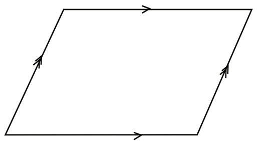
16 සමාන්තරාස්‍ර - I

16-1 සමාන්තරාස්‍රය

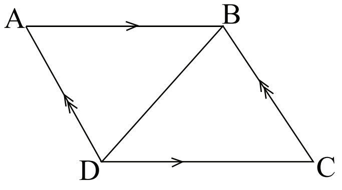
සම්මුඛ පාද යුගල දෙක ම සමාන්තර වූ චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් ලෙස හැඳින්වෙයි.

සමාන්තරාස්‍රයක එම ලක්ෂණ රූප සටහනක මෙසේ දැක්විය හැකි ය.



සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ ගැන හැදෑරීමේ දී ඒ හා සම්බන්ධ ප්‍රමේයයන් අධ්‍යයනය කළ යුතු ය.

ප්‍රමේයය :- සමාන්තරාස්‍රයක (i) සම්මුඛ පාද සමාන වේ.
(ii) සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.
(iii) එක් එක් විකර්ණයෙන් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය කරයි.



දත්තය - ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. BD විකර්ණයකි.

සාධනය කළ යුත්ත- (i) AB = CD, AD = BC

(ii) $D\hat{A}B = D\hat{C}B$, $A\hat{B}C = A\hat{D}C$

(iii) ABD Δ හි වර්ගඵලය = CBD Δ වර්ගඵලය

නිර්මාණය - BD විකර්ණය ඇඳීම.

සාධනය - ABD Δ සහ CBD Δ සැසඳීමෙන්

$A\hat{B}D = C\hat{D}B$ (ඒකාන්තර කෝණ, AB // DC)

$A\hat{D}B = D\hat{B}C$ (ඒකාන්තර කෝණ, AD // BC)

BD = BD (පොදු පාදය)

$\therefore$ ABD $\Delta \equiv$ CBD Δ (කෝ:කෝ:පා)

$\therefore$ AD = BC, AB = CD(අංගසම Δ වල අනුරූප පාද සමාන වේ.)

(ii) $D\hat{A}B = D\hat{C}B$ එපරිද්දෙන් මAC යා කිරීමෙන්
ABC $\Delta \equiv$ ADC Δ බව සාධනය කළ හැකි ය.
එවිට $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ වේ.

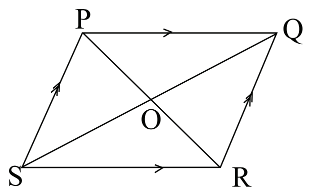
නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

(iii) ABD Δ ≡ CBD Δ නිසා ඒවායේ වර්ගඵලය ද සමානවේ.
මෙලෙස ම AC විකර්ණය ද සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය කරයි.

❍ වැදගත් ප්‍රතිඵලයක් සඳහා ක්‍රියාකාරකම් (1)

රූපයේ දැක්වෙන PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ PR සහ QS විකර්ණ O හිදී ඡේදනය වී ඇත.

මෙම සටහන පිටපත් කරගෙන හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



POQ Δ හා SOR Δ සැසඳීමෙන්

PQ = ... (සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන වේ.)

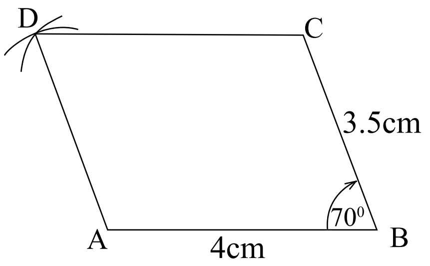
$Q\hat{P}O = O\hat{R}S$ (........................)

.... $= O\hat{S}R$ (සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටන ඒකාන්තර කෝණ)

∴ POQ Δ ≡ SOR Δ (...................)

PO = OR සහ OQ = OS වේ.

ක්‍රියාකාරකම් (2)



AB = 4cm, BC = 3.5 cm හා $A\hat{B}C = 70^0$ වනසේ ABCD සමාන්තරාස්‍රය කෝණමානය හා කවකටුව භාවිත කර නිර්මාණය කරන්න.

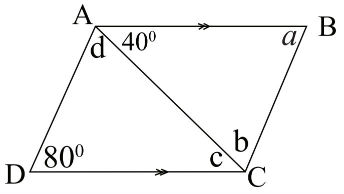
AC හා BD යා කරන්න. එම රේඛා දෙක ඡේදන ලක්ෂ්‍ය O ලෙස නම් කරන්න.

AO = ... OC = ...
BO = ... OD = ... දිග මැන ලියන්න. ප්‍රතිඵල අනුව
AO = OC ද BO = OD ද වන බව පෙනේ. මෙම ක්‍රියාකාරකම් දෙකේ ප්‍රතිඵල අනුව

ඕනෑ ම සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ ද එකිනෙක සමච්ඡේදනය වන බව පෙනේ.

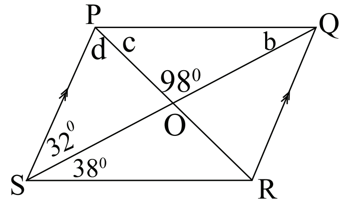
16-1 අභ්‍යාසය

(1)



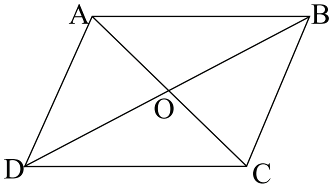
ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. දී ඇති දත්ත අනුව a, b, c, d වල අගය සොයන්න.

(2)



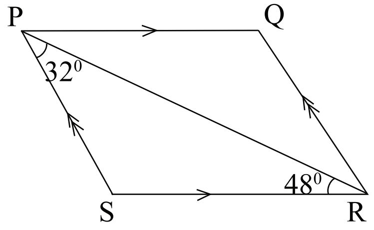
PQRS සමාන්තරාස්‍රයකි.
$P\hat{O}Q = 98^0$ $P\hat{S}O = 32^0$
$O\hat{S}R = 38^0$ නම්
b, c, d වල අගය සොයන්න.

(3)

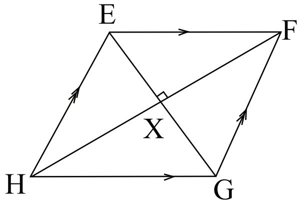


ABCD චතුරස්‍රයේ AC හා BD විකර්ණ O හි දී සමච්ඡේදනය වේ. ABCD සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

(4) රූපයේ දක්වෙන PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ $S\hat{P}R = 32^0$, $S\hat{R}P = 48^0$ නම් සමාන්තරාස්‍රයේ එක් එක් අභ්‍යන්තර කෝණයේ අගය සොයන්න.

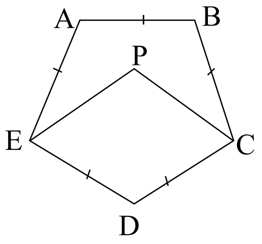


(5)



EFGH සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ X හි දී එකිනෙක සෘජුකෝණී ව සමච්ඡේදනය කරයි. එහි එක් පාදයක දිග 5cm ද එක් විකර්ණයක දිග 6cm ද නම් අනෙක් විකර්ණයේ දිග ගණනය කරන්න.

(6)



ABCDE යනු සවිධි පංචාස්‍රයකි. EDCP යනු පංචාස්‍රය තුළ වූ සමාන්තරාස්‍රයකි.

(i) $E\hat{D}C$, $P\hat{E}D$, $A\hat{E}P$ වල අගය සොයන්න.

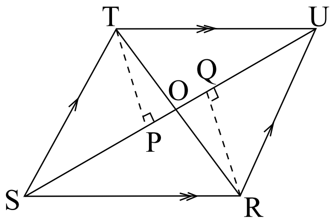
(ii) APE කුමන වර්ගයේ ත්‍රිකෝණයක් ද හේතු දක්වන්න.

(iii) ඒ අනුව $A\hat{P}E$ අගය සොයන්න.

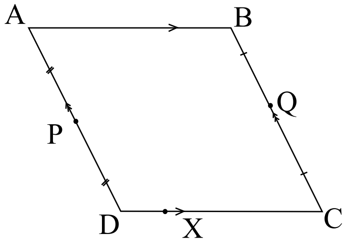
(iv) APC සරල රේඛාවක් බව සාධනය කරන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

(7) SRUT සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි විකර්ණ O හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. T හා R ලක්ෂ්‍යවල සිට SU ට ඇඳි ලම්බ TP හා RQ වේ. PO = OQ බව සාධනය කරන්න.

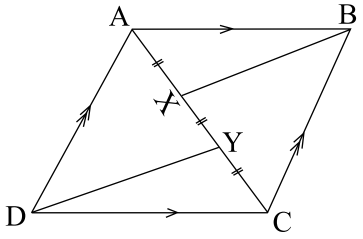


(8) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AD හා BC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P හා Q වේ. X යනු DC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. DX = CY වන පරිදි DC පාදය දික් කරනු ලැබේ.

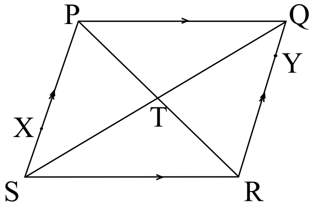


(i) මෙම රූපසටහනේ ඉතිරි දත්ත සම්පූර්ණ කරන්න.
(ii) PX = QY බව සාධනය කරන්න.

(9) ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. AX = XY = YC වන පරිදි AC විකර්ණය මත X, Y ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත.
(i) BX = DY බව ද
(ii) BX // DY බව ද සාධනය කරන්න.



(10)

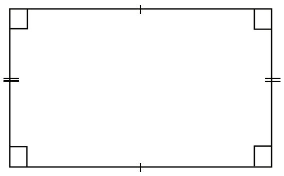


PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ T හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. T හරහා ගමන් කරන රේඛාව X හි දී PS ද Y හි දී QR ද හමු වේ.

(i) ඉහත රූපය පිටපත් කරගෙන ඉතිරි දත්ත එහි සලකුණු කරන්න.
(ii) XT = TY බව ද
(iii) SX = QY බව ද සාධනය කරන්න.
(iv) මෙම රූපයේ XY දෙපසට දික් කළ විට A හිදී දික් කළ PQ ත් B හිදී දික් කළ RSත් හමු වේ. මෙම දත්ත එම රූපසටහනේ ඇතුළත් කර PA= RB බව සාධනය කරන්න.

16-2 විශේෂ ලක්ෂණවලින් යුත් සමාන්තරාස්‍ර

(1) සෘජුකෝණාස්‍රය

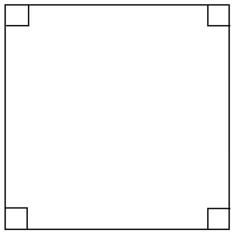


එක් කෝණයක් සෘජුකෝණයක් වූ සමාන්තරාස්‍රයක් සෘජුකෝණාස්‍රයකි. සමාන්තරාස්‍ර ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත සඳහන් ලක්ෂණ ද සෘජුකෝණාස්‍රයට ඇත.

(i) සියලු කෝණ සෘජුකෝණ වේ.

(ii) විකර්ණ දිගින් සමාන ය.

(2) සමචතුරස්‍රය



බද්ධ පාද සමාන වූ සෘජුකෝණාස්‍රයක් සමචතුරස්‍රයක් ලෙස හඳුන්වයි.

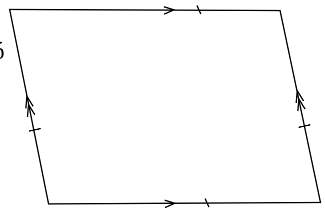
සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත ලක්ෂණ ද සමචතුරස්‍රයට ඇත.

(i) විකර්ණ මගින් ශීර්ෂ කෝණ සමච්ඡේදනය වේ.

(ii) විකර්ණ සෘජුකෝණී ව සමච්ඡේදනය වේ.

(iii) විකර්ණ දිගින් සමාන වේ.

(3) රොම්බසය



සියලු ම පාද සමාන වූ සමාන්තරාස්‍රයක් රොම්බසයක් ලෙස හැඳින්වෙයි. සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ වලට අමතරව පහත සඳහන් ලක්ෂණ ද රොම්බසයට ඇත.

(i) සියලු ම පාද සමාන වේ.

(ii) විකර්ණ සෘජුකෝණී ව සමච්ඡේදනය වේ.

(iii) විකර්ණවලින් ශීර්ෂ කෝණ සමච්ඡේදනය වේ.

සාරාංශය

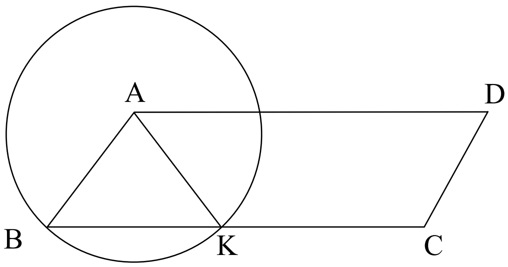
- සමාන්තරාස්‍රයක් යනු සම්මුඛ පාද යුගල සමාන්තර වූ චතුරස්‍රයකි.
- සමාන්තරාස්‍රයක
  - i. සම්මුඛ පාද සමාන වේ. ii. සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.
  - iii. විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ.
  - iv. එක් එක් විකර්ණයෙන් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වේ.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

මිශ්‍ර අභ්‍යාස

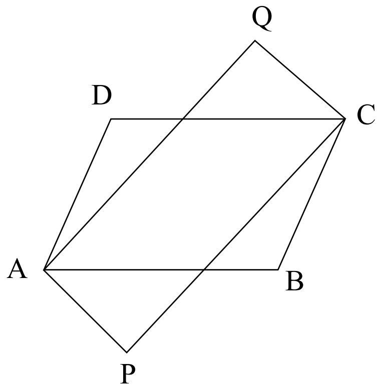
(1) සමාන්තරාස්‍රයක එක් අභ්‍යන්තර කෝණයක් අනෙකට වඩා 30^0 වැඩිය. එහි එක් එක් අභ්‍යන්තර කෝණයේ අගය සොයන්න.

(2)



රූපයේ ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය A වේ. $K\hat{A}D = C\hat{D}A$ බව සාධනය කරන්න.

(3)



රූපයේ ABCD හා APCQ සමාන්තරාස්‍රය වේ.

(i) AC, PQ, BD ඒක ලක්ෂ්‍ය බව එනම් එක ම ලක්ෂ්‍යයක් හරහා වැටී ඇති බව ද

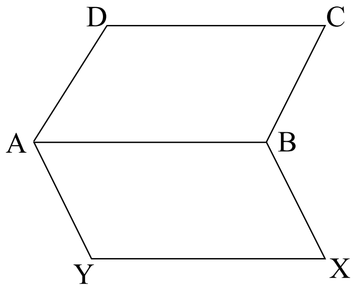
(ii) DQ // PB බව ද සාධනය කරන්න.

(4) ABCD රොම්බසයකි. $D\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකය T හිදී CD ඡේදනය කරනු ලැබේ. $D\hat{T}A = 3D\hat{A}T$ බව සාධනය කරන්න.

(5) ABCDE යනු සවිධි පංචාස්‍රයකි. ABPQ යනු එහි ඇතුළත වූ සමචතුරස්‍රයකි.

(I) $C\hat{B}P$ අගය ද (ii) $D\hat{B}Q$ අගය ද සොයන්න.

(6)



රූපයේ ABCD හා ABXY සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. ADY $\Delta \equiv$ CBX Δ බව සාධනය කරන්න.