22 වීජීය අසමානතා

එක් සංඛ්‍යාවක්, පදයක් හෝ ප්‍රකාශනයක් වෙනත් සංඛ්‍යාවකට, පදයකට හෝ ප්‍රකාශනයකට වඩා විශාල හෝ කුඩා බව දක්වන ප්‍රකාශන අසමානතා ලෙස හැඳින්වෙයි. මෙවැනි ප්‍රකාශන ගොඩනැගීමේ දී >, <. ≥, ≤ සංකේත යොදා ගැනේ.

පුනරීක්ෂණය අභ්‍යාස

(1) පහත දක්වා ඇති අසමානතා සංකේත භාවිතයෙන් ලියන්න.

(i) x අඩු 3 (iii) x අඩු හෝ සම 5

(ii) y වැඩි –2 (iv) a වැඩි හෝ සම 4

(2) පහත දක්වෙන අවස්ථා සඳහා අසමානතා ගොඩ නගන්න.

(i) කොළඹ - කුරුණෑගල බසයකට කොළඹින් නගින ලද මගියෙක් අතරමග දී බැස ගියේ ය. ඔහු ගමන් කළ දුර a නම් a සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.. (කොළඹ හා කුරුණෑගල අතර දුර x ලෙස ගන්න.)

(ii) ශිෂ්‍යත්ව විභාගයෙන් සමත් වීමේ අවම ලකුණ 145 ක් විය. මිහිරි ශිෂ්‍යත්ව විභාගයෙන් සමත් වූවා ය. ඇය ලබාගත් ලකුණු සංඛ්‍යාව y නම් y සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.

(iii) එක්තරා විදුලි සෝපානයක ගෙනයා හැකි උපරිම ස්කන්ධය 600 kg විය. x kg බැගින් වූ මිනිසුන් 8 දෙනෙකු විදුලි සෝපානයෙන් ඉහළට ගෙනයන ලදී. x සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.

(3) පහත දක්වෙන අසමානතා සංඛ්‍යා රේඛා මත ප්‍රස්තාරගත කරන්න.

(i) $x > -3$ (ii) $x \leq -1$ (iii) $x \geq 0$ (iv) $x < 4$

(3) මෙම අසමානතාවයන් විසඳා පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක විසඳුම් කුලකය ලියන්න.

(i) $x + 3 \geq 4$ (ii) $5x < 20$ (iii) $x - 1 \geq 5$ (iv) $\frac{1}{2}y > 20$

22-1 විචල්‍ය එකක් සහිත අසමානතා විසඳීම

$10 > 4$ අසමානතාව සත්‍ය බව ඔබ දන්නෙහිය. මෙම අසමානතාවේ

(i) දෙපසට ම එක ම සංඛ්‍යාව එකතු කරන්න.

$10 + 3 > 4 + 3$

$13 > 7$

ලැබෙන නව අසමානතාව ද සත්‍ය වේ.

(ii) දෙපසින් ම එක ම සංඛ්‍යාව අඩු කරන්න.

$10 - 2 > 4 - 2$

$8 > 2$

ලැබෙන නව අසමානතාව ද සත්‍ය වේ.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

(iii) දෙපස ම එක ම ධන සංඛ්‍යාවෙන් ගුණ කරන්න.

$10 \times 4 > 4 \times 4$

$40 > 16$

ලැබෙන නව අසමානතාව ද සත්‍ය වේ.

(iv) දෙපස ම එක ම ධන සංඛ්‍යාවෙන් බෙදන්න.

$\frac{10}{2} > \frac{4}{2}$

$5 > 2$

ලැබෙන නව අසමානතාවය ද සත්‍යවේ.

මේ අනුව දී ඇති අසමානතාවයක් සත්‍ය නම්

- **දෙපසට ම එක ම සංඛ්‍යාව එකතු කළ විට**
- **දෙපසින් ම එක ම සංඛ්‍යාව අඩු කළ විට**
- **දෙපස ම එක ම ධන සංඛ්‍යාවෙන් ගුණ කළ විට**
- **දෙපස ම එක ම ධන සංඛ්‍යාවෙන් බෙදූ විට**

ලැබෙන නව අසමානතාවන් ද සත්‍ය වේ.

මෙම ප්‍රත්‍යක්ෂයන් භාවිත කරමින් අසමානතා විසඳන ආකාරය සලකා බලමු.

නිදසුන (1)

$x + 1 \geq 7$ අසමානතාවයේ විසඳුම් ලියන්න.

$x + 1 \geq 7$ (x නිඛිලයකි)

$x + 1 - 1 \geq 7 - 1$ (දෙපසින් ම 1 බැගින් අඩුකෙරේ)

$x \geq 6$

x හි විසඳුම් $\{6, 7, 8, 9, ...\}$

නිදසුන (2)

$\frac{5a}{3} - 2 < 8$ අසමානතාවේ විසඳුම් ලියන්න. a නිඛිලයකි.

$\frac{5a}{3} - 2 < 8$

$\frac{5a}{3} - 2 + 2 < 8 + 2$ (දෙපසට ම 2 බැගින් එකතු කෙරේ.)

$\frac{5a}{3} < 10$

$$\frac{5a}{3} \times 3 < 10 \times 3 \quad \text{(දෙපස ම 3න් ගුණ කෙරේ)}$$

$$5a < 30$$

$$\frac{5a}{5} < \frac{30}{5} \quad \text{(දෙපස ම 5න් බෙදීමෙන්)}$$

$$a < 6$$

a හි විසඳුම් $\{ ....., -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

නිදසුන (3)

සරත්ගේ බෑගයට දැමිය හැකි ද්‍රව්‍යවල උපරිම ස්කන්ධය 7 kg කි. ඔහු x kg ස්කන්ධය සීනි පැකට් 3ක් ද 1 kg ස්කන්ධය සහිත පරිප්පු පැකට් 1ක් ද එම බෑගයට දැම්මේ ය.

(i) මෙම තොරතුරු දැක්වීමට අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.
(ii) එම අසමානතාව විසඳන්න.
(iii) සීනි පැකට් එකක තිබිය හැකි උපරිම බර කොපමණ ද?

(i) $3x + 1 \leq 7$

(ii) $3x + 1 \leq 7$

$$3x \leq 7 - 1$$
$$3x \leq 6$$
$$\frac{3x}{3} \leq \frac{6}{3}$$
$$x \leq 2$$

විසඳුම් $\{ ......-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

$\{1, 2\}$ (පැකට්ටුවක ස්කන්ධය සෘණ හෝ ශූන්‍ය විය නොහැකි නිසා)

(iii) $x \leq 2$ නිසා, සීනි පැකට් එකක තිබිය හැකි උපරිම ස්කන්ධය 2 kg විය යුතු ය.

22-2 අසමානතා ලකුණ වෙනස්වන අවස්ථා

නිදසුන (4)

$x + 5 \leq 6x + 15$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

$$x + 5 \leq 6x + 15$$
$$x - 6x + 5 \leq 6x - 6x + 15$$
$$-5x + 5 \leq 15$$
$$-5x + 5 - 5 \leq 15 - 5$$
$$-5x \leq 10$$
$$\frac{-5x}{-5} \leq \frac{10}{-5} \quad \text{(–5 න් බෙදූවිට)}$$
$$x \geq -2 \text{ විය යුතු ය.}$$

සටහන:- අසමානතාවන් විසඳීමේ දී සෘණ සංඛ්‍යාවකින් බෙදෙන විට අසමානතා ලකුණ මාරු වේ. (වෙනස් වේ.)

$$
\begin{aligned}
x + 5 &\leq 6x + 15 \\
x + 5 - 15 &\leq 6x + 15 - 15 \\
x - 10 &\leq 6x \\
x - x - 10 &\leq 6x - x \\
-10 &\leq 5x \\
\frac{-10}{5} &\leq \frac{5x}{5} \quad (+5\text{න් බෙදීම}) \\
-2 &\leq x
\end{aligned}
$$

විසඳුම් –2, –1, 0, 1, 2 .... යනාදී අගයවල දී අසමානතාව සත්‍ය එකක් ව පවතී.

නිදසුන (5)

$2 - x \geq 1 - 2x$ අසමානතාව විසඳීමෙන් x ට ගත හැකි අගය පරාසය ලියන්න.

$$
\begin{aligned}
2 - x &\geq 1 - 2x \\
2 - x + x &\geq 1 - 2x + x \\
2 &\geq 1 - x \\
2 - 1 &\geq 1 - 1 - x \\
1 &\geq -x \quad (-1 \text{ න් ගුණ කරමු.}) \\
-1 &\leq x \text{ වේ.}
\end{aligned}
$$

$-1 \geq x$ ලෙස ගත හොත් ඉහත අසමානතාවේ x හි විසඳුම් කුලකය වනුයේ –1, –2, –3, ... වැනි අගයකි. මෙම අගයන් මගින් අසමානතාව තෘප්ත නො වේ.

අසමානතාව තෘප්ත කරන්නේ $-1 \leq x$ වන විට පමණි. එනම් මෙහි දී අසමානතාව මාරු විය යුතු ය. (වෙනස් විය යුතුය.)

සටහන:- අසමානතාවන් විසඳීමේ දී සෘණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කළ විට ද බෙදූවිට ද අසමානතා ලකුණ මාරු වේ.

22-1 අභ්‍යාසය

(1) මෙම අසමානතාවයන් විසඳා පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක විසඳුම් කුලකය ලියන්න.

(i) $4a - 3 \leq 17$ (ii) $2p + 5 \geq 23$ (iii) $6x - 1 > 11$

(iv) $\frac{x}{4} - 3 \leq 2$ (v) $\frac{3x}{2} + 1 < 7$ (vi) $2(5x - 1) \geq 28$

(2) පහත අසමානතාවන්හි පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක විසඳුම් කුලකය ලියන්න.

(i) $x + 8 \geq 7x + 14$ (ii) $-3x - 5 \leq 8x + 15$

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

(3) පුතා අතට රු. 100 ක් දුන් අම්මා ඇපල් ගෙඩි 2 ක් ද, කෙසෙල් ඇවරියක් ද ගෙන එන ලෙස කී ය. වෙළෙඳ පොළේ ඇපල් ගෙඩියක මිල රු. x ද කෙසෙල් ඇවරියක් රු. 50 ක් ද වූයෙන් ඒ සඳහා රැගෙන ගිය මුදල ප්‍රමාණවත් නොවීය.

(i) x සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනඟන්න.

(ii) එම අසමානතාව විසඳන්න.

(iii) ඇපල් ගෙඩියක මිල අවම වශයෙන් කීයක් විය හැකි ද?

(4) ළමයකුට ඍජුකෝණාස්‍රයක් තැනීමට 80 cm දිග කම්බියක් ලබා දුනි. ඔහු විසින් එයින් දිග 25 cm වූ ඍජුකෝණාස්‍රයක් තනන ලදී. එම ඍජුකෝණාස්‍රයේ පළල b ලෙස සලකා

(i) b ඇතුළත් අසමානතාවක් ගොඩනගන්න.

(ii) එම අසමානතාව විසඳන්න.

(iii) b පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගයක් නම් ඍජුකෝණාස්‍රයේ පළල විය හැකි අගයයන් තුනක් ලියන්න.

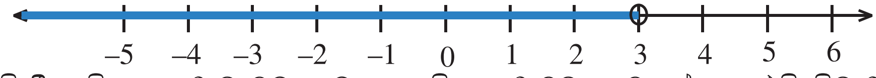
(5) නීලමණී රු. 1000/= ක් රැගෙන සාප්පුවකට ගොස් මිල රු. x බැගින් වූ සාරි දෙකක් ද රු. 15 බැගින් වූ ලේන්සු 4 ක් ද ගෙන ආවාය. මේ සඳහා අසමානතාවක් ගොඩනගා එය විසඳන්න. සාරියක මිල උපරිම වශයෙන් කොපමණ විය හැකි ද?

(6) ගණිත ගැටලු සහිත ප්‍රශ්න පත්‍රයක් සාද නිම කිරීමට මිනිත්තු 40 ක කාලයක් ලබා දේ. චරිත් මින් මුල් ගැටලු 5 සඳහා සමාන කාල ප්‍රමාණයක් වැයකළ අතර ඉතිරි ගැටලු සියල්ලට ම මිනිත්තු 15 ක කාලයක් වැයකර නියමිත කාලය තුළ ප්‍රශ්නපත්‍රය සාද නිම කළේ ය. මුල් ගැටලු 1 ක් සඳහා ගත වූ කාලය t නම් t සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනගා විසඳන්න.

මුල් ගැටලුවකට ගතකළ උපරිම කාලය කොපමණ විය හැකි ද?

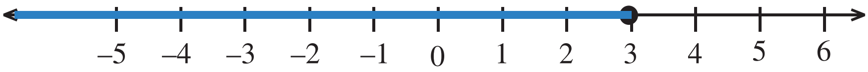
22-2 අසමානතාවල විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය

නිදසුන (6) $x < 3$ හි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.



මෙහි දී x හි අගය 3 ට වඩා අඩු අගයකි. $x = 3$ වටා කවයක් ඇඳ එහි සිට 3ට අඩු අගයන් සහිත වම් පසට සංඛ්‍යා රේඛාව මත පාට කළ යුතු ය.

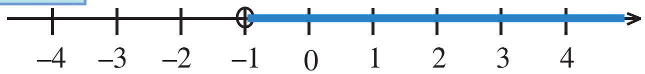
නිදසුන (7) $x \leq 3$ හි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාව මත දක්වන්න.



මෙහි දී x හි අගය 3 හා 3ට අඩු අගයයකි. $x = 3$ වටා කවයක් අඳින අතර $x = 3$ ද වන බැවින් එම කවය ඇතුළත පාට කරනු ලැබේ. මෙ කවයේ සිට 3ට අඩු අගයයන් සහිත වම් පසට සංඛ්‍යා රේඛාව මත පාට කළ යුතු ය.

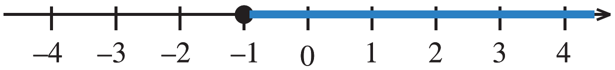
නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

නිදසුන (8) $x > (-1)$ හි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.



මෙහි දී x හි අගය -1 ට වඩා වැඩි වේ. $x = -1$ වටා කවයක් අඳින අතර එහි සිට -1 ට වඩා වැඩි අගයයන් සහිත දකුණු පසට සංඛ්‍යා රේඛාව මත පාට කරනු ලැබේ.

නිදසුන (9) $x \geq (-1)$ හි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

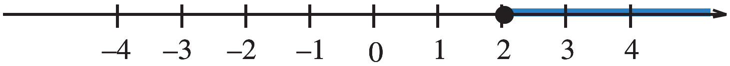


මෙහි දී x හි අගය -1 ට වැඩි අගයකි. $x = -1$ වටා කවයක් ඇඳ $x = -1$ ද වන බැවින් එම කවය ඇතුළත පාට කරනු ලැබේ. එම කවයේ සිට -1ට වැඩි අගයයන් සහිත කවයේ දකුණු පසට සංඛ්‍යා රේඛාව මත පාට කරනු ලැබේ.

නිදසුන (10)

$3x - 2 \geq 4$ අසමානතාව විසඳා, විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත ප්‍රස්තාරගත කරන්න.

$$3x - 2 \geq 4$$
$$3x - 2 + 2 \geq 4 + 2$$
$$3x \geq 6$$
$$x \geq 2$$



නිදසුන (11)

$5x + 4 \leq 6x - 2 \leq 5x + 6$ අසමානතාව තෘප්ත කරන විසඳුම් කුලකය සොයා එය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

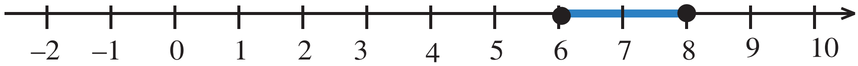
$5x + 4 \leq 6x - 2$ සලකමු

$$5x - 5x + 4 \leq 6x - 5x - 2$$
$$4 \leq x - 2$$
$$4 + 2 \leq x - 2 + 2$$
$$6 \leq x$$

$6x - 2 \leq 5x + 6$ සලකමු

$$6x - 5x - 2 \leq 5x - 5x + 6$$
$$x - 2 \leq 6$$
$$x - 2 + 2 \leq 6 + 2$$
$$x \leq 8$$

මෙම අගයන් දෙකම සම්බන්ධ කළ විට $6 \leq x \leq 8$ වේ. එය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කළ විට



22-2 අභ්‍යාසය

(1) පහත දක්වා ඇති අසමානතා විසඳා x හි විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

(i) $4x - 3 \leq 5$ (ii) $3x + 5 \geq 2$ (iii) $\frac{2x}{3} \geq 2$

(iv) $\frac{3x}{4} - 3 \leq 0$ (v) $1 < x + 2 < 7$ (vi) $2x + 3 \leq 3x + 5 \leq 5x - 1$

(2) $7 - x > 4x - 8$ අසමානතාවේ x ට ගත හැකි විශාල ම පූර්ණ සංඛ්‍යාව ලියන්න.

(3) $5x - 3 \leq 6x - 2 \leq 5x + 2$ තෘප්ත කරන x ට ගත හැකි පූර්ණ සංඛ්‍යා කුලකය ලියන්න. එම සංඛ්‍යා රේඛාව මත ඇඳ දක්වන්න.

(4) $\frac{x}{4} > \frac{3}{6}$ අසමානතාවේ x ට ගත හැකි කුඩා ම පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගය කුමක් ද?

(5) $5 < x - 3$ වන සේත් $8 < 2x - 2 < 18$ වන සේත්, x ට ගැළපෙන අගය කුමක් ද?

(6) රු. x බැගින් වූ ටොෆි 3 ක් හා රු. 2ක මකන කැබැල්ලක් මිල දී ගැනීමට අෂාන් ළඟ තිබූ රු. 51 ප්‍රමාණවත් විය. x සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනගා එය විසඳා විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

සාරාංශය

- **රාශීන් අතර "<" මගින් අඩු ද ">" මගින් වැඩි ද "≤" මගින් අඩු හෝ සම ද "≥" මගින් වැඩි හෝ සම ද ලෙස යොදා ගෙන ගොඩනගන සම්බන්ධතා අසමානතා වේ.**
- **අසමානතාවක**
  - (i) **දෙපසට ම සමාන සංඛ්‍යා එකතු කිරීමෙන්**
  - (ii) **දෙපසින් ම සමාන සංඛ්‍යා අඩු කිරීමෙන්**
  - (iii) **දෙපස ම ධන සංඛ්‍යාවලින් ගුණ කිරීමෙන්**
  - (iv) **දෙපස ම ධන සංඛ්‍යාවලින් බෙදීමෙන් ලැබෙන නව අසමානතාද නොවෙනස් වේ.**
- **අසමානතාව දෙපස ම ඍණ සංඛ්‍යාවකින් බෙදීමේ දී හෝ ගුණ කිරීමේ දී අසමානතාව වෙනස් වේ.**
- **අසමානතාවක විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කළ හැකි ය.**

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

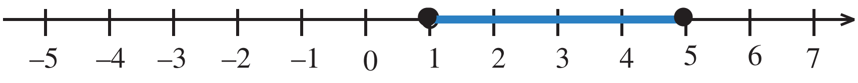
මිශ්‍ර අභ්‍යාස

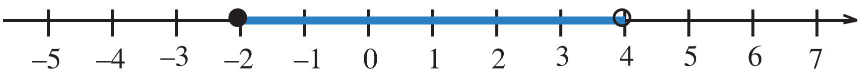
(1) මෙම අසමානතා විසඳා විසඳුම සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

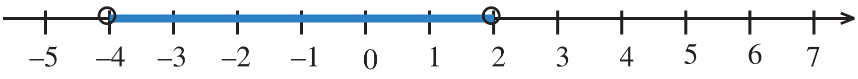
(i) $5x + 1 \leq 11$ (ii) $7x + 4 \geq 4$ (iii) $\frac{1}{5}x - 1 < 0$

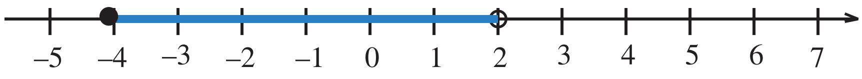
(iv) $3x + 1 \leq x + 3 > -2$

(2) පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යා රේඛාවෙන් නිරූපණය කෙරෙන x හි අගය පරාසය අසමානතා මගින් ලියන්න.









(3) පිටරට සිට පැමිණි සමන් ගෙන ආ රටඉඳිවලින් 7kg ප්‍රමාණයක් තම හිතවතුන් අතරේ බෙදා දුන්නේ යහළුවන් දෙදෙනකුට x ප්‍රමාණයක් ද, තවත් යහළුවන් තිදෙනෙකුට 1kg බැගින් ද වන පරිදි ය. මේ සඳහා x සම්බන්ධ අසමානතාවක් ගොඩනගන්න. x හි අගය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

(4) සීමිත ඕවර් ක්‍රිකට් තරඟයක දී දෙවනු ව පන්දුවට පහර දුන් පිලේ ක්‍රීඩකයන් 11 දෙනාගෙන් 4 දෙනෙක් ලකුණු p බැගින් ද, අනෙක් සියලු දෙනා ලකුණු 2p බැගින් ද ලැබී ය. ලකුණු සම නොවී ජයග්‍රහණය ලැබීමට මෙම පිලට ලකුණු 156 ක් ලබාගත යුතු ව තිබුණු නමුත් ඔවුන් තරඟයෙන් පරාජයට පත් වූහ. මෙම තොරතුරු සඳහා p ඇතුළත් අසමානතාවක් ගොඩනගන්න. p සඳහා තිබිය හැකි උපරිම අගය කුමක් ද?