15 සමීකරණ

15-1 සරල සමීකරණ

අගය නොදන්නා රාශීන් එනම් අඥාත රාශීන් දැක්වීමට ගණිතයේ දී x, y, a, b වැනි වීජීය සංකේත යොදා ගැනේ. මෙවැනි රාශීන් ඇතුළත් ප්‍රකාශන දෙකක සමානතාව සමීකරණයක් ලෙස හැඳින්වෙයි.

සරල සමීකරණ, සමගාමී සමීකරණ, වර්ගජ සමීකරණ ආදි වශයෙන් සමීකරණ වර්ග කීපයකි. සමීකරණයක අඥාතයේ අගය ලබාගැනීම සමීකරණය විසඳීමයි.

සමීකරණයක අඥාතයේ දර්ශකය 1 වූ විට, ඒවා ඒකජ සමීකරණ වේ. විසඳුම ලෙස එක් පිළිතුරක් පමණක් ලැබෙන්නේ සරල සමීකරණවල දී පමණි. සරල සමීකරණ විසඳීම සඳහා මීට ඉහත ලබාගත් දැනුම පුනරීක්ෂණය කරමු.

15-1අභ්‍යාසය

මෙම සරල සමීකරණ විසඳන්න.

(i)	$a + 2 = 10$	(vii)	$4(p - 3) = 2(p - 1)$
(ii)	$x - 4 = 6$	(viii)	$2(x + 3) = 5(2 - x) - 2$
(iii)	$5x = 15$	(ix)	$10 + 3x = 3(2x - 7) + 7$
(iv)	$3p - 2 = 10$	(x)	$3x + 5 - 2(x + 6) = 0$
(v)	$5(3m - 4) = 4$	(xi)	$8 - 2(5 - p) = 3(p - 4)$
(vi)	$2a + 6 = 3(a + 1)$	(xii)	$2(1 + a - 5) = 3(a - 2) - 1$

(13) සංඛ්‍යාවකින් 7 ක් අඩු කර පිළිතුර 2 න් ගුණ කළ විට ලැබෙන අගය 16 කි. සංඛ්‍යාව a ලෙස ගෙන සමීකරණයක් ගොඩනැගීමෙන් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

(14) පෑනක මිල පැන්සලක මිලට වඩා රු. 6/= කින් වැඩිය. පෑනක් හා පැන්සලක් ගැනීමට රු. 16 ක් අවශ්‍ය වේ. පැන්සලක මිල රු. x ලෙස ගෙන සමීකරණයක් ගොඩනගා පැන්සලක මිල සොයන්න.

15-2 වීජීය භාග ඇතුළත් ඒකජ සමීකරණ විසඳීම

වීජීය භාග ඇතුළත් ඒකජ සමීකරණ විසඳීමේ දී හරයේ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරයෙන් සියලු ම පද ගුණකිරීමෙන් භාග රහිත සමීකරණයක් බවට පත් කරනු ලැබේ.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

නිදසුන (1) $\frac{y}{4} - 1 = 5$ විසඳන්න.

I ක්‍රමය

$$\frac{y}{4} - 1 = 5$$
$$\frac{y}{4} \times 4 - 1 \times 4 = 5 \times 4$$
$$y - 4 = 20$$
$$\underline{\underline{y = 24}}$$

II ක්‍රමය

$$\frac{y}{4} - 1 = 5$$
$$\frac{y}{4} = 5 + 1$$
$$y = 6 \times 4$$
$$\underline{\underline{y = 24}}$$

* සමීකරණයට ලබාගත් විසඳුම ආදේශ කිරීමෙන් විසඳුමේ නිරවද්‍යතාව පරීක්ෂා කළ හැකි ය.

$$\frac{y}{4} - 1 = 5$$

වමත් පස $= \frac{24}{4} - 1$ දකුණත් පස $= 5$

$= 6 - 1$

$= 5$

වමත් පස = දකුණත් පස

විසඳුම නිවැරදිය.

නිදසුන (2) $\frac{a}{3} - \frac{a}{5} = 4$ විසඳන්න.

$$\frac{a}{3} \times 15 - \frac{a}{5} \times 15 = 4 \times 15$$
$$5a - 3a = 60$$
$$2a = 60$$
$$\underline{\underline{a = 30}}$$

නිදසුන (3) $\frac{3}{2p} - \frac{1}{4p} = \frac{1}{4}$ විසඳන්න.

හරයේ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය වන 4p වලින් සියලු ම පද ගුණ කරනු ලැබේ.

$$\frac{3}{2p} \times 4p - \frac{1}{4p} \times 4p = \frac{1}{4} \times 4p$$
$$6 - 1 = p$$
$$\underline{\underline{5 = p}}$$

* ලබාගත් පිළිතුර ආදේශ කර නිරවද්‍යතාව පරීක්ෂා කරන්න.

නිදසුන (4) $\frac{4}{5} + \frac{1}{y+3} = 1$ විසඳන්න.

I ක්‍රමය

$$\frac{4}{5} + \frac{1}{y+3} = 1$$

(හරයේ කු:පොා:ගු $5(y+3)$)
$$\frac{4 \times 5(y+3)}{5} + \frac{1 \times 5(y+3)}{y+3} = 1 \times 5(y+3)$$
$$4(y+3) + 5 = 5(y+3)$$
$$4y + 12 + 5 = 5y + 15$$
$$4y - 5y = 15 - 17$$
$$-y = -2$$
$$\underline{\underline{y = 2}}$$

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

II ක්‍රමය $\frac{4}{5} + \frac{1}{(y+3)} = 1$

$$\frac{1}{(y+3)} = 1 - \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{y+3} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{y+3}{1} = \frac{5}{1}$$

ඒ අනුව $y + 3 = 5$

$$\underline{\underline{y = 2}}$$

නිදසුන (5) $\frac{3}{x+2} = \frac{6}{3x-1}$ විසඳන්න.

I ක්‍රමය

$$\frac{3}{x+2} = \frac{6}{3x-1}$$

$$\frac{3(x+2)(3x-1)}{(x+2)} = \frac{6(x+2)(3x-1)}{(3x-1)}$$

$$9x - 3 = 6x + 12$$

$$9x - 6x = 12 + 3$$

$$3x = 15$$

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

* භාගයක් භාගයකට සමාන නම් ඒවායේ පරස්පරය ද සමාන වේ.

II ක්‍රමය - රාශි 2 ක් අතර අනුපාතයක් තවත් රාශි දෙකක අනුපාතයකට සමාන නම් වම්පස ලවය හා දකුණු පස හරයේ ගුණිතයත් දකුණු පස ලවයේ හා වම්පස හරයේ ගුණිතයත් සමාන වේ. එබැවින්

$$\frac{3}{(x+2)} = \frac{6}{(3x-1)}$$

$$3(3x-1) = 6(x+2)$$

$$9x - 3 = 6x + 12$$

$$9x - 6x = 12 + 3$$

$$3x = 15$$

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

නිදසුන (6) $5\left(3+\frac{1}{a}\right) - 2\left(\frac{1}{3a}+8\right) = 3\frac{1}{3}$ විසඳන්න.

පළමු ව වරහන් ඉවත් කර පසුව හරයේ පදය ඉවත් කරන්න.

$$5\left(3+\frac{1}{a}\right) - 2\left(\frac{1}{3a}+8\right) = 3\frac{1}{3}$$

$$15 + \frac{5}{a} - \frac{2}{3a} - 16 = \frac{10}{3}$$

$$\frac{5}{a} - \frac{2}{3a} = \frac{10}{3} + 1$$

$$15 - 2 = \frac{13}{3} \times 3a$$ ($3a$ වලින් ගුණ කිරීමෙන්)

$$13 = 13a$$

$$1 = a$$

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

▲ ඉහත නිදසුන්වල දී භාග සහිත සරල සමීකරණ විසඳීමේ දී යොදා ගත හැකි ක්‍රම කීපයක් හඳුන්වාදී ඇත. ඉන් ගැටලුවේ විසඳුම ලබා ගැනීමට පහසු ම කෙටි ම ක්‍රමය එය විසඳීමට යොදා ගත යුතු ය.

15-2අභ්‍යාසය

විසඳන්න.

(1) $\frac{y}{2}=5$ (2) $\frac{a}{3}+2=7$ (3) $\frac{3p}{4}-\frac{p}{8}=5$

(4) $\frac{3}{m}=1$ (5) $\frac{1}{x}=4$ (6) $\frac{2}{y+4}=\frac{2}{9}$

(7) $\frac{3x}{x-2}-3=6$ (8) $\frac{5}{8}=\frac{y-3}{y}$ (9) $\frac{2}{a-3}=\frac{3}{a-2}$

(10) $\frac{1}{p}+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ (11) $\frac{2}{x+3}-\frac{1}{5}=\frac{3}{35}$ (12) $\frac{3}{m+1}+\frac{1}{m+1}=1\frac{2}{3}$

(13) $\frac{3}{2(x-5)}+\frac{4}{(x+10)}=0$ (14) $\frac{3}{2x-5}-\frac{4}{x+10}=0$ (15) $\frac{5}{p+2}+\frac{3}{p+2}+\frac{1}{2}=1$

(16) $\frac{m+4}{m-3}=4\frac{1}{2}$ (17) $5\left(\frac{1}{x}+1\right)+3\left(\frac{1}{x}+2\right)=15$ (18) $3\left(\frac{3}{p}+4\right)-4\left(2+\frac{1}{p}\right)=5$

(19) $2\left(5-\frac{1}{x}\right)-9=\frac{3}{x}$ (20) $15-3\left(\frac{5}{x}+2\right)-\frac{3}{x}=3$

15-3 සරල සමීකරණ ගොඩනැගීම හා විසඳීම

එදිනෙදා ජීවිතයේ දී හමුවන ගැටලු විසඳීමට ද සරල සමීකරණ ප්‍රයෝජනවත් වේ. මෙහි දී ගැටලුවල අඩංගු තොරතුරු මත පදනම් ව සමීකරණයක් ගොඩනගා විසඳීමෙන් ගැටලුවට විසඳුම සොයා ගත හැකි ය.

නිදසුන (7)

මවකගේ වයස දියණියගේ වයස මෙන් සිවු ගුණයකි. තව අවුරුදු 5කට පසු මවගේ වයස දියණියගේ වයස මෙන් තුන් ගුණයක් වේ. දියණියගේ දැන් වයස සොයන්න.

දියණියගේ දැන් වයස අවුරුදු x යයි සිතමු.

මවගේ දැන් වයස = අවුරුදු $4x$

තව වසර 5කින් දියණියගේ වයස = අවුරුදු $x + 5$

තව වසර 5කින් මවගේ වයස = අවුරුදු $4x + 5$

එහෙත් තව වසර 5කින් මවගේ වයස දියණියගේ වයස මෙන් තුන් ගුණයක් වන නිසා $4x + 5 = 3(x + 5)$ වේ.

$$4x + 5 = 3x + 15$$

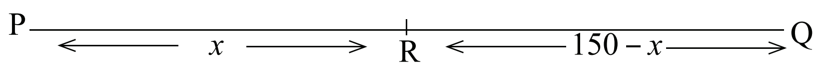
$$x = 10$$

$\therefore$ දියණියගේ දැන් වයස = අවුරුදු 10

නිදසුන (8)

P හා Q නගර දෙක අතර දුර 150 km කි. රථයක් 40 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයකින් P සිට Q වෙත යාමට ගමන් ආරම්භ කරන මොහොතේ ම තවත් රථයක් 60 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් Q සිට P වෙත යාමට ගමන් අරඹයි. එම රථ දෙක මුණ ගැසුණේ P සිට කොපමණ දුරක දී ද?

▲ එම රථ 2 හමු වන ස්ථානය R ද එයට P සිට ඇති දුර x km ද යයි සිතමු.



රථ දෙක හමු වන ස්ථානයට P සිට ඇති දුර $= x$ km

රථ දෙක හමු වන ස්ථානයට Q සිට ඇති දුර $= 150 - x$ km

PR දුර යාම සඳහා ගත වන කාලය $= \dfrac{x}{40}$ h

QR දුර යාම සඳහා ගත වන කාලය $= \dfrac{150 - x}{60}$ h

එක ම කාලයක් ගත වූ පසු රථ දෙක හමු වන බැවින්

$\dfrac{x}{40} = \dfrac{150 - x}{60}$ (120න් ගුණ කිරීමෙන් හරය කුඩා වේ.)

$$3x = 2(150 - x)$$

$$3x = 300 - 2x$$

$$5x = 300$$

$$x = 60$$

$\therefore$ රථ දෙක මුණ ගැසෙනුයේ P සිට 60km ක දුරක දී ය.

නිදසුන (9)

තැපැල් කන්තෝරුවක තිබූ මුද්දර 20 කින් කොටසක් රු. 8.50 බැගින් ද අනෙක් ඒවා රු. 5.00 බැගින් ද අලෙවි කිරීමෙන් ලද මුළු මුදල රු. 114/= ක් විය. එහි රු. 8.50 වටිනාකම ඇති මුද්දර කීයක් තිබුණි ද?

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

රු. 8.50 වටිනාකම ඇති මුද්දර ගණන a යැයි සිතමු.

එවිට රු. 5.00 වටිනාකම ඇති මුද්දර ගණන $= 20 - a$

රු. 8.50 මුද්දර විකිණීමෙන් ලැබෙන මුදල $=$ රු. $8.50\,a$

රු. 5.00 මුද්දර විකිණීමෙන් ලැබෙන මුදල $=$ රු. $5(20 - a)$

$$8.50\,a + 5(20 - a) = 114$$
$$8.50\,a + 100 - 5a = 114$$
$$3.50\,a = 14$$
$$a = \frac{14}{3.50}$$
$$a = 4$$

∴ රු. 8.50 වටිනාකම ඇති මුද්දර ගණන 4කි.

15-3 අභ්‍යාසය

පහත ගැටලුවලට අදාල සමීකරණ ගොඩනගා විසඳන්න.

(1) අනුයාත සංඛ්‍යා දෙකක ඓක්‍යයේ දෙගුණය 82 කි. සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

(2) රුවන්ගේ වයස රහිම්ගේ වයස මෙන් තුන් ගුණයට 10 කින් අඩු ය. දෙදෙනාගේ වයස්වල පරතරය අවුරුදු 14ක් නම් රුවන්ගේ වයස සොයන්න.

(3) සෘජුකෝණාස්‍රයක දිග පළල මෙන් දෙගුණයට වඩා 5 mක් අඩු ය. එහි පරිමිතිය 62m නම් සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිගත් පළලත් සොයන්න.

(4) තැඹිලි හා කුරුම්බා විකුණන වෙළෙන්දෙක් කුරුම්බා ගෙඩියක් රු. 12 බැගින්ද තැඹිලි ගෙඩියක් රු.15/= බැගින් ද විකිණීමෙන් රු.264/= ආදායමක් ලබයි. ඔහු විකුණන තැඹිලි හා කුරුම්බා ගෙඩි ගණන 20 ක් නම් ඔහු විකුණන කුරුම්බා ගෙඩි ගණන සොයන්න.

(5) අයියාගේ වයස නංගීගේ වයස මෙන් තුන් ගුණයකි. තව වසර 4කට පසු අයියාගේ වයස නංගීගේ වයස මෙන් දෙගුණයක් වේ. අයියාගේ දැන් වයස සොයන්න.

(6) සංඛ්‍යා දෙකක් අතුරෙන් එකක් අනෙකට වඩා 12 ක් වැඩි ය. කුඩා සංඛ්‍යාවෙන් $\frac{5}{6}$ ක් විශාල සංඛ්‍යාවෙන් $\frac{1}{2}$ ට සමාන නම් සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

(7) සමපාද ත්‍රිකෝණයක් සාදා ඇති කම්බියක් මුළුමනින් ම ප්‍රයෝජනයට ගෙන සෘජුකෝණාස්‍රයක් සාදනු ලැබේ. සෘජුකෝණාස්‍රයේ එක් සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පාදයකට වඩා 1 cm බැගින් දිග වැඩි වන අතර අනෙක් සම්මුඛ පාද යුගලය සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පාදයකට වඩා 5 cm බැගින් දිගින් අඩු ය සමපාද ත්‍රිකෝණයේ පාදයක දිග සොයන්න.

(8) චිත්‍රපට දර්ශනයක් සඳහා රු. 75.00, රු. 50.00 සහ රු. 25.00 යන ප්‍රවේශපත් නිකුත් කරන ලදි. රු. 75.00 ප්‍රවේශ පත්‍ර ගණන මෙන් දෙගුණයක් රු. 50.00 ප්‍රවේශ පත්‍ර අලෙවි විය. රු. 25.00 ප්‍රවේශ පත්‍ර ගණන රු. 50.00 ප්‍රවේශ පත්‍ර ගණනට වඩා 100ක් වැඩි ය. ප්‍රවේශපත අලෙවියෙන් ලැබූ ආදායම රු. 20500.00 නම් අලෙවි වූ මුළු ප්‍රවේශ පත්‍ර ගණන සොයන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

(9) x හා y නම් නගර දෙකක් අතර දුර 80 km කි. මෝටර් රථයක් මින් පළමු කොටස 60 kmh^{-1} වේගයෙන් ද ඉතිරි කොටස 25 kmh^{-1} වේගයෙන් ද ගමන් කිරීමට පැය $2\frac{1}{2}$ ක් ගනී. ගමනේ පළමු කොටසේ දුර සොයන්න.

(10) වෙළෙඳ සැලක අලෙවියට තිබුණු නිල්පාට පෑන් සංඛ්‍යාව රතුපාට පෑන් සංඛ්‍යාවට වඩා 11 ක් වැඩි ය. රතුපාට පෑන් සංඛ්‍යාවෙන් $\frac{5}{7}$ ක් නිල්පාට පෑන් සංඛ්‍යාවේ $\frac{2}{5}$ සමාන නම් නිල්පාට පෑන් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

15-4 ඒකජ සමගාමී සමීකරණ

එක් අඥාත රාශියක් සහිත සමීකරණ විසඳන ආකාරය අපි ඉගෙන ගනිමු. අඥාතයන් කීපයක් සහිත සමීකරණ යෙදෙන අවස්ථා ඇත.

උදා - සංඛ්‍යා දෙකක ඓක්‍යය 10 කි. සංඛ්‍යා දෙක m හා n නම්, $m + n = 10$ ලෙස සමීකරණයක් ගොඩනැගිය හැකි නමුත් m හා n හි අය ගණන් ගැන නිශ්චිත ව කිව නොහැකි ය. මෙය විසඳීමට m හා n අතර තවත් සම්බන්ධයක් තිබිය යුතු ය.

එම සංඛ්‍යා දෙකේ අන්තරය 4 කි.

එවිට $m - n = 4$ වේ.

මෙවැනි සමීකරණ සමගාමී සමීකරණ ලෙස හැඳින්වෙයි. එහි දී අනුගමනය කළ හැකි ක්‍රම කීපයක් ඇත.

I ක්‍රමය - ආදේශයෙන් විසඳීම

$$m + n = 10$$
$$m - n = 4 \quad \text{විසඳමු}$$

$$m + n = 10 \text{ ———— } (1)$$
$$m - n = 4 \text{ ———— } (2)$$

(2) න් $m = 4 + n$

මෙම අගය (1) ට අදේශ කළ විට

$$(4 + n) + n = 10$$
$$4 + 2n = 10$$
$$2n = 6$$
$$n = 3$$

n හි අගය (1) ට අදේශ කළ විට

$$m + n = 10$$
$$m + 3 = 10$$
$$m = 10 - 3$$
$$m = 7$$

විසඳුම් $m = 7, \quad n = 3$

විසඳුමේ නිරවද්‍යතාව මෙසේ පරීක්ෂා කළ හැකි ය.

$m + n = 10$

වම් පැත්ත $m + n = 7 + 3$

$= 10$

දකුණු පැත්ත $= 10$

වම් පැත්ත = දකුණු පැත්ත

$m - n = 4$

වම් පැත්ත $7 - 3 = 4$

දකුණු පැත්ත $= 4$

වම් පැත්ත = දකුණු පැත්ත

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

m හා n හි විසඳුම් දෙක ම සමීකරණ දෙක ම තෘප්ත කරන බැවින් එම විසඳුම් නිවැරදි ය.

II ක්‍රමය - එක් විචල්‍යයක් ඉවත් කිරීමේ ක්‍රමය

$x + 2y = 5$

$x - y = -1$ විසඳමු

$x + 2y = 5$ ———— (1)

$x - y = -1$ ———— (2)

(1) – (2) $\quad (x + 2y) - (x - y) = 5 - (-1)$

$x + 2y - x + y = 5 + 1$

$3y = 6$

$y = 2$

y = 2 (1) ආදේශ කළ විට

$x + 2 \times 2 = 5$

$x + 4 = 5$

$x = 5 - 4$

$x = 1$

විසඳුම $x = 1, \quad y = 2$

මුල් ගැටලුවේ විසඳුමේ නිරවද්‍යතාව පරීක්ෂා කළ ආකාරයට මෙම සමගාමී සමීකරණයේ ද නිරවද්‍යතාව පරීක්ෂා කළ හැකි ය.

නිදසුන (10) $\quad 2a + 3b = 16$

$4a + 3b = 26$ විසඳන්න.

▲ සංගුණක සමාන වන්නේ bවල නිසා (2) සමීකරණයෙන් (1) සමීකරණය අඩු කරන්න.

$2a + 3b = 16$ ———— (1)

$4a + 3b = 26$ ———— (2)

(2) – (1) $\quad 2a = 10$

$a = 5$

$a = 5$ (1) සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්

$2a + 3b = 16$

$10 + 3b = 16$

$3b = 6$

$b = 2$ $\quad$ විසඳුම $a = 5$ හා $b = 2$ වේ.

15-4 අභ්‍යාසය

විසඳන්න.

(1) $x + y = 5$
$x - y = 1$

(2) $a + 2b = 7$
$2a - 2b = 2$

(3) $m + n = 8$
$2m + n = 2$

(4) $4x - y = 7$
$4x - 2y = 2$

(5) $x + 2y = 11$
$x - 4y = 5$

(6) $2a + 3b = 14$
$-2a + 2b = 16$

(7) $3a - 2b = 10$
$-3a + 3b = -6$

(8) $3x + 4y = 4$
$3x - 2y = 16$

(9) $2.5a + 1.3b = 11.3$
$1.5a - 1.3b = 4.7$

(10) $x + 0.2y = 7$
$x + 0.1y = 6$

සංගුණක සමාන වන සජාතීය පද ඇතුළත් සමීකරණ ඉහත ආකාරයට විසඳිය හැකි නමුත් සජාතීය පදවල සංගුණක සමාන නොවන අවස්ථාවල දී ඉවත් කිරීමට බලාපොරොත්තු වන අඥාත පදවල සංගුණක සමාන කරගත යුතු ය.

එවැනි සමීකරණවල විසඳුම් සොයා ගන්නා ආකාරය පහත නිදසුන්වල දක්වේ.

III ක්‍රමය - සංගුණකය සමාන කර විසඳීම

නිදසුන (11)

$2x + 3y = 12$
$x + 2y = 7$ විසඳන්න.

$2x + 3y = 12$ —— (1)
$x + 2y = 7$ —— (2)
(2) x 2 ➔ $2x + 4y = 14$ —— (3)
(3) – (1) ➔ $y = 2$
$y = 2$ (1) සමීකරණයේ ආදේශ කිරීමෙන්
$2x + 3y = 12$
$2x + 3 \times 2 = 12$
$2x + 6 = 12$
$2x = 6$
$x = 3$

විසඳුම $y = 2$ හා $x = 3$ වේ.

නිදසුන (12)

$3a + 4b = 15$
$4a + 3b = 13$ විසඳන්න.

$3a + 4b = 15$ —— (1)
$4a + 3b = 13$ —— (2)
(1) x 4 ➔ $12a + 16b = 60$ —— (3)
(2) x 3 ➔ $12a + 9b = 39$ —— (4)
(3) – (4) ➔ $7b = 21$
$b = 3$
$b = 3$ (1) සමීකරණයේ ආදේශ කිරීමෙන්
$3a + 4b = 15$
$3a + 12 = 15$
$3a = 3$
$a = 1$

විසඳුම $b = 3$ හා $a = 1$ වේ.

නිදසුන (13)

$$\frac{3a}{6} - \frac{b}{2} = 2$$
$$\frac{2a}{12} + \frac{3b}{2} = 4$$ විසඳන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

$$\frac{3a}{6} - \frac{b}{2} = 2 \quad \text{——} (1)$$

$$\frac{2a}{12} + \frac{3b}{2} = 4 \quad \text{——} (2)$$

(1) x 6 $\quad 3a - 3b = 12$ —— (3)
(2) x 12 $\quad 2a + 18b = 48$ —— (4)
(3) x 6 $\quad 18a - 18b = 72$ —— (5)
(4) + (5) $\quad 20a = 120$
$a = 6$

$a = 6$ (3) සමීකරණයේ ආදේශ කිරීමෙන්

$3a - 3b = 12$
$18 - 3b = 12$
$-3b = -6$
$b = 2$

විසඳුම $a = 6$ හා $b = 2$ වේ.

නිදසුන (14)

$$\frac{x+y}{7} = \frac{3x-1}{8} = \frac{x+y-4}{3} \quad \text{විසඳන්න.}$$

මෙයින් සමීකරණ තුනක් ගොඩනැගිය හැකිය. සමගාමී සමීකරණ ලෙස විසඳුම් ලබා ගැනීමට අවශ්‍ය වන්නේ සමීකරණ දෙකක් නිසා එක් සමීකරණ යුගලයක් ලබා ගනිමු.

$$\frac{x+y}{7} = \frac{3x-1}{8} \quad \text{——} (1)$$

$$\frac{x+y}{7} = \frac{x+y-4}{3} \quad \text{——} (2)$$

(1) ⟶ $8(x + y) = 7(3x - 1)$
$8x + 8y = 21x - 7$
$13x - 8y = 7$ —— (3)
(2) ⟶ $3(x + y) = 7(x + y - 4)$
$3x + 3y = 7x + 7y - 28$
$4x + 4y = 28$ —— (4)
(4) x 2 $\quad 8x + 8y = 56$
(3) + (5) $\quad 21x = 63$
$x = 3$

$x = 3$ (3) සමීකරණයේ ආදේශ කිරීමෙන්

$13x - 8y = 7$
$39 - 8y = 7$
$-8y = -32$
$y = 4$

විසඳුම $x = 3$ හා $y = 4$ වේ.

15-5 අභ්‍යාසය

(1) $x + 2y = 13$
$2x - 5y = 31$

(2) $2a - b = 2$
$3a + 2b = 17$

(3) $3m + 2n = 11$
$5m + 3n = 17$

(4) $4x - 3y = 8$
$3x + 4y = 31$

(5) $0.3x + 1.1y = 2$
$1.5x - 1.2y = 3.3$

(6) $2a + 3b = 6$
$7a + 5b = -1$

(7) $3(x + y) = 24$
$2x + 4y = 18$

(8) $x + 3y = 21$
$3x - 14 = 2x - y$

(9) $2x - 3y = 9$
$3x - 14 = 2x - y$

(10) $3(a - 3) = 1 - 4b$
$5a + 4 = 2(b - 7)$

(11) $c + \frac{d}{3} = 11$
$4c - \frac{d}{2} = 22$

(12) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 7$
$x - \frac{y}{8} = 8$

(13) $5a - 3b = 14$
$\frac{a}{4} - \frac{b}{2} = 1\frac{3}{4}$

(14) $\frac{x + 6}{5y} = 2$
$\frac{x - 2y}{x + y} = \frac{2}{5}$

(15) $\frac{a + 3}{4} = \frac{b + 1}{2} = \frac{a + b + 2}{5}$

15-5 සමගාමී සමීකරණ ගොඩනැගීම හා විසඳීම

නිදසුන (15)

නගර සේවා බසයක රු. 5/= හා රු. 6/= ටිකට්පත් පමණක් නිකුත් කරනු ලැබේ. එක් දිනක දී බසයෙන් ලද ආදායම රු. 3350/=කි. එදින රු.6 ටිකට්පත්වලින් ලැබුණු ආදායම රු. 5 ටිකට්පත්වලින් ලැබුණු ආදායමට වඩා රු. 850/= ක් වැඩි ය. එදින විකුණන ලද රු. 6/=යේ ටිකට්පත් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

එදින විකිණූ රු. 5/= ටිකට්පත් සංඛ්‍යාව $= x$ ලෙස ද
එදින විකිණූ රු. 6/= ටිකට්පත් සංඛ්‍යාව $= y$ ලෙස ද ගනිමු.
රු. 5/= ටිකට්වලින් ලැබූ ආදායම = රු. $5x$
රු. 6/= ටිකට්වලින් ලැබූ ආදායම = රු. $6y$

$5x + 6y = 3350$ —— (1)
$6y - 5x = 850$ —— (2)
(1) + (2) $12y = 4200$
$y = 350$

එදින විකිණූ රු. 6 ටිකට්පත් සංඛ්‍යාව = 350

නිදසුන (16)

එක්තරා විදුහලක විභාග ගාස්තු ලෙස 10 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ගෙන් රු. 25/= බැගින් ද 11 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ගෙන් රු. 30/= බැගින් ද එකතු කළ විට එකතු වූ මුළු මුදල රු. 9400/= කි. පසු ව මුදල් ඉතිරි වූ බැවින් 10 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ට රු. 10/= බැගින් ද 11 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ට රු.8/= බැගින් ද බෙදා දෙන ලදි. එසේ බෙදා දෙන ලද ඉතිරි වූ මුදල රු. 3040/= කි. එම විදුහලේ 10 ශ්‍රේණියේ සහ 11 ශ්‍රේණියේ ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යා වෙන වෙන ම සොයන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

එම විදුහලේ 10 ශ්‍රේණියේ ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව $= x$ ද
11 ශ්‍රේණියේ ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව $= y$ ද ලෙස ගනිමු.
10 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ගෙන් එකතු වූ මුදල = රු. $25x$
11 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ගෙන් එකතු වූ මුදල = රු. $30y$
10 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ට ආපසු දුන් මුදල = රු. $10x$
11 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ට ආපසු දුන් මුදල = රු. $8y$

$$25x + 30y = 9400 \text{ —— } (1)$$
$$10x + 8y = 3040 \text{ —— } (2)$$
$(1) \div 5 \quad 5x + 6y = 1880$ —— (3)
$(2) \div 2 \quad 5x + 4y = 1520$ —— (4)
$(3) - (4) \quad 2y = 360$
$y = 180$

$y = 180$ (3) සමීකරණයේ ආදේශ කිරීමෙන්
$$5x + 6y = 1880$$
$$5x + 1080 = 1880$$
$$5x = 800$$
$$x = 160$$

∴ එම විදුහලේ
10 ශ්‍රේණියේ සිසුන් සංඛ්‍යාව = 160 ක් ද
11 ශ්‍රේණියේ සිසුන් සංඛ්‍යාව = 180 ක් ද වේ.

15-6 අභ්‍යාසය

(1) සංඛ්‍යා දෙකක ඓක්‍යය 40 ද අන්තරය 4 ද වේ. එම සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

(2) වෙළෙන්දෙක් තමා ළඟ තිබූ ඇපල් ගෙඩියක් රු. 15/= බැගින් ද දොඩම් ගෙඩියක් රු. 12 බැගින් ද විකුණා රු. 600/= ක ආදායමක් ලැබී ය. ඔහු දොඩම්වලින් ලද ආදායම ඇපල්වලින් ලද ආදායමට වඩා රු. 120/= කින් වැඩි ය. ඔහු විකුණන ලද දොඩම් ගෙඩි ගණන සොයන්න.

(3) එක්තරා වෙළෙඳසලක පිහියක් රු. 100/= ක් ද කතුරක් රු. 80/= ක් ද ලෙස මිළ ලකුණු කොට ඇත. ඒවා විකිණීමෙන් අපේක්ෂිත ආදායම රු. 1680/=කි. පිහියක් රු. 80 බැගින් ද කතුරක් රු. 100 බැගින්ද විකුණා තමා රු. 1740/= ආදායමක් ලද බව පදික වෙළෙන්දෙකු කී ය. වෙළඳසැලේ පිහි කීයක් විකිණීමට තිබුණේ ද?

(4) රස කැවිල්ලක් සෑදීමට යෙදූ පිටි සහ සීනි ප්‍රමාණ අතර අනුපාතය 1:2 විය. මෙම දෙවර්ගයෙන් ම තවත් 250g බැගින් එක් කිරීමෙන් වෙනත් රස කැවිල්ලක් සාදන අතර එහි පිටි සහ සීනි අතර අනුපාතය 2:3 වේ. පළමු රස කැවිල්ල සඳහා යොදන ලද පිටි ප්‍රමාණ සොයන්න.

(5) සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ගොඩනැගිල්ලක පරිමිතය 74 m වේ. මෙම ගොඩනැගිල්ලේ දිගෙන් අඩක දිගක් ඇති පළලින් $\frac{1}{3}$ ක පළලක් ඇති ශාලාවක් එය තුළ වෙන් කර ඇත. ශාලාවේ පරිමිතිය 32m වේ. ලොකු ගොඩනැගිල්ලේ දිග හා පළල සොයන්න.

(6) එක්තරා ගමනකින් මුල් කොටස 30 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයකින් ගමන් කරන බසයකින් ද ඉතිරි කොටස 4 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයකින් පයින් ද යාමට පැය 1ක් ගත වේ. එම සම්පූර්ණ ගමන ම 45 kmh^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරන රථයකින් ගමන් කිරීමට ගත වන්නේ පැය 1/2 කි. බසයෙන් ගමන් කළ දුර ප්‍රමාණය සොයන්න.

සාරාංශය

- වීජීය භාග ඇතුළත් ඒකජ සමීකරණ විසඳීමේ දී හරයන්හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරයෙන් සමීකරණය ගුණ කර සරල සමීකරණ ලෙස සකස් කරගනු ලැබේ.
- එදිනෙදා ජීවිතයේ පැන නගින ඇතැම් ගැටලු සරල සමීකරණ වලට ගොඩනැගීමෙන් විසඳිය හැකි ය.
- සමගාමී සමීකරණ විසඳීමේ දී එක් සංරචකයක සංගුණකය සමාන කරගත යුතු ය.
- ඇතැම් ප්‍රායෝගික ගැටලු විසඳීම සඳහා ද සමගාමී සමීකරණ භාවිතයට ගැනේ.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) විසඳන්න.

(i) $x + 12 = 8$ (ii) $15 - x = 7$

(iii) $3x + 20 - 2x = 50 - 5x$ (iv) $9x - 8 = 2(3x + 14)$

(v) $2\{3x - (6 + 2x)\} = 4$

(2) පහත සඳහන් සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $3a + 5b = 27$
$4a - 5b = 1$

(ii) $3(x - 2) - 5 = x - 7y + 10$
$2(2x - 6y) = 23 - x$

(iii) $\frac{a}{4} + \frac{b}{3} = 3$
$\frac{a}{2} - \frac{b}{6} = 3\frac{1}{2}$

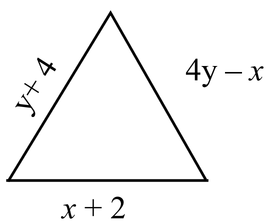
(iv) $\frac{2x+1}{4} - \frac{2y}{8} = 0$
$\frac{3x+4}{2} - \frac{y+1}{2} = -1$

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

(v) $\frac{2m+n+1}{3} = m = \frac{3n-1}{2}$

(3) නිමල් මෙසේ පවසයි. මම සංඛ්‍යා දෙකක් සිතුවෙමි. ඉන් පළමු වැන්නට 11ක් එකතු කළ විට දෙවැනි සංඛ්‍යාවේ දෙගුණය ලැබේ. දෙවෙනි සංඛ්‍යාවට 20ක් එකතු කළ විට පළමු සංඛ්‍යාවේ දෙගුණය ලැබේ. නිමල් සිතූ සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

(4)



රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. එහි ලකුණු කර ඇති පාදවල දිග අනුව x හා y අගයන් සොයා ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.

(5) ඉලක්කම් දෙකකින් යුත් සංඛ්‍යාවක්, එහි ඉලක්කම්වල ඓක්‍යය මෙන් සත් ගුණයකට සමාන වේ. තවද එම සංඛ්‍යාව, එහි ඉලක්කම් මාරු කළ විට ලැබුණු සංඛ්‍යාවට වඩා 36 කින් විශාල ය. සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

(6) වගා සේන තමාගේ මිරිස් පාත්ති දෙක පිළිබඳ ව තම මිතුරාට මෙසේ පවසයි.

''මගේ මිරිස් පාත්ති දෙක අසමානයි. ලොකු පාත්තියෙන් පැල 15 ක් කුඩා පාත්තියට යන සේ මායිම වෙනස් කළොත් පාත්ති දෙක ම සමාන වේ. එහෙත් කුඩා පාත්තියෙන් පැළ 10 ක් ලොකු පාත්තියට යන සේ මායිම වෙනස් කළොත් ලොකු පාත්තියේ කුඩා පාත්තිය මෙන් තුන් ගුණයක් පැළ තිබේ.''වගා සේනගේ පාත්ති දෙකේ තිබූ පැළ ගණන වෙන වෙන ම සොයන්න.