19 දර්ශක - I

19-1 දර්ශක නීති

මෙම ඒකකය හැදෑරීමට දර්ශක පිළිබඳ දැනුම අත්‍යවශ්‍ය වන බැවින් ඔබගේ දර්ශක දැනුම නැවත මතක් කර ගැනීමට පහත දැක්වෙන අවස්ථාවල හිස් කොටුවලට ගැළපෙන අගයයන් ලියන්න.

(i) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^{\square}$

(ii) $3^2 \times 3^4 = 3^{\square}$

(iii) $P^5 \times P^{\square} = P^{12}$

(iv) $a^3 \times a^{10} \times a = a^{\square}$

(v) $10^7 \div 10^3 = 10^{\square}$

(vi) $4^{\square} \div 4^6 = 4^7$

(vii) $n^{15} \times n^{\square} = n^9$

(viii) $a^4 \div a^4 = a^{\square} = \square$

(ix) $(5^2)^3 = 5^{\square}$

(x) $(x^{\square})^4 = x^{12}$

(xi) $81 = 3^{\square}$

(xii) $2^{10} = \square$

සටහන $(2 \times 3)^3 = (2 \times 3)(2 \times 3)(2 \times 3)$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= 2^3 \times 3^3$ නිසා

$(ab)^3 = a^3 b^3$ වේ. එමෙන් ම $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3}$ වේ.

දර්ශක පිළිබඳ දැනුම පුනරීක්ෂණයෙන් සහ ඉහත සටහන අනුව ලබා ගත් දැනුමින් ගොඩනැගූ දර්ශක නීති මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

(i) $a^n \times a^m = a^{n+m}$	(ii) $a^n \div a^m = a^{n-m}$	(iii) $(a^n)^m = a^{nm}$
(iv) $(ab)^n = a^n b^n$	(v) $a^0 = 1$	(vi) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

මෙම නීති භාවිත කරන ආකාරය මතක් කර ගැනීමට මෙම අභ්‍යාසයේ යෙදෙමු.

19-1 අභ්‍යාසය

සුළු කරන්න.

(i) $10^3 \times 10^2 \times 10^4$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5$ (iii) $(0.3)^5 \times (0.3)^4 \times 0.3$

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

(iv) $(xy)^3 \times (xy)^4 \times xy$ (v) $2x^5 \times 3x^2$ (vi) $\dfrac{10^8 \times 10^2}{10^3}$

(vii) $\dfrac{a^5 \times a^4 \times a}{a^3 \times a^2}$ (viii) $(10^3)^2 \times 10^4$ (ix) $\dfrac{\left(a^4\right)^3 \times \left(a^2\right)^2}{a^5}$

(x) $(3a^2)^3 \times a^0$

19-2 ලඝුගණක

ක්‍රි.ව. 1550 සිට ක්‍රි.ව. 1617 තෙක් විසූ ඉතාලි ජාතික ජෝන් නේපියර් නම් ගණිතඥයා ලඝුගණක පිළිබඳ මුල් ම අදහස ඉදිරිපත් කළේ ය. ක්‍රි.ව. 1561 සිට ක්‍රි.ව. 1631 තෙක් විසූ හෙන්රි බ්‍රිග්ස් නම් ගණිතඥයා මෙම අදහස තවදුරටත් සංවර්ධනය කර 10 පාදයට ලඝුගණක හා දශම සංඛ්‍යා පිළිබඳ කරුණු ඉදිරිපත් කළේ ය.

ඇතැම් ගණනය කිරීම් පහසු කර ගැනීමට එක් සංඛ්‍යාවක් තවත් සංඛ්‍යාවක බලයක් ලෙස දැක්වීම පහසු වේ. එවිට ලැබෙන දර්ශකය එම පාදයට එම සංඛ්‍යාවේ ලඝුගණකය ලෙස හැඳින්වෙයි.

✳ $8 = 2^3$ නිසා

(i) 2 පාදයට 8 හි ලඝුගණකය = 3 කි.

✳ $10^4 = 10000$ නිසා

(ii) 10 පාදයට 10000හි ලඝුගණකය = 4 කි.

✳ ඉහත දැක්වූ ලඝුගණක ඇතුළත් ප්‍රකාශ දෙක මෙසේ කෙටියෙන් දැක්විය හැකිය.

(i) $ලඝු_2 8 = 3$ හෙවත් $\log_2 8 = 3$ (ii) $ලඝු_{10} 10000 = 4$ හෙවත් $\log_{10} 10000 = 4$

පහත සඳහන් නිදසුන් පරීක්ෂා කරන්න.

✳ $16 = 4^2$ අනුව 4 පාදයට 16 හි ලඝුගණකය = 2

$\log_4 16 = 2$

✳ $16 = 2^4$ අනුව 2 පාදයට 16 හි ලඝුගණකය = 4

$\log_2 16 = 4$

	දර්ශක ආකාරය		ලඝුගණක ආකාරය
(1)	$81 = 3^4$	⟶	$\log_3 81 = 4$
(2)	$32 = 2^5$	⟶	$\log_2 32 = 5$
(3)	$5 = 5^1$	⟶	$\log_5 5 = 1$
(4)	$7^0 = 1$	⟶	$\log_7 1 = 0$
(5)	$a^p = r$	⟶	$\log_a r = P$
(6)	$\frac{1}{25} = 5^{-2}$	⟶	$\log_5\left(\frac{1}{25}\right) = -2$

මෙලෙස දර්ශක ආකාරයෙන් ලඝුගණක අංකනයට හැරවීම සම්මතයක් ලෙස පහත ආකාරයට දැක්විය හැක.

$N = a^x$ නම් $\log_a N = x$

නිදසුන (1) පහත සම්බන්ධතා ලඝුගණක ප්‍රකාශන ලෙස ලියන්න.

(i) $5^2 = 25$
$\therefore \log_5 25 = 2$

(ii) $729 = 3^6$
$\therefore \log_3 729 = 6$

(iii) $4^3 = 64$
$\therefore \log_4 64 = 3$

(iv) $x^0 = 1$
$\therefore \log_x 1 = 0$

නිදසුන (2) පහත ලඝු ප්‍රකාශන දර්ශක ආකාරයට ලියන්න.

(i) $\log_3 27 = 3$ $\quad \therefore 27 = 3^3$

(ii) $\log_5 625 = 4$ $\quad \therefore 625 = 5^4$

(iii) $\log_x 1 = 0$ $\quad \therefore 1 = x^0$

(iv) $x = \log_a y$ $\quad \therefore a^x = y$

නිදසුන (3) මෙම ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(i) $\log_2 64$ (ii) $\log_5 125$ (iii) $\log_{10} 1000$

(i) $\log_2 64 = x$ නම්
$64 = 2^x$
$64 = 2^6$ නිසා
$x = 6$
$\log_2 64 = 6$

(ii) $\log_5 125 = y$ නම්
$5^y = 125$
$5^y = 5^3$
$y = 3$
$\log_5 125 = 3$

(iii) $\log_{10} 1000 = P$ නම්
$1000 = 10^P$
$10^3 = 10^P$ නිසා
$P = 3$
$\log_{10} 1000 = 3$

නිදසුන (4) මෙම සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $\log_2 x = 3$ (ii) $\log_a 36 = 2$

(i) $\log_2 x = 3$ නිසා $x = 2^3$
$x = 8$

(ii) $\log_a 36 = 2$ නිසා $36 = a^2$
$(\pm 6)^2 = a^2$
$a = \pm 6$ නමුත් ලඝුගණකයක පාදය ධන ලෙස සැලකේ $\therefore a = 6$

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

19-2 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශන ලඝුගණක ප්‍රකාශන ආකාරයෙන් දක්වන්න.

(i) 10 පාදයට 5 හි ලඝුගණකය (iii) 5 පාදයට 225 හි ලඝු ගණකය

(ii) 2 පාදයට 34 හි ලඝුගණකය (iv) 7 පාදයට 7 හි ලඝු ගණකය

(2) මෙම ප්‍රකාශන කියවන ආකාරය වගන්තියෙන් ලියන්න.

(i) $log_2 10$ (ii) $log_5 52$ (iii) $log_2 1$ (iv) $log_a R$

(3) මෙම ප්‍රකාශන ලඝු ගණක අංකනයෙන් ලියන්න.

(i) $125 = 5^3$ (ii) $6^3 = 216$ (iii) $1024 = 2^{10}$ (iv) $k = 3$

(4) මේවා බල වශයෙන් ලියන්න.

(i) $log_3 9 = 2$ (iii) $log_8 8 = 1$

(ii) $log_3 729 = 6$ (iv) $log_7 2401 = 4$

(5) අගය සොයන්න.

(i) $log_2 128$ (iii) $log_{10} 1000000$

(ii) $log_7 343$ (iv) $log_2 \left(\frac{1}{32}\right)$

(6) මේවායේ x හි අගය සොයන්න.

(i) $log_2 32 = x$ (ii) $log_5 x = 4$

(iii) $log_x 8 = 3$ (iv) $log_3[log_5 125] = x$

(v) $log_x 5 = log_2 16 - 3$ (vi) $3 + log_3 81 = log_2 x$

19-3 ලඝුගණකවල ලක්ෂණ

(1) $8 = 2^3$ නිසා $log_2 8 = 3$

$32 = 2^5$ නිසා $log_2 32 = 5$

$256 = 2^8$ නිසා $log_2 256 = 8$ අනුව

$8 \times 32 = 2^3 \times 2^5$

$(8 \times 32) = 2^{3+5}$ (දර්ශක නීති අනුව)

මේ අනුව $log_2 (8 \times 32) = 3 + 5$

$log_2 (8 \times 32) = log_2 8 + log_2 32$ වේ.

මේ ආකාරයට $log_5 (25 \times 4) = log_5 25 + log_5 4$

මෙලෙස $\boxed{log_a MN = log_a M + log_a N}$ ——————— (1)

නිදසුන (5) මේවා $log_a 2$ හා $log_a 3$ න් දක්වන්න.

(i) $log_a 6 = log_a 2 \times 3 = log_a 2 + log_a 3$

(ii) $log_a 12 = log_a 2 \times 2 \times 3 = log_a 2 + log_a 2 + log_a 3$

(iii) $log_a 2y = log_a 2 \times y = log_a 2 + log_a y$

නිදසුන (6) මේවා සුළු කරන්න.

(i) $log_2 6 + log_2 5 = log_2 6 \times 5 = log_2 30$

(ii) $log_a 2 + log_a 3 + log_a 4 = log_a 2 \times 3 \times 4 = log_a 24$

සටහන

(2) $8 = 2^3 \longrightarrow log_2 8 = 3$
$32 = 2^5 \longrightarrow log_2 32 = 5$
$256 = 2^8 \longrightarrow log_2 256 = 8$

$\frac{256}{32} = \frac{2^8}{2^5} = 2^{8-5}$ (දර්ශක නීති අනුව)

$\therefore log_2\left(\frac{256}{32}\right) = 8 - 5$

$= log_2 256 - log_2 32$

✳ මෙලෙස $log_3\left(\frac{100}{7}\right) = log_3 100 - log_3 7$

$log_5\left(\frac{1}{32}\right) = log_5 1 - log_5 32$

මේඅනුව $$log_a\left(\frac{M}{N}\right) = log_a M - log_a N \qquad \text{——— (2)}$$

නිදසුන (7)

මේවා $log_a 2$ හා $log_a 3$ න් දක්වන්න.

(i) $log_a \frac{3}{2} = log_a 3 - log_a 2$

(ii) $log_a \frac{4}{3} = log_a 4 - log_a 3$

$= log_a 2 \times 2 - log_a 3$

$= log_a 2 + log_a 2 - log_a 3$

නිදසුන (8)

මේවා සුළු කරන්න.

(i) $log_n 8 - log_n 4 = log_n\left(\frac{8}{4}\right) = log_n 2$

(ii) $log_3 50 - log_3 10 = log_3\left(\frac{50}{10}\right) = log_3 5$

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

19-3 අභ්‍යාසය

(1) සුළු කරන්න.

(i) $\log_a 15 + \log_a 4$ (ii) $\log_a 6 + \log_a 5 + \log_a 2$ (iii) $\log_a 15 - \log_a 3$

(iv) $\log_a 200 - \log_a 40$ (v) $\log_a 2 + \log_a 6 - \log_a 4$

(2) ලඝුගණක ලක්ෂණ භාවිතයෙන් අගය සොයන්න.

(i) $\log_2 4 + \log_2 8$ (ii) $\log_5 5 + \log_5 25 + \log_5 1$ (iii) $\log_3 81 - \log_3 27$

(iv) $\log_2 32 - \log_2 4$ (v) $\log_{10} 250 + \log_{10} 8 - \log_{10} 2$

(3) මේවා $\log_a 3$ හා $\log_a 5$ න් දක්වන්න.

(i) $\log_a 15$ (ii) $\log_a 45$ (iii) $\log_a 75$ (iv) $\log_a \frac{5}{3}$ (v) $\log_a \left(\frac{9}{5}\right)$

සාරාංශය

- දර්ශක හා ලඝුගණක මෙසේ සම්බන්ධව පවතී.

  $a^x = N$ නම් $\log_a N = x$

- ලඝු ගණක නීති මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

  $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

  $\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) සුළු කරන්න.

(i) $5y^4 \times 2y^{-3}$ (ii) $2x^2 \div 4x^6$ (iii) $\frac{(x^2y)^3}{(xy)^2}$ (iv) $\frac{(a^2)^5 \times a^2}{(a^4)^2}$

(v) $\frac{3^{-1}ab^{-2}}{2^{-2}}$ (vi) $\frac{25}{2^{-1} + 3^{-1}}$ (vii) $\frac{(64a^2)^2}{(4a^0)^3}$

(2) සුළු කරන්න.

(i) $\log_2 16 + 5$ (ii) $\log_3 243 - \log_2 2$ (iii) $(\log_2 4) \times (\log_3 27)$

(iv) $\frac{\log_5 5}{\log_2 8}$ (v) $\log_a 64 - \log_a 4 - \log_a 8$