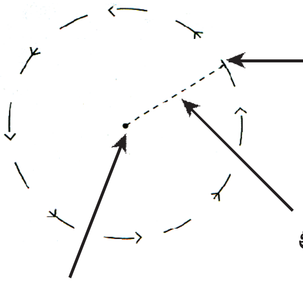
25 වෘත්තයක ජ්‍යාය

25 -1 වෘත්තය

මූලික ලක්ෂ්‍ය පථ අනුව අචල ලක්ෂ්‍යයකට නියත දුරකින් එක ම තලයක චලනය වන ලක්ෂ්‍යයක පථය වෘත්තයක් බව අපි දනිමු.

අචල ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය ලෙසත් නියත දුර වෘත්තයේ අරය ලෙසත් හැඳින්වේ.



චලනය වන ලක්ෂ්‍යය අචල ලක්ෂ්‍යය වටා නියත දුරකින් චලනය වීමේ දී එක් වටයක් සම්පූර්ණ කළ විට එය ගෙවා ගිය දුර වන්නේ වෘත්තයේ පරිධියයි.

ක්‍රියාකාරකම (1)

- අරය 4cm ක් වන වෘත්තයක් අඳින්න.
- එම වෘත්තය මත ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණු කර ඒවා P, Q ලෙස නම් කරන්න.
- P හා Q යා කරන්න.
- PQ සරල රේඛාව මගින් වෘත්තය කොටස් කීයකට බෙදෙයිද?
- PQ සරල රේඛාව හඳුන්වන නම කුමක් ද?

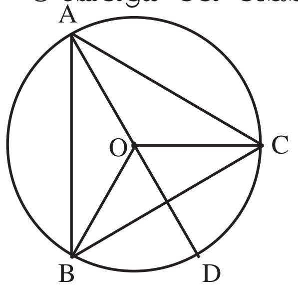
වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කළ විට ලැබෙන සරළ රේඛාව එම වෘත්තයේ ජ්‍යායක් ලෙස හැඳින්වේ.

- වෘත්තයක ජ්‍යායක් කේන්ද්‍රය හරහා යන්නේ නම් එය හඳුන්වන විශේෂිත නම විෂ්කම්භය වේ.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

ක්‍රියාකාරකම (2)

O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය 4ක්, A, B, D හා C වේ.



රූපය ඇසුරෙන් පහත ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

(i) වෘත්තයේ අරයන් 4ක් නම් කරන්න.

(ii) වෘත්තයේ ජ්‍යාය 3ක් නම් කරන්න.

(iii) වෘත්තයේ විෂ්කම්භයක් නම් කරන්න.

ක්‍රියාකාරකම (3)

(i) 6 cm දිග සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එය AB ලෙස නම් කරන්න.

(ii) කවකටුව භාවිතයෙන් AB හි ලම්බ සමච්ඡේදකය නිර්මාණය කර එයට AB හමුවන ලක්ෂ්‍යය x ලෙස නම් කරන්න.

(iii) එම ලම්බ සමච්ඡේදකය මත පිහිටි x හැර වෙනත් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර එය P ලෙස නම්කරන්න.

(iv) PA යා කරන්න.

(v) PA අරය ලෙස ද, P කේන්ද්‍රය ලෙස ද ගෙන වෘත්තයක් අඳින්න.

(vi) ඔබ ඇඳි වෘත්තය, B ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන්නේ ද? පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

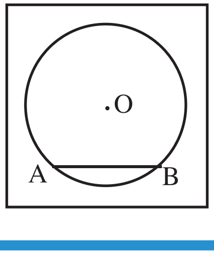
(vii) AB, ඔබ ඇඳි වෘත්තයේ ජ්‍යායක් වේ ද?

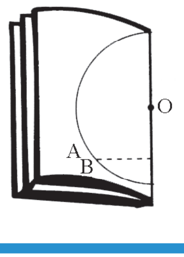
ක්‍රියාකාරකම (4)

(i) කඩදාසි 4ක් සපයාගන්න. ඒවායේ, අරය එකිනෙකට වෙනස්වන වෘත්තයක් බැගින් අඳින්න. කේන්ද්‍රය ලකුණු කරන්න.

(ii) එම වෘත්තයන්ගේ පරිධිය මත ඔබ කැමති ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණුකර ඒවා යා කරන්න.

(iii) ඔබ ලකුණු කළ ලක්ෂ්‍ය එක මත එක පිහිටන සේ (සමපාත වනසේ)කඩදාසිය නමන්න. ඔබට ලැබෙන කඩදසි 4 හිම නැමුම් රේඛා ඇසුරින් හඳුනාගත හැකි පොදු ලක්ෂණ සාකච්ඡා කරන්න.





නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

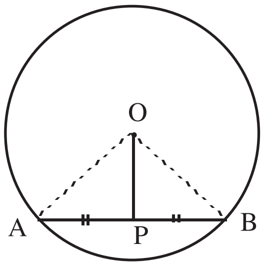
ඉහත ක්‍රියාකාරකම් ඇසුරින් ඔබ හඳුනාගත් ජ්‍යාමිතික සම්බන්ධයන් වචනයෙන් ලියා දක්වන්න.

"වෘත්තයක ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රයට යා කරන රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බ වේ" යැයි ඔබේ මිතුරෙක් ලියා ඇත්නම් ඔබ එයට එකඟ වන්නේ දැයි හේතු ඉදිරිපත් කරන්න.

තර්කානුකූල පදනමක් මත සත්‍ය බව විධිමත් ව සාධනය කර පෙන්විය හැකි ජ්‍යාමිතික සම්බන්ධතා ප්‍රමේය ලෙස හැඳින්වේ. ප්‍රමේයක් සාධනය කරන අයුරු පිළිබඳ අත්දැකීම් දැනටමත් අපට ඇත.

ප්‍රමේයය - වෘත්තයක ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රයට යා කරන රේඛාව එම ජ්‍යායට ලම්බ වේ.

මෙය විධිමත් ව සාධනය කරන අයුරු පහත දැක්වේ. එය හොඳින් අධ්‍යයනය කරන්න.



දත්තය: O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තයේ AB ජ්‍යායකි. P යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වන අතර OP යා කර ඇත.

සා:ක:යු - $OP \perp AB$ බව,

නිර්මාණය - OA හා OB යා කිරීම.

සාධනය - AOP සහ BOP ත්‍රිකෝණවල

$AP = BP$ (P යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය නිසා)

$PO = PO$ (පොදු පාදය)

$OA = OB$ (එක ම වෘත්තයේ අරයන්)

$\therefore AOP\,\Delta = BOP\,\Delta$ (පා. පා. පා. අවස්ථාව)

$\therefore A\hat{P}O = B\hat{P}O$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

නමුත් $A\hat{P}O + B\hat{P}O = 180^\circ$ (සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

$\therefore A\hat{P}O = B\hat{P}O = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

$\therefore \underline{\underline{OP \perp AB}}$

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

ක්‍රියාකාරකම (5)

(i) අරය 5 cm වන වෘත්තයක් ඇඳ කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න.

(ii) එහි දිග 4 cm වන ජ්‍යායක් අඳින්න. එය AB ලෙස නම් කරන්න.

(iii) O කේන්ද්‍රයේ සිට AB රේඛාවට ලම්බයක් නිර්මාණය කරන්න.

(iv) AB රේඛාවට ලම්බ රේඛාව හමු වන ස්ථානය X නම් AX, BX රේඛා ඛණ්ඩවල දිග මැන ලියන්න.

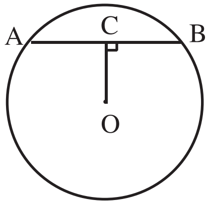
▲ AX හා BX ගැන කුමක් කිව හැකි ද?
AX = BX බව පෙනේ.
මෙම නිගමනයෙන් පහත සඳහන් ප්‍රමේයය තහවුරු වේ.

ප්‍රමේයය - වෘත්තයක ජ්‍යායකට කේන්ද්‍රයේ සිට අඳින ලම්බය මගින් එම ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වේ.

මෙය මුල් ප්‍රමේයයේ විලෝමය වශයෙන් සැලකේ. එම ප්‍රමේයයේ සත්‍යතාව තව දුරටත් පරීක්ෂා කර බලමු.

නිදසුන (1)

O කේන්ද්‍රයේ වූ වෘත්තයේ AB ජ්‍යායකි. OC $\perp$ AB නම්



(i) AB රේඛාවේ දිග මැන ලියන්න.

(ii) $B\hat{C}O$ විශාලත්වය කීය ද?

(iii) BC හා AC වල දිග මැන ලියන්න.

(iv) AC හා BC දිග ගැන සම්බන්ධයක් ලියන්න.

පිළිතුරු

i. 2 cm   ii 90   iii. BC = AC = 1 cm   iv. දිග සමානයි.

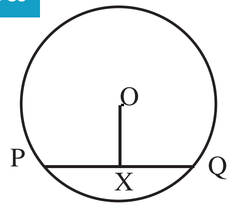
ක්‍රියාකාරකම (6)

අරය 10cm වූ වෘත්තයක් ඇඳ කේන්ද්‍රය O ලෙස නම් කරන්න. එහි 12cm දිග AB ජ්‍යායක් ඇඳ ඊට කේන්ද්‍රයේ සිට ලම්බයක් විහිත චතුරස්‍රය භාවිතාකර අඳින්න. ජ්‍යාය මුණ ගැසෙන තැන X, AX සහ BX දිග මැන ලියන්න.

සටහන: AX හා BX දිග සමාන බව ඔබට පෙනේ. මේ අනුව වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට ජ්‍යායකට අඳින ලම්බය මගින් ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වන බව ඔබට තහවුරු වේ.

25 -1 අභ්‍යාසය

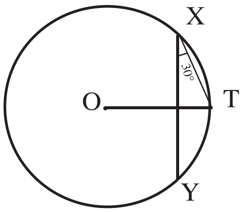
(1)



PQ යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ ජ්‍යායකි. PX = QX නම් OX හා PQ රේඛා ගැන කුමක් කිව හැකි ද?

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

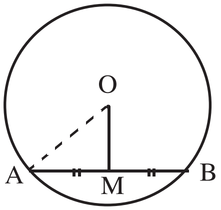
(2)



O කේන්ද්‍රය වන වෘත්තයේ XY යනු ජ්‍යායකි.

XT = YT නම් $O\hat{T}X$ හි අගය කීයද?

(3)

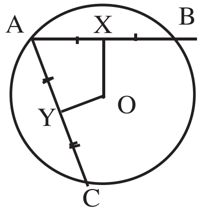


දී ඇති තොරතුරු අනුව

(i) $O\hat{M}A$ හි විශාලත්වය සොයන්න.

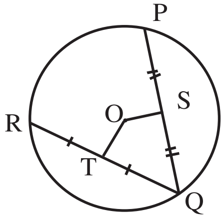
(ii) OM = 3 cm හා AB = 8 cm නම් OA අරය සොයන්න.

(4)



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව AXOY චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක වන බව පෙන්වන්න.

(5)



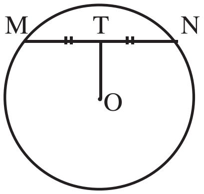
PQ හා QR යනු දිග 16cm වන සමාන ජ්‍යාය දෙකකි O S = 6cm වේ.

(i) වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

(ii) OT හි අගය සොයන්න.

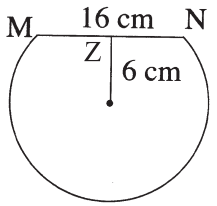
(iii) OSQT චතුරස්‍රයේ පරිමිතිය සොයන්න.

(6)



රූපයේ MN= 8 cm ද එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය T ද වේ. වෘත්තයේ අරය 5 cm ද නම් OT රේඛාවේ දිග සොයන්න.

(7)



රූපයේ දක්වෙන වෘත්ත ඛණ්ඩයේ MN ජ්‍යායේ දිග 16cm වේ. එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වූ Z ලක්ෂ්‍යයට කේන්ද්‍රයේ සිට දුර 6 cm වේ. වෘත්ත ඛණ්ඩයේ අරය සොයන්න.

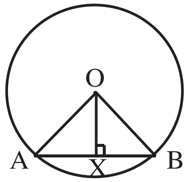
නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

සාරාංශය

- ☛ වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන සරල රේඛාව, ජ්‍යාය ලෙස හැඳින්වේ.
- ☛ වෘත්තයක ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රයට යා කරන රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බ වේ.
- ☛ වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට ජ්‍යායකට අඳින ලද ලම්බ රේඛාව මගින් ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වේ.
- ☛ වෘත්තයක ඇඳිය හැකි දිග ම ජ්‍යාය විශ්කම්භය වේ.

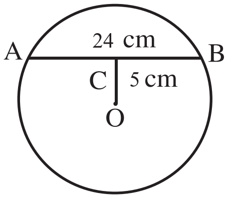
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1)



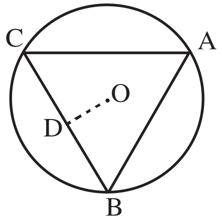
O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ $AX = BX$ බව සාධනය කර පෙන්වන්න.

(2)



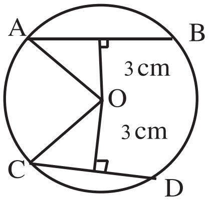
රූපය $OC \perp AB$ සහ $AB = 24$ cm $OC = 5$ cm නම් වෘත්තයේ අරය ගණනය කරන්න.

(3)



මෙහි දැක්වෙන්නේ වෘත්තාකාර තෘණ භූමියක පිහිටි සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර මල් පාත්තියකි. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ අරය 20m වේ. OD ලම්බය 12m කි. ABC ත්‍රිකෝණාකාර මල් පාත්තියේ පරිමිතිය සොයන්න.

(4)



මෙම වෘත්තයේ අරය 5cm වේ. දී ඇති දත්ත අනුව,

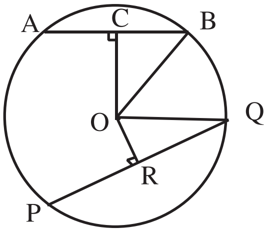
(i) AB ජ්‍යායේ දිග සොයන්න.

(ii) CD ජ්‍යායේ දිග සොයන්න.

(iii) මේ අනුව කේන්ද්‍රයට සමදුරින් පිහිටි ජ්‍යායන්ගේ සම්බන්ධය කුමක් ද?

(5) වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට 6 cm ලම්බ දුරින් 16 cm දිග ජ්‍යායක් පිහිටයි. එම වෘත්තයේ ම 8 cm ලම්බ දුරින් තවත් ජ්‍යායක් පිහිටයි. එම ජ්‍යායේ දිග ගණනය කරන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

(6) 

(i) AB = 24 cm, OC = 5 cm නම් වෘත්තයේ අරය ගණනය කරන්න.

(ii) OR ලම්බය 5 cm නම් PQ ජ්‍යායයේ දිග ගණනය කරන්න.

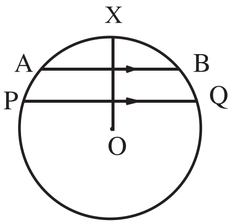
(7) O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ අරය 10 cm වේ. OX ⊥ PQ වේ.

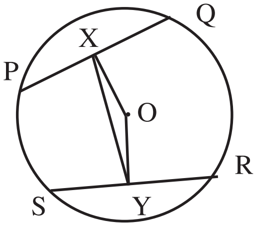
A B = 12 cm

PQ = 16 cm

AB//PQ ද වේ.

AB හා PQ අතර දුර ගණනය කරන්න.



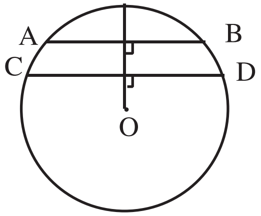
(8) 

PQ හා SR සමාන ජ්‍යාය දෙකකි. එවායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ.

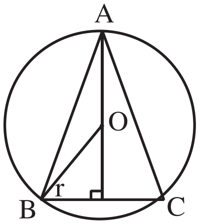
(i) XQ = YR බව පෙන්වන්න.

(ii) XOQ Δ ≡ YOR Δ ක් බව සාධනය කරන්න.

(iii) XOY Δ සමද්විපාද Δ බව සාධනය කරන්න.

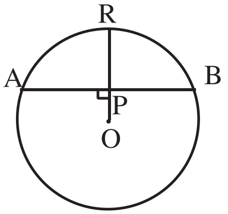
(9) 

AB = 12cm, CD = $10\sqrt{3}$ cm AB සහ CD අතර ලම්බදුර 3 cm නම් වෘත්තයේ අරය ගණනය කරන්න.

(10) 

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB=AC=13 cm, BC=10 cm වේ.

මෙම වෘත්තයේ අරය $\frac{169}{24}$ cm බව පෙන්වන්න.

(11) 

O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ,
AB = 6 cm වේ.
PR = 1 cm වේ.
OR ⊥ AB වේ. වෘත්තයේ අරය ගණනය කරන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.