05 ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය

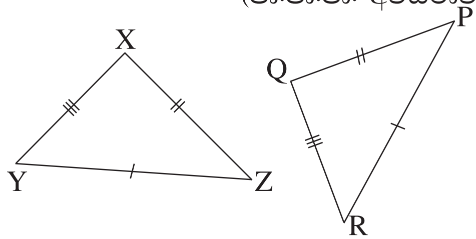
ත්‍රිකෝණයක පාද සහ කෝණ, එහි අංග ලෙස හඳුන්වන බව අපි දනිමු. ඒ අනුව එක් ත්‍රිකෝණයක පාද හා කෝණ සියල්ල තවත් ත්‍රිකෝණයක අනුරූප පාදවලට හා කෝණවලට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ අංගසම වන්නේ යැයි කියනු ලැබේ.

ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම බව "$\equiv$" සංකේතය යොදා පෙන්වනු ලැබේ.

එහෙත් ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම දැයි බැලීමට ඒවායේ අංග යුගල සියල්ල ම ගැළපීම අවශ්‍ය නැත. අංග යුගල කීපයක් ගැළපීමෙන් අංගසම අවස්ථාව හඳුනාගෙන අංගසම බව ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම විය හැකි අවස්ථා 4ක් ඇත. එම අංගසම අවස්ථා 4 විධිමත්ව අධ්‍යයනය කරමු.

පළමු අවස්ථාව - එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනේ දිග, තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනේ දිගට පිළිවෙළින් සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ. (පා:පා:පා: අවස්ථාව)



XYZ හා PQR Δ වල

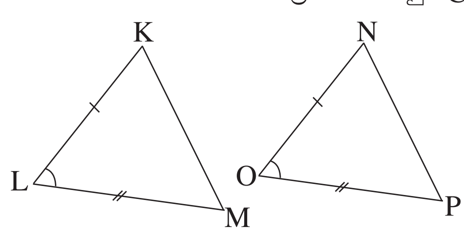
$XZ = PQ$

$YZ = PR$

$XY = QR$

ඒ අනුව $XYZ\ \Delta \equiv PQR\ \Delta$ (පා:පා:පා: අවස්ථාව)

දෙවන අවස්ථාව - එක් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සහ **අන්තර්ගත කෝණය** තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකකට සහ **අන්තර්ගත** කෝණයට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ. (පා:කෝ:පා: අවස්ථාව)



KLM හා NOP Δ වල

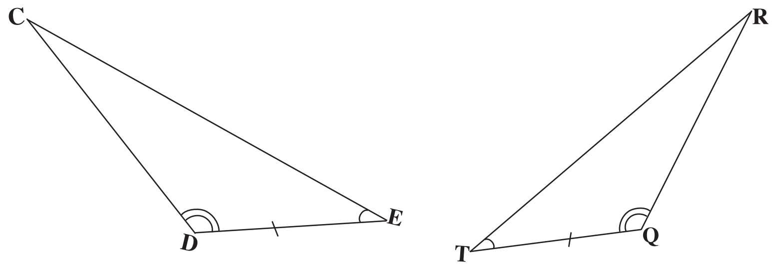
$KL = NO$

$K\hat{L}M = N\hat{O}P$

$LM = OP$

ඒඅනුව $KLM\ \Delta \equiv NOP\ \Delta$ (පා:කෝ:පා: අවස්ථාව)

තුන්වන අවස්ථාව - එක් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සහ පාදයක් තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට හා අනුරූප පාදයට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ. (කෝ:කෝ:පා: අවස්ථාව)



CDE හා TQR Δ වල

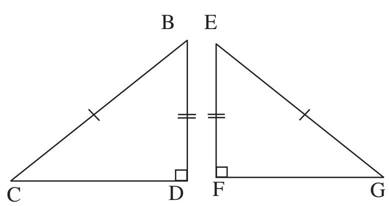
$C\hat{D}E = T\hat{Q}R$

$C\hat{E}D = R\hat{T}Q$

DE = TQ (හෝ DC = QR හෝ CE=TR විට)

CDE Δ ≡ TQR Δ (කෝ:කෝ:පා: අවස්ථාව)

හතරවන අවස්ථාව - සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකක, කර්ණ පාද දෙක දිගින් සමාන වී තවත් පාද යුගලයක් සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ. (කර්ණ පාඃ අවස්ථාව)



BCD හා EFG **සෘජුකෝණී** ත්‍රිකෝණවල

BC = EG

BD = EF

එම නිසා BCD Δ ≡ EFG Δ (කර්ණ පාඃ අවස්ථාව)

* සාධනය සඳහා මෙම අංගසම අවස්ථා යොදාගන්නා අයුරු සලකා බලමු

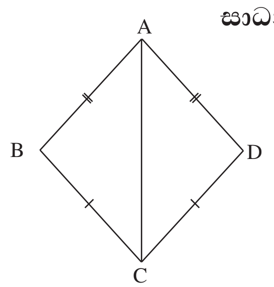
නිදසුන (1)

රූප සටහනේ දී ඇති දත්ත අනුව ABC ත්‍රිකෝණය හා ACD ත්‍රිකෝණය අංගසම බව සාධනය කරන්න.

දත්තය - ABCD චතුරස්‍රයේ AB = AD, BC = DC වේ.

සාධනය කළ යුත්ත - ABC Δ ≡ ADC Δ බව.

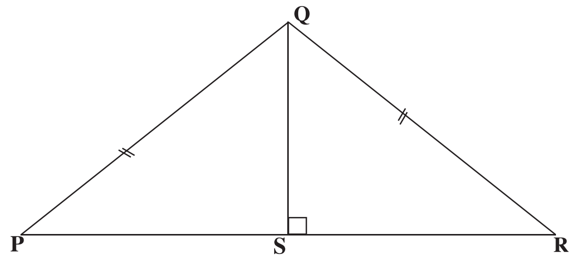
සාධනය - ABC Δ හා ACD Δ වල



AB	= AD	(දත්තය)
BC	= CD	(දත්තය)
AC	= AC	(පොදු පාදය)
∴ ABC Δ	≡ ADC Δ	(පාඃපාඃපාඃ)

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

නිදසුන (2)



රූප සටහනේ දී ඇති දත්ත අනුව PQS Δ හා QRS Δ අංගසම බව සාධනය කරන්න.

දත්තය - PQR ත්‍රිකෝණයේ PQ = RQ වේ. $\hat{Q}$ සමච්ඡේදකය PR පාදය S හිදී හමු වේ.

සාධනය කල යුත්ත - PQS Δ ≡ QRS Δ බව

සාධනය - PQS Δ හා QSR Δ වල,

PQ = QR (දත්තය)

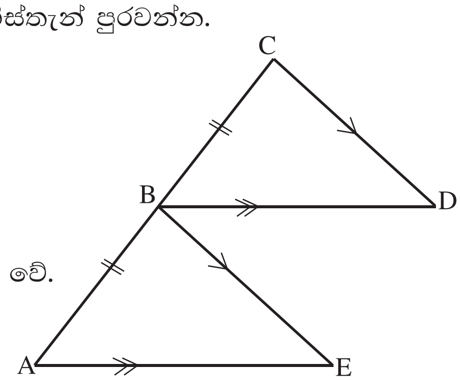
QS = QS (පොදුපාදය)

$P\hat{Q}S = R\hat{Q}S = 90^o$ (දත්තය)

∴ PQS Δ ≡ RQS Δ (කර්ණය පා.)

ක්‍රියාකාරකම (1)

රූප සටහනේ දක්වා ඇති තොරතුරු අනුව හිස්තැන් පුරවන්න.



දත්තය - ABC සරල රේඛාවකි.
CD // BE සහ BD // AE වේ.

සාධනය කළ යුත්ත - AE = BD බව

සාධනය - ABE Δ හා BCD Δ වල

AB = ... (දත්තය)

$A\hat{B}E = B\hat{C}D$ (...........................)

$B\hat{A}E$ = ... (අනුරූප කෝණ)

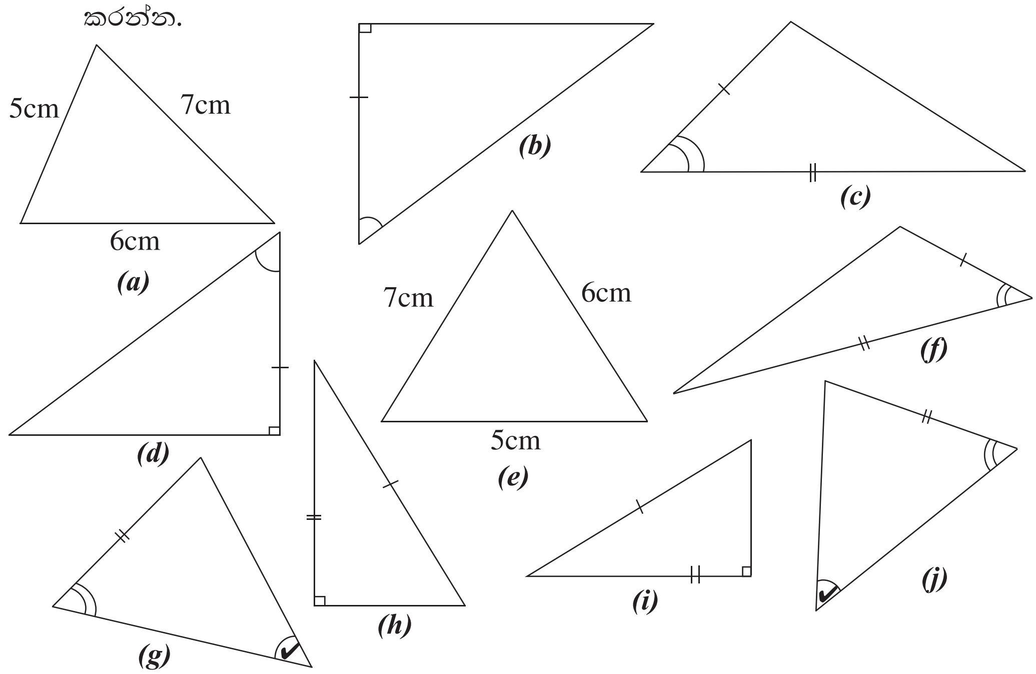
∴ ABE Δ ≡ BCD Δ (.................................)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන නිසා

AE = ...

5-1 අභ්‍යාසය

(1) පහත සඳහන් රූපසටහන්වල ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල බැගින් තෝරා ඒවා අංගසම වන්නේ කවර අවස්ථාවක දී ද යන්න සඳහන් කරන්න.



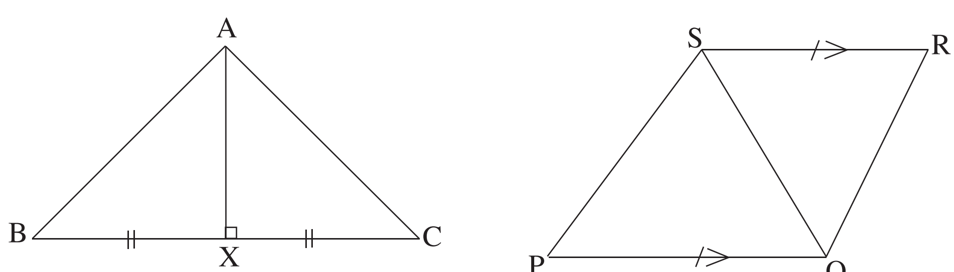
(2) දළ සටහන් ඇඳ පහත දී ඇති තොරතුරු එම රූප සටහන්වල ලකුණු කරන්න. ලැබී ඇති ත්‍රිකෝණ යුගල අංගසම වන්නේ කුමන අවස්ථාව යටතේ දැයි දක්වන්න.

(i) PQR හා ABC ත්‍රිකෝණවල PQ = AB, QR = BC $P\hat{Q}R = A\hat{B}C$ වේ.

(ii) DEF හා XYZ Δ වල DE = XY, $E\hat{D}F = Y\hat{X}Z$, $D\hat{E}F = X\hat{Y}Z$ වේ.

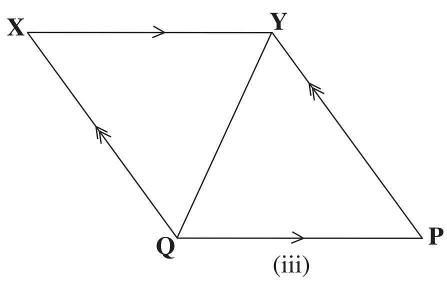
(iii) KLM හා CDE ත්‍රිකෝණවල $\hat{L} = \hat{D} = 90^0$ KM = CE, KL = DE වේ.

(3) පහත සඳහන් රූපවල ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරා අංගසම අවස්ථාව ද සමඟ ලියන්න.

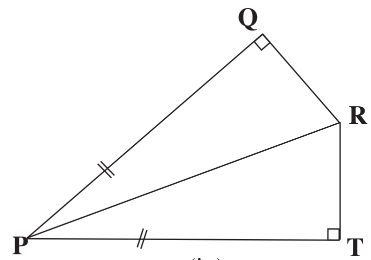


(i) (ii)

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.



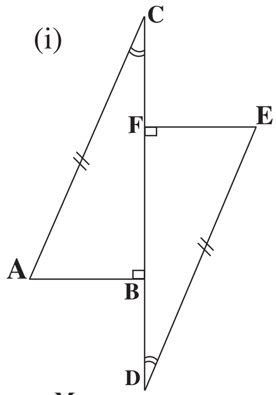
(iii)



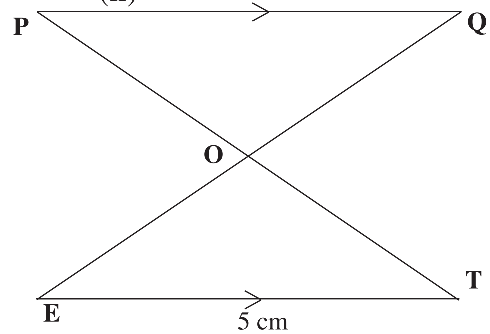
(iv)

(4) පහත සඳහන් රූපවල දක්වා ඇති තොරතුරු අනුව එහි ඇති ත්‍රිකෝණ යුගල අංගසම වීමට අවශ්‍ය කරුණු සටහන් කර පෙන්වන්න.

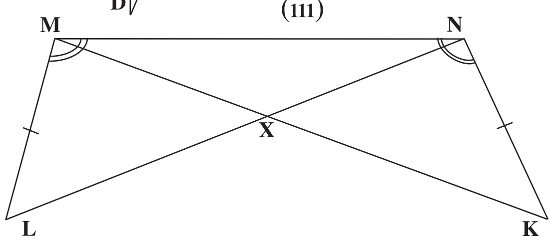
(i)



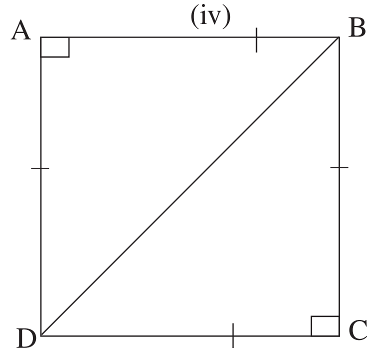
(ii)



(iii)

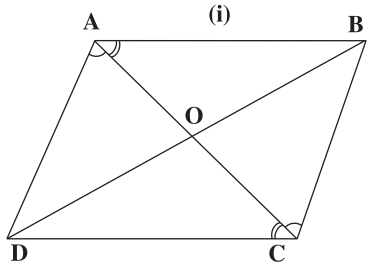


(iv)

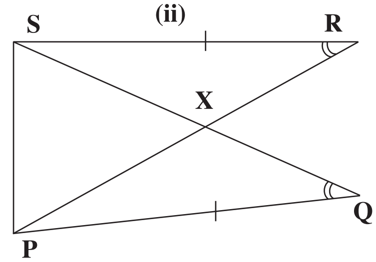


(5) පහත සඳහන් රූප සටහන්වල ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගලය බැගින් ලියන්න.

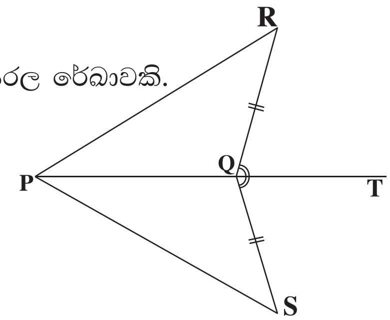
(i)



(ii)



(6)

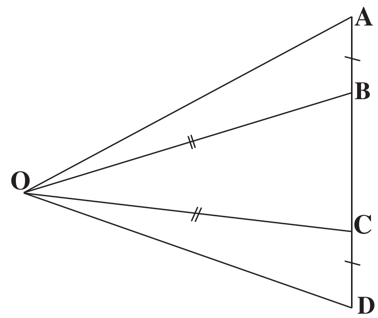


රූපයේ $R\hat{Q}T = T\hat{Q}S$ සහ RQ = QS වන අතර PQT සරල රේඛාවකි.

(i) $P\hat{Q}R = P\hat{Q}S$ වීමට හේතු දක්වන්න.

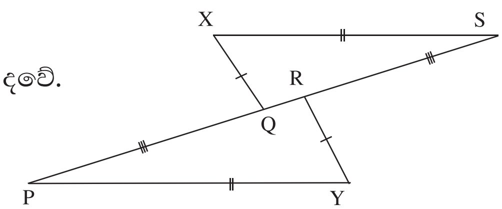
(ii) PQR Δ හා PQS Δ අංගසම බව පෙන්වන්න.

(7)



රූපයේ ABCD සරල රේඛාවකි.
OB = OC සහ AB = CD හා
$O\hat{B}A = O\hat{C}D$ නම්
AOB Δ ≡ CDO Δ බව සාධනය කරන්න.

(8)

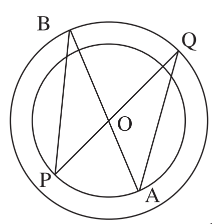


රූපයේ PQ = RS ද XQ = YR හා XS = PY ද වේ.

(i) PR = QS බව සාධනය කරන්න.

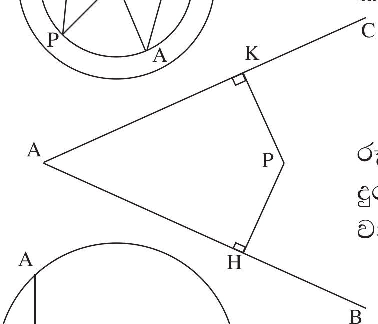
(ii) XQS Δ ≡ PRY Δ බව පෙන්වන්න.

(9)



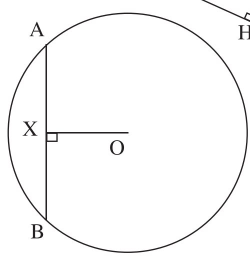
AB හා PQ සරල රේඛා වන අතර කේන්ද්‍රය O වශයෙන් ඇති ඒක කේන්ද්‍රීය වෘත්ත දෙකේ දක්වා ඇති දත්ත අනුව PB = AQ බව සාධනය කරන්න.

(10)



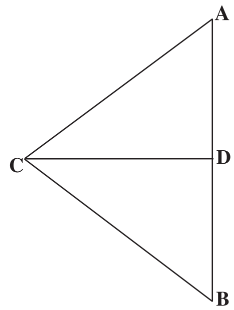
රූපයේ AC හා AB රේඛාවලට P සිට ඇති ලම්බ දුර සමාන වේ. AP මගින් $C\hat{A}B$ සමච්ඡේදනය වන බව සාධනය කරන්න.

(11)



රූපයේ O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ O සිට AB ජ්‍යායට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය X නම් AX = XB බව සාධනය කරන්න.

(12)



ABC ත්‍රිකෝණයේ AC = BC වේ. $A\hat{C}B$ සමච්ඡේදකය AB රේඛාව D හි දී හමු වේ.

(i) ACD $\Delta \equiv$ BCD Δ බව

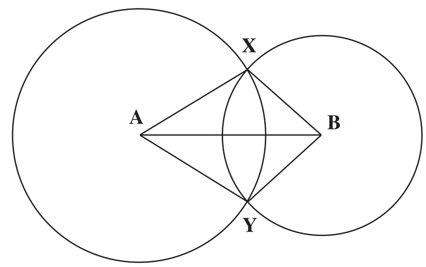
(ii) AD = BD බව

(iii) $A\hat{D}C = 90^0$ බව සාධනය කරන්න.

(13) A හා B කේන්ද්‍රය වශයෙන් ඇති අසමාන වෘත්ත දෙකක් X හා Y හිදී එකිනෙක ඡේදනය වේ.

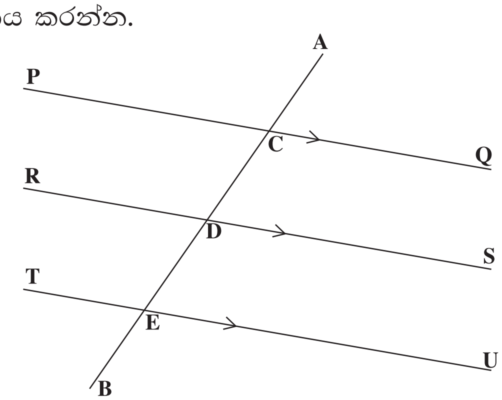
(i) $X\hat{B}A = A\hat{B}Y$ බව

(ii) $X\hat{A}B = Y\hat{A}B$ බව සාධනය කරන්න.



(14) ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් D හා E වේ. C හරහා BA ට සමාන්තර ව ඇඳි රේඛාවට දික් කළ DE, X හි දී හමු වේ. AD = CX බව සාධනය කරන්න.

(15)



PQ, RS, TU, එකිනෙකට සමාන්තර සරල රේඛා වේ. AB තීර්යක් රේඛාව PQ, RS, TU රේඛා පිළිවෙළින් C, D, E හිදී ඡේදනය කරයි.

(i) මෙම රූපය පිටපත් කරගන්න.

(ii) එහි C සිට RS ට ඇඳි ලම්බය CX ලෙසත් D සිට TU ට ඇඳි ලම්බය DY ලෙසත් ලකුණු කරන්න.

(iii) මෙහි CD = DE වේ නම් CX = DY බවත් සාධනය කරන්න.

සාරාංශය

* ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංග සම කළ හැකි අවස්ථා 4 කි.

☛ එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනේ දිග තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනේ දිගට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ.

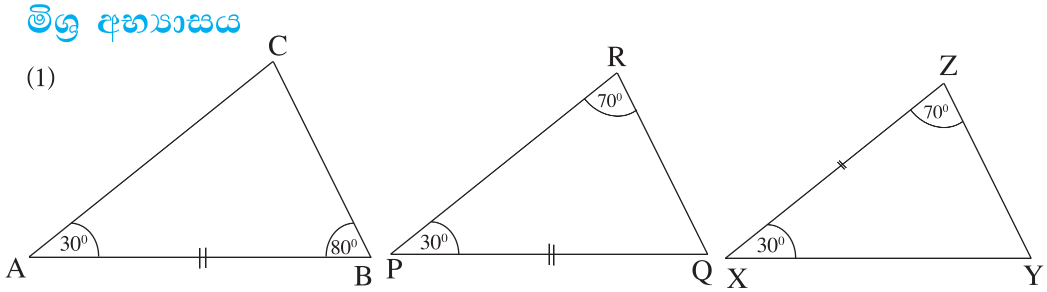
☛ එක් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සහ අන්තර්ගත කෝණය තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකකට හා අන්තර්ගත කෝණයට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ.

☛ එක් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක් තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට හා අනුරූප පාදයට සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ.

☛ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකක කර්ණ දිගින් සමාන වී තවත් පාද යුගලයක් සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ.

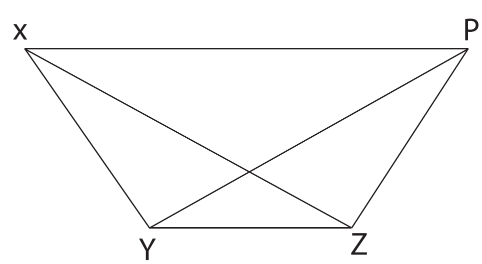
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

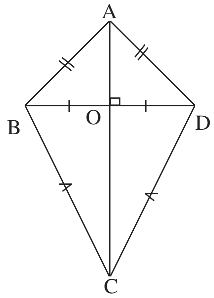
(1)



මෙම රූපවල ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව කුමන ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ ද? අංගසම අවස්ථාව කුමක් ද?

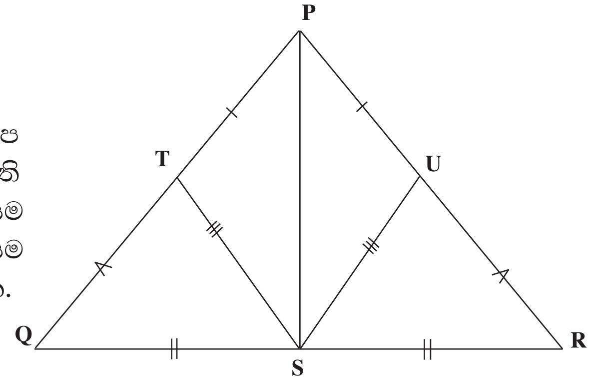
(2) රූපයේ XY = PZ වේ. XYZ Δ හා PYZ Δ පා:කෝ:පා: අවස්ථාව යටතේ අංගසම වීම සඳහා සමාන විය යුතු ඉතිරි අංග යුගල කුමක් ද?

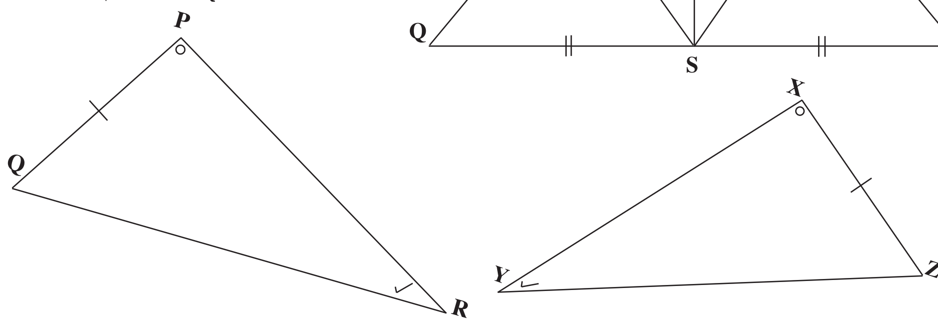


(3) 

සරුංගලයක හැඩැති රූප සටහනක් මෙහි දක්වේ. මෙහි ඇති අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගල් තෝරා ඒවා කුමන අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන්නේ දැයි සටහන් කරන්න.

(4) මෙහි දක්වෙන්නේ වහල කාප්ප බාල්කයක දළ සටහනකි.දී ඇති දත්ත අනුව මෙහි ඇති අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරා අංගසම වන අවස්ථාවද සමඟ ලියන්න.



(5) 

රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ.

(i) මෙම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වන්නේ කුමන අවස්ථාව යටතේ ද?

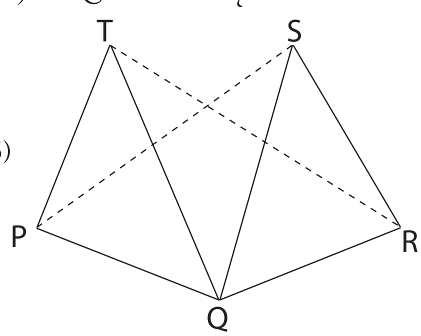
(ii) $Q\hat{P}R$ ට සම්මුඛ පාදය කුමක් ද?

(iii) $Q\hat{P}R$ ට සමාන XYZ ත්‍රිකෝණයේ කෝණය කුමක් ද?

(iv) ඉහත (iii) හි ඔබ සටහන් කළ කෝණයට සම්මුඛ පාදය කුමක් ද?

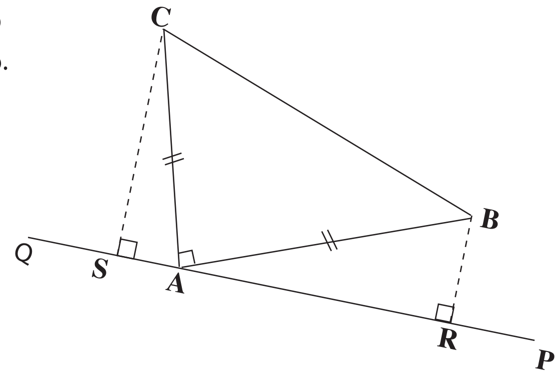
(v) ඒ අනුව QR පාදයට සමාන XYZ ත්‍රිකෝණයේ පාදය කුමක් ද?

(vi) එලෙස PR පාදයට සමාන XYZ ත්‍රිකෝණයේ පාදය කුමක් ද?

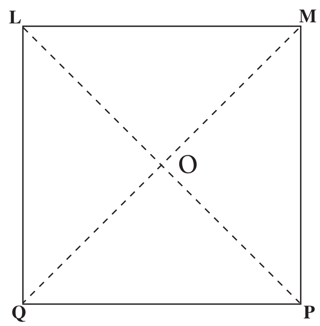
(6) 

රූපයේ PQT හා QSR ත්‍රිකෝණවල PQ = QR, PT = SR සහ QT = QS වේ. PS = TR බව සාධනය කරන්න.

(7) රූපයේ ABC යනු AB = AC වූ සමද්විපාද සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයකි. එහි A හරහා ඇඳ ඇති PQ රේඛාවට B හා C සිට BR හා CS ලම්බ ඇඳ ඇත. AR = CS බව සාධනය කරන්න.



(8)

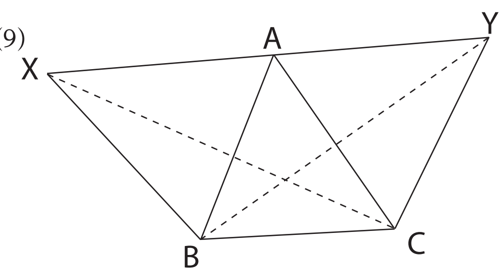


LMPQ චතුරස්‍රයේ LQ = MP, LP = MQ වේ. චතුරස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වේ.

(i) OQ = OP බව

(ii) LM // QP බව සාධනය කරන්න.

(9)



රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ AB = AC වේ. AB පාදය මත ABX සමපාද ත්‍රිකෝණය ද AC පාදය මත ACY සමපාද ත්‍රිකෝණය ද ඇඳ ඇත. XC = BY බව සාධනය කරන්න.

(10) රූපයේ ABCD සමචතුරස්‍රයකි. DQ // PB සහ CQ // AP වේ. $DQ \perp XC$ වේ

(i) $B\hat{X}Q = 90^0$ බව

(ii) $D\hat{C}Q = C\hat{B}X$ බව

(iii) $DQC\ \Delta \equiv BXC\ \Delta$ බව

(iv) XQ = DQ - QC බව සාධනය කරන්න.