයක් සාදා ඉහත පරිදි ක්‍රියාකාරකමේ නිරත වන්න.
- ක්‍රියාකාරකමට අනුව ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යා කරන රේඛාව හා ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාදය අතර ඇති සම්බන්ධතා මොනවා ද?

වගුව

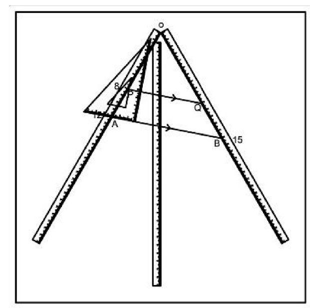
දිග / අවස්ථාව	AB	PQ	$\frac{PQ}{AB}$
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			

කාර්ය පත්‍රිකා 6

ක්‍රියාකාරකම

ත්‍රිකෝණ ආශ්‍රිත සමානුපාතික ප්‍රමේය හඳුනා ගනිමු.

සිසු උපදෙස් :-



- රබර් බෑන්ඩ් ආධාරයෙන් OAB ත්‍රිකෝණය පුවරුව මත සාදා ගන්න. (A සඳහා 12,B සඳහා 15 යන ඇණ භාවිත කරන්න)

- P සඳහා 8 වන ඇණය යොදා AB // PQ වන පරිදි OPQ හරහා රබර් බෑන්ඩ් එකක් යොදන්න. (සමාන්තර බව තහවුරු කර ගැනීමට විහිත චතුරස්‍රය පිහිටුම් දෙකක තබා බලන්න)

- OP, PA, OQ, QB හි දිග සොයා පහත වගුව පිටපත් කර ගෙන සම්පූර්ණ කරන්න.

අවස්ථාව	OP	PA	OQ	QB	OP : QB	OQ : QB	නිගමනය
1.	8	4			8:4 = 2:1		
2.							
3.							
4.							
5.							
6.							

- පහත දී ඇති අංක ඔස්සේ ඇති ඇණ හරහා ද ත්‍රිකෝණ සාදා තවදුරටත් ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

අවස්ථාව	A	B	C
1.	12	15	8
2.	12	15	4
3.	12	16	9
4.	18	12	12
5.	18	12	6
6.	18	24	12

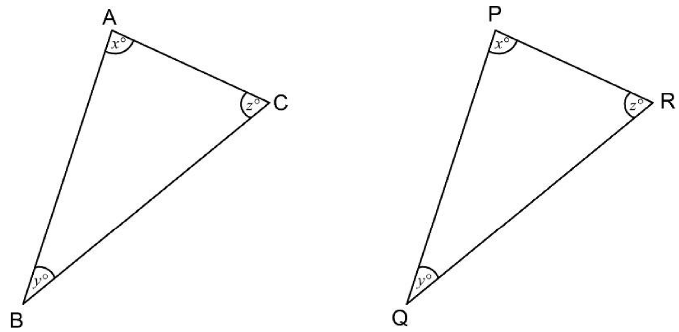
- ඉහත වගුවේ අනුපාත ඇසුරින් ලබා ගත හැකි නිගමනය වගුව තුළ ලියන්න.

කාර්ය පත්‍රිකාව 7

ක්‍රියාකාරකම

සමකෝණී ත්‍රිකෝණ වල අනුරූප පාද අතර සම්බන්ධතාව හඳුනා ගනිමු.

පෙර දැනුමට



ABC ත්‍රිකෝණයේ කෝණ තුන, PQR ත්‍රිකෝණයේ කෝණ තුනට සමාන වේ. එබැවින් ABC හා PQR සමකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකකි. හත සමකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි,

AB පාදයට අනුරූප පාදය PQ ද
BC පාදයට අනුරූප පාදය QR ද වේ.
AC පාදයට අනුරූප පාදය PR ද වේ.

සිසු උපදෙස්

- රබර් බැන්ඩ් ආධාරයෙන් OAB ත්‍රිකෝණයේ පුවරුව මත සකස් කරන්න. (A සඳහා 12, B සඳහා 15 යන ඇණ භාවිතා කරන්න).
- P සඳහා 8 ද Q සඳහා 10 ද යන ඇණ භාවිතාකර OPQ ත්‍රිකෝණය ද පුවරුව මත සකස් කර ගන්න.
- ABO හා PQO ත්‍රිකෝණවල කෝණ මැනීමෙන් එම ත්‍රිකෝණ සමකෝණී වන බව තහවුරු කර ගන්න.
- OA, OB, AB, OP, OQ, PQ දිග ලබා ගෙන පහත වගුව පිටපත් කර සම්පූර්ණ කරන්න.

අවස්ථාව	OA : OP	OB : OP	OB : OQ	AB : PQ	අවසන් නිගමනය
1.	12:8 = 3:2	15:10 = 3:2			
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					

- පහත දී ඇති අංක ඔස්සේ ඇති ඇණ භාවිතයෙන් ත්‍රිකෝණ සාදමින් තවදුරටත් ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

අවස්ථාව	A	B	P	Q
1.	12	15	8	10
2.	12	15	4	5
3.	12	16	9	12
4.	18	12	12	8
5.	18	12	6	4
6.	18	24	12	16

- සමකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකක අනුරූප පාද අතර අනුපාතය පිළිබඳ ලබා ගත හැකි නිගමනය ලියන්න.

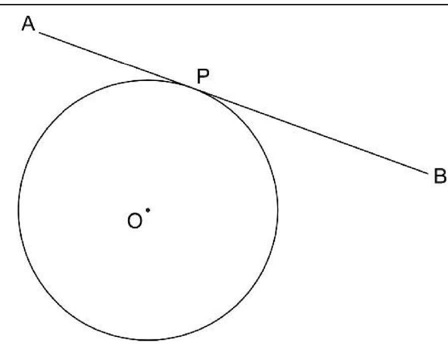
කාර්ය පත්‍රිකා 8

ක්‍රියාකාරකම

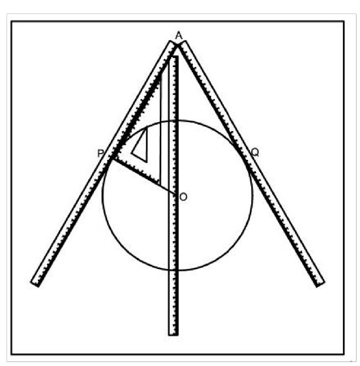
වෘත්තයකට ඇඳී ස්පර්ශකය හා අරය අතර සම්බන්ධය හඳුනා ගනිමු.

පෙර දැනුමට

කේන්ද්‍රය O වූ වෘත්තය, AB සරල රේඛාව මගින් එකම එක ලක්ෂ්‍යයක දී පමණක් ඡේදනය වේ. එවිට AB රේඛාව වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වේ. ස්පර්ශ ලක්ෂය P වේ.



සිදු උපදෙස්

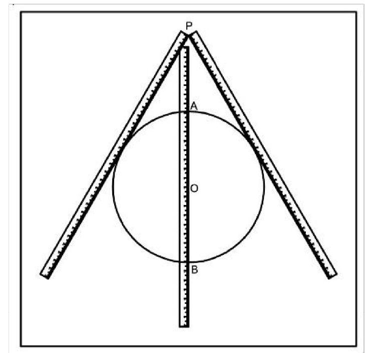


- වෘත්තාකාර ආස්තරය රූපයේ ආකාරයට පුවරුව මත තබන්න. (PA හා QA ස්පර්ශක ද, O කේන්ද්‍රය වේ).
- විනිවිද කඩදාසියේ ඇති විහිත චතුරස්‍රය තබා බැලීමෙන් AP⊥OP බව හා AQ⊥OQ බව තහවුරු කර ගන්න.
- වෙනත් වෘත්ත සඳහා ද ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.
- ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව වෘත්තයකට ඇඳී ස්පර්ශකය හා එම ස්පර්ශ ලක්ෂයේ දී ඇඳී අරය අතර සම්බන්ධය ලියන්න.

කාර්ය පත්‍රිකාව 9

ක්‍රියාකාරකම

බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට ඇඳී ස්පර්ශක අතර සම්බන්ධතා හඳුනා ගනිමු.



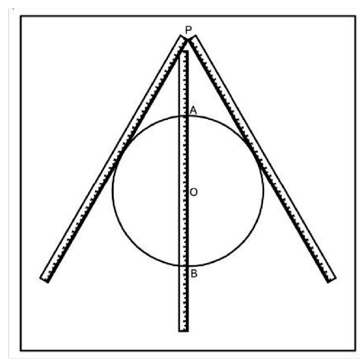
- වෘත්තාකාර ආස්තරය රූපයේ ආකාරයට පුවරුව මත තබන්න. (PA හා QA ස්පර්ශක ද O කේන්ද්‍රය ද වේ).
- AP හා AQ දිග අතර සම්බන්ධය පරීක්ෂා කර හඳුනා ගන්න.
- $P\hat{A}Q$ හා $Q\hat{A}O$ අතර සම්බන්ධය ද හඳුනා ගන්න.
- $P\hat{O}A$ හා $Q\hat{O}A$ ද මැන බලන්න.
- වෙනත් වෘත්ත සඳහා ද ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.
- ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව තහවුරු කර ගත් ස්පර්ශක ආශ්‍රිත සම්බන්ධතා ලියන්න.

කාර්ය පත්‍රිකාව 10

ක්‍රියාකාරකම

වෘත්තවල විෂ්කම්භය මනිමු

සිසු උපදෙස්



- රූපයේ පරිදි පුවරුව මත වෘත්ත ආස්තරය තබන්න.
- පරිමාණයේ A හා B ලක්ෂ්‍යවල අගයන් කියවා ගන්න.
- A හා B වෙනසින් වෘත්තයේ විෂ්කම්භය ලබා ගන්න.
- වෘත්තයේ පරිධිය සුදුසු ක්‍රමයකින් මැන ගන්න.
- පරිධිය හා විෂ්කම්භය ඇසුරින් පහත වගුව පිටපත් කර සම්පූර්ණ කරන්න.
- වෙනත් වෘත්ත (සිලින්ඩර, කාසි, වලල්ල ආදියේ ඇති) සඳහා ද ක්‍රියාකාරකමේ නිරත වන්න.
- වගුවේ අවසන් තීරුව අනුව වෘත්තයක පරිධිය හා විෂ්කම්භය අතර සම්බන්ධයක් ලියන්න.

මිනුම් / අවස්ථාව	විෂ්කම්භය	පරිධිය	විෂ්කම්භය
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			