2 කුලක

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- කුලක අංකන ක්‍රම හඳුනා ගැනීමට,
- කුලකයක් විස්තර කිරීමක් ලෙස, අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස, වෙන් රූපයක් ඇසුරින් හා ජනන ස්වරූපයෙන් ලියා දැක්වීමට,
- කුලක අංකන ක්‍රම භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට,
- පරිමිත කුලක දෙකක් වෙන් රූප සටහනකින් නිරූපණය කිරීමට,
- දෙන ලද කුලක කර්මවලට අදාළව වෙන් රූපයක ප්‍රදේශ ලකුණු කිරීමට,
- කුලක කර්මවලට අදාළ තොරතුරු ඇතුළත් වෙන් රූපයක ප්‍රදේශ විස්තර කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

2.1 හැඳින්වීම

නිශ්චිතව වෙන් කරගත හැකි සමූහ, කුලක ලෙස හඳුන්වන බව ඔබ මීට පෙර ඉගෙන ඇත.

1 ගවයා අඹ
කොටියා 5 පේර
11 දිවුල්
සිංහයා 7

මෙහි අයත් දෑ නිශ්චිතව හඳුනාගත හැකි සමූහවලට වෙන් කර දක්වමු.

A - ගවයා, කොටියා, සිංහයා
B - අඹ, දිවුල්, පේර
C - 1, 5, 7, 11

A, B සහ C යනු නිශ්චිතව හඳුනාගත් සමූහ හෙයින් එම සමූහ ''කුලක'' යනුවෙන් හඳුන්වනු ලැබේ. මේ අනුව,

A මගින් ඉහත සමූහයේ ඇති සිවුපා සතුන් කුලකය ද
B මගින් ඉහත සමූහයේ ඇති පලතුරු කුලකය ද
C මගින් ඉහත සමූහයේ ඇති ඉලක්කම් කුලකය ද ලෙස වෙන් කර දැක්විය හැකි වේ. එම කුලක තුන පහත දැක්වෙන ආකාරයට ද ලිවිය හැකි ය.

A = {සිවුපා සතුන්}
B = {පලතුරු}
C = {ඉලක්කම්}

එම එක එකෙහි කුලකය යන වචනය වෙනුවට සඟල වරහන යොදා ඇත.

කුලකවල අඩංගු දේවල් එම කුලකයේ අවයව ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. ඒ අනුව A , B, C එක් එක් කුලකය පහත පරිදි දැක්විය හැකි ය.

A = {ගවයා, කොටියා, සිංහයා}

B = {අඹ, දිවුල්, පේර}

C = {1, 5, 7, 11}

'' අවයවයක් වේ.'' යන්න $\in$ මගින් ද ''අවයවයක් නොවේ'' යන්න $\notin$ මගින් ද සංකේතවත් කරනු ලැබේ. ඒ අනුව,

ගවයා $\in$ A සිංහයා $\in$ A කොටියා $\in$ A

අශ්වයා $\notin$ A ලෙස ලිවිය හැකි ය.

කුලක ආශ්‍රිත වැදගත් කරුණු කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

- කුලකයක් ඉංග්‍රීසි කැපිටල් අකුරකින් නම් කරනු ලැබේ. සඟල වරහනක් තුළ කුලකයක් දක්වනු ලබයි.
- කුලකයකට අයත් දේ විස්තර කර හෝ ලැයිස්තුගත කර සඟල වරහන් තුළ දක්වයි.
- අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමේදී එක් අවයවයක් ලියනු ලබන්නේ එක් වරක් පමණි.
- අවයව කොමාවකින් වෙන්කර ලියනු ලැබේ.
- $\in$ මගින් අවයවයක් වේ යන්න දක්වයි. $x \in A$ යන්නෙහි අදහස වන්නේ x , A කුලකයේ අවයවයක් බවයි. $x \notin A$ යන්නෙහි අදහස වන්නේ x, A කුලකයේ අවයවයක් නොවන බවයි.
- A කුලකයේ ඇති අවයව ගණන පරිමිත ප්‍රමාණයක් නම් $n(A)$ මගින් එම කුලකයේ ඇති අවයව ගණන දැක්වේ.
- $\emptyset$ යනු අභිශූන්‍ය කුලකය විට $n(\emptyset) = 0$ වේ.

දී ඇති සමූහයක්, කුලකයක් ලෙස ගනු ලබන්නේ එම සමූහය නිශ්චිත ලෙසම හඳුනාගත හැකි වුවහොත් පමණි.

ඔබ ඉගෙන ඇති කරුණු මතකයට නගා ගැනීම සඳහා පහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන සමූහ ඔබේ අභ්‍යාස පොතේ පිටපත් කරගෙන ඒවා අතරින් කුලක වන ඒවාට ✓ ලකුණ ද කුලකයක් ලෙස ගත නොහැකි ඒවාට ✗ ලකුණ ද යොදන්න.

   (i) පන්තියේ සිටින උස ළමයි
   (ii) ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ ස්වර
   (iii) ලෝකයේ ඇති මහාද්වීප
   (iv) 4 වසරෙහි සිටින බුද්ධිමත් සිසුන්
   (v) ලංකාවේ සිටින දක්ෂ ක්‍රීඩකයන්
   (vi) 4 වසරේ සිටින 1.3 m ට වඩා උස සිසුන්
   (vii) ගණින සංඛ්‍යා (ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා)
   (viii) සුන්දර දිය ඇලි
   (ix) පිරිවෙනෙහි 4 වසරේ සිටින ගණිතයට දක්ෂ සිසුන්
   (x) 24 452 සංඛ්‍යාව ලිවීමට භාවිත කරන ඉලක්කම්

2. $A = \{5, 10, 15, 20, 25\}$ නම්, $\in$ හෝ $\notin$ හෝ ගැළපෙන පරිදි යොදා පහත හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) 5 ..... A (ii) 10 ..... A (iii) 8 ..... A

(iv) 20 ..... A (v) 35 ..... A

3. $X = \{$ 0 ත් 30 ත් අතර 3 ගුණාකාර$\}$
මෙහි අවයව ලියා දක්වා $n(X)$ සොයන්න.

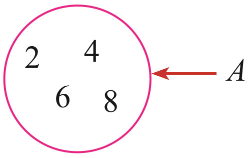
2.2 කුලක අංකනය

කුලකයක් නිරූපණය කිරීමේ විවිධ ආකාරවලට කුලක අංකන ක්‍රම යැයි කියනු ලැබේ. ඔබ දැනටමත් කුලක අංකන ක්‍රම 3ක් ඉගෙනගෙන ඇත. නිදසුනක් ලෙස 0ත් 10ත් අතර ඉරට්ට සංඛ්‍යා කුලකය සළකමු. මෙම කුලකය A ලෙස නම් කරමු.

(i) මෙම කුලකය විස්තර කිරීමක් ලෙස මෙසේ අංකනය කරමු.
$A = \{$ 0 ත් 10 ත් අතර ඉරට්ට සංඛ්‍යා$\}$

(ii) අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස ඉහත කුලකය මෙසේ දක්වමු.
$A = \{2, 4, 6, 8\}$

(iii) වෙන් සටහන් මගින් මෙම කුලකය අංකනය කරමු.



මීට අමතරව මෙම ශ්‍රේණියේ දී කුලක ජනන ස්වරූපයෙන් අංකනය කරන අයුරු විමසමු. ඉහත නිදසුන කුලක ජනන ස්වරූපයෙන් මෙසේ ලියමු.

$A = \{ x : x$ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවකි; $0 < x < 10 \}$

x : මගින් " x කෙසේද යත් " යන්න අදහස් වේ.

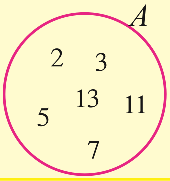
නිදසුන 1

"15ට අඩු ප්‍රථමක සංඛ්‍යා කුලකය " මෙම කුලකය A ලෙස සලකමින් ආකාර 4කට අංකනය කර දක්වන්න.

$A = \{$ 15 ට අඩු ප්‍රථමක සංඛ්‍යා $\}$ → අවයව විස්තර කර ලිවීම.

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ → අවයව ලැයිස්තුගත කිරීම.

$A = \{ x : x$ ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවකි; $x < 15 \}$ → කුලක ජනන ක්‍රමය



→ වෙන් සටහනක් මගින්

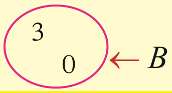
නිදසුන 2

''තිස් තුන් දහස යන සංඛ්‍යාව ලිවීමට යොදා ගන්නා ඉලක්කම් කුලකය'', විවිධ කුලක අංකන ක්‍රම මගින් ලියා දක්වන්න.

එම ඉලක්කම් කුලකය B ලෙස ගත් විට,

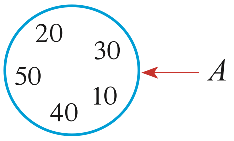
(i) B = { 33000 ලිවීමට යොදා ගත් ඉලක්කම්}

(ii) $B = \{3, 0\}$

(iii) 

2.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන කුලකවල අවයව ලැයිස්තු ගත කර ලියන්න.
   (i) 10ට අඩු ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා කුලකය
   (ii) ''සරසවිය'' යන වචනය සෑදී ඇති අකුරු කුලකය
   (iii) 25 332 සෑදී ඇති ඉලක්කම් කුලකය
   (iv) 2න් පටන් ගන්නා ඉරට්ට සංඛ්‍යා කුලකය
   (v) 72හි ප්‍රථමක සාධක කුලකය
   (vi) A = { x : x 5හි ගුණාකාරයකි; $0 < x < 30$ }
   (vii) B = { x : x ඔත්තේ සංඛ්‍යාවකි; $24 < x < 36$ }

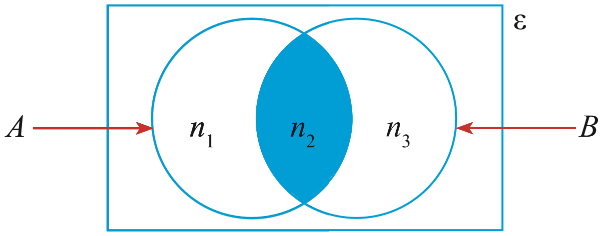
2. පහත දැක්වෙන කුලක, ජනන ස්වරූපයෙන් දක්වන්න.
   (i) P = { 10 ට අඩු පූර්ණ සංඛ්‍යා }
   (ii) Q = { 0ත් 25 ත් අතර 5හි ගුණාකාර }
   (iii) $R = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$
   (iv) T = { 0 හා 20 අතර වූ ඔත්තේ සංඛ්‍යා }
   (v) 

3. පහත දැක්වෙන කුලක, වෙන් සටහන් මගින් නිරූපණය කරන්න.
   (i) A = { ශ්‍රී ලංකාවේ ඇති පළාත් }
   (ii) B = { x : x 10හි ගුණාකාරයකි; $0 < x < 100$ }
   (iii) P = { ''රත්නපුරය'' යන වචනය සෑදී ඇති අකුරු }
   (iv) R = { x : x සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යාවකි; $0 < x < 50$ }
   (v) $T = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

2.3 කුලක දෙකක අවයව අතර සම්බන්ධතා

A හා B පරිමිත කුලක දෙකක් විට, $n(A)$, $n(B)$, $n(A\cap B)$, $n(A\cup B)$ අතර සම්බන්ධය

A හා B පරිමිත කුලක දෙක සලකමු.



මෙහි n_1 , n_2 , n_3 මඟින් එක් එක් පෙදෙසට අයත් අවයව ගණන දැක්වේ. රූපයට අනුව,

$n(A) = n_1 + n_2$

$n(B) = n_2 + n_3$

$n(A\cap B) = n_2$

$n(A\cup B) = \underbrace{n_1 + n_2} + n_3$

$n(A\cup B) = n(A) + \underbrace{n_3 + n_2} - n_2$

$n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$

ඒ අනුව,

$n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$

P හා Q කුලක දෙක සඳහා මෙම සම්බන්ධය ලියූ විට,
$n(P\cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P\cap Q)$ වේ.

$A\cap B = \emptyset$ වන විට $n(A\cap B) = 0$ වේ. එවිට,
$n(A\cup B) = n(A) + n(B)$ වේ.

නිදසුන 1

$n(A) = 10$ ද, $n(B) = 8$ ද, $n(A\cap B) = 3$ ද නම් $n(A\cup B)$ සොයන්න.

$$n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$$
$$= 10 + 8 - 3$$
$$= 15$$

නිදසුන 2

$n(P) = 12$ ද, $n(Q) = 10$ ද, $n(P \cup Q) = 18$ ද නම් $n(P \cap Q)$ සොයන්න.

$$\begin{aligned} n(P \cup Q) &= n(P) + n(Q) - n(P \cap Q) \\ 18 &= 12 + 10 - n(P \cap Q) \\ 18 &= 22 - n(P \cap Q) \\ n(P \cap Q) &= 22 - 18 \\ &= 4 \end{aligned}$$

2.2 අභ්‍යාසය

1. $n(A) = 8$ ද, $n(B) = 6$ ද, $n(A \cap B) = 2$ ද නම් $n(A \cup B)$ සොයන්න.

2. හිස්තැන් පුරවන්න.

	$n(A)$	$n(B)$	$n(A \cap B)$	$n(A \cup B)$
(i)	10	8	4	.....
(ii)	15	10	.....	25
(iii)	9	11	0	....
(iv)	14	.....	3	19
(v)	....	6	4	11

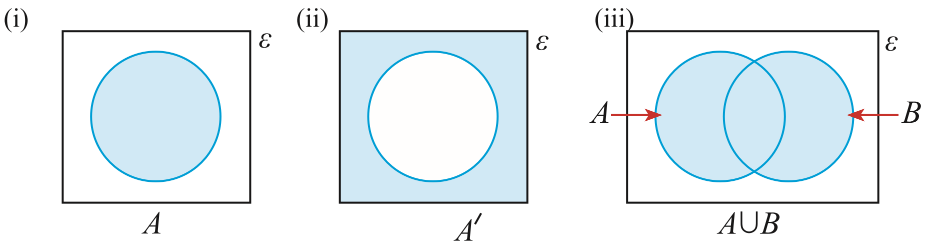
3. $n(X) = 12$ ද, $n(Y) = 8$ ද, $n(X \cup Y) = 15$ ද නම් $n(X \cap Y)$ සොයන්න.

4. $A = \{1, 3, 5, 6, 9\}$ ද $A \cap B = \{3, 5\}$, $n(B) = 4$ ද නම් $n(A \cup B)$ සොයන්න.

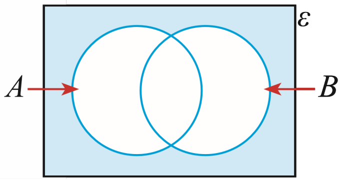
5. $n(P) = 16$, $n(Q) = 12$, $n(P \cap Q) = 0$ ද නම් $n(P \cup Q)$ සොයන්න.

2.4 වෙන් සටහනක ප්‍රදේශ

A හා B කුලක අභිශුන්‍ය කුලක නොවන විට එක් එක් අවස්ථා සඳහා ඊට අදාළ වෙන් රූප සටහනක ප්‍රදේශ හඳුනා ගනිමු. අදාළ ප්‍රදේශ වෙන් සටහනෙහි අඳුරු කර ඇත.

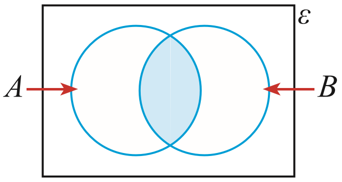


(iv)



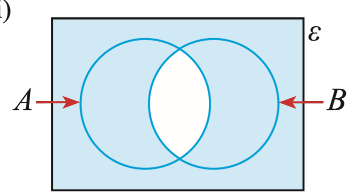
$(A \cup B)'$

(v)



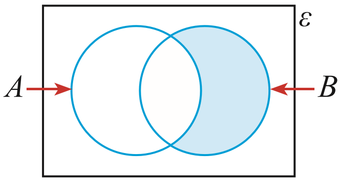
$A \cap B$

(vi)



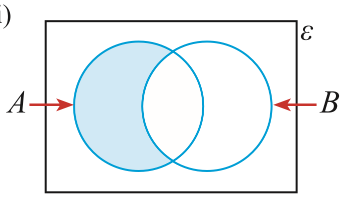
$(A \cap B)'$

(vii)



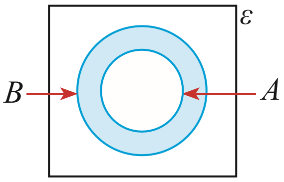
$A' \cap B$

(viii)



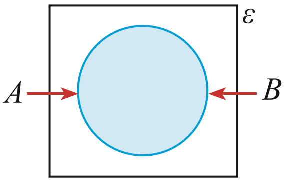
$A \cap B'$

(ix)



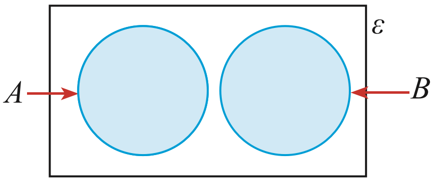
$A \subset B$ වන විට, $A' \cap B$

(x)



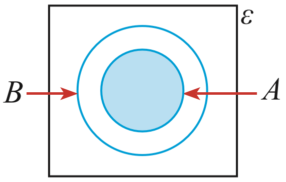
$A = B$ වන විට,
$A \cup B = A = B$

(xi)



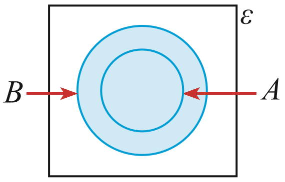
$A \cap B = \emptyset$ වන විට, $A \cup B$

(xii)



$A \subset B$ වන විට, $A \cap B = A$

(xiii)



$A \subset B$ වන විට, $A \cup B = B$

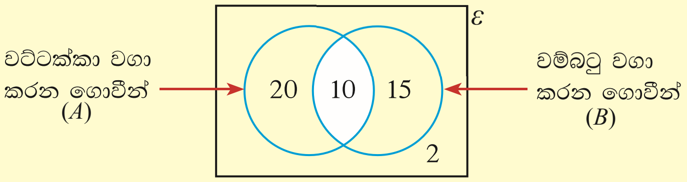
සටහන

කුලක ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමේ දී පහත සම්බන්ධය වැදගත් ය.

$$A \cup A' = \varepsilon$$
$$A \cap A' = \emptyset$$

නිදසුන 1

ගමක ජීවත්වන ගොවීන් වගා කරනු ලබන බෝග පිළිබඳ ලබා ගත් තොරතුරු පහත වෙන් රූප සටහන මගින් නිරූපණය කර ඇත.



වට්ටක්කා වගා කරන ගොවීන් ගණන $= n(A)$
$= 20 + 10$
$= 30$

වම්බටු වගා කරන ගොවීන් ගණන $= n(B)$
$= 10 + 15$
$= 25$

වම්බටු සහ වට්ටක්කා යන දෙවර්ගය ම වගා කරන ගොවීන් ගණන $= n(A \cup B)$
$= 20 + 10 + 15$
$= 45$

වම්බටු හෝ වට්ටක්කා යන දෙවර්ගය ම වගා නොකරන ගොවීන් ගණන $= n(A \cup B)'$
$= 2$

ගමේ ජීවත්වන මුළු ගොවීන් ගණන $= n(\varepsilon)$
$= 20 + 10 + 15 + 2$
$= 47$

2.3 අභ්‍යාසය

1. $X = \{$ අයේෂ්, චානක, නුවන්, ප්‍රදීප් $\}$

$Y = \{$ ශ්‍යාමල්, ගිෂාන්, චානක, ප්‍රදීප්, රංග $\}$

(i) $X \cup Y$ (ii) $X \cap Y$
එම අවයව ලියන්න.

2. A = { ''කරදරය'' යන වචනය සෑදී ඇති අකුරු }
B = { 'රත්නපුරය'' යන වචනය සෑදී ඇති අකුරු }
C = { ''සඳුසිරිපුර'' යන වචනය සෑදී ඇති අකුරු }
ඉහත A, B, C කුලක ඇසුරෙන් පහත කුලකවල අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස ලියන්න.

(i) $A \cup B$ (ii) $A \cap B$ (iii) $B \cup C$ (iv) $A \cap C$ (v) $C \cap B$

3. (*a*) $\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ද
$A = \{1, 4, 6, 8, 9\}$ ද
$B = \{2, 3, 4, 6, 7\}$ ද නම් පහත කුලකවල අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස ලියන්න.

(i) $A \cup B$ (ii) $A \cap B$ (iii) A' (iv) B' (v) $(A \cup B')$
(vi) $(A \cap B)'$

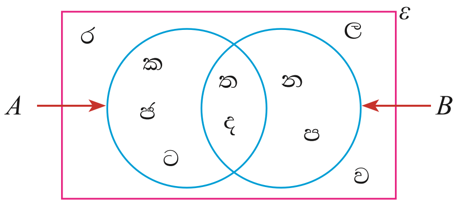
(*b*) ඉහත (*a*) හි (i), (ii), (iii), (iv), (v), (vi) වලින් දැක්වෙන කුලක වෙන වෙනම වෙන් රූප සටහනක අඳුරු කර දක්වන්න.

4. ε = { a, b, c, d, e, f, g, h } ද
A = { a, b, c, d, e } ද
B = { a, c, d, f, g } ද නම්,

(*a*) මෙම කුලක සුදුසු වෙන් රූපයක ඇතුළත් කරන්න.
(*b*) වෙන් රූපය ඇසුරින් පහත සඳහන් එක එකෙහි අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමෙන් ලියා දක්වන්න.

(i) $A \cup B$ (ii) $A \cap B$ (iii) A' (iv) $(A \cup B)'$ (v) $A' \cap B$

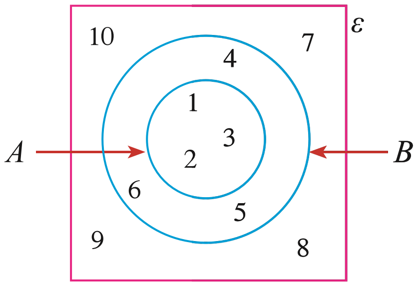
5. පහත දැක්වෙන වෙන් රූපය ඇසුරින්,



(*a*) (i) A (ii) B (iii) $A \cup B$ (iv) $A \cap B$
(v) $(A \cup B)'$ (vi) $A' \cap B$
අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමෙන් ලියා දක්වන්න.

(*b*) (i) $n(A \cup B)$ (ii) $n(A \cup B)'$ (iii) $n(\varepsilon)$
අගය සොයන්න.

6.



(a) දී ඇති වෙන් සටහන ඇසුරින් පහත දක්වා ඇති එක් එක් කුලකයේ අවයව ලියා දක්වන්න.

(i) A (ii) B (iii) $A \cup B$ (iv) $A \cap B$

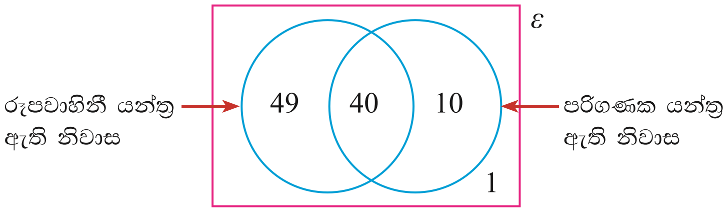
(v) A' (vi) B' (vii) $A' \cap B$

(b) දී ඇති වෙන් සටහන ඇසුරින්

(i) $n(\varepsilon)$ (ii) $n(A \cup B)$ (iii) $n(A \cap B)$ හි

අගය සොයන්න.

7. එක්තරා ගමක නිවාසවල ඇති රූපවාහිනී යන්ත්‍ර සහ පරිගණක යන්ත්‍ර පිළිබඳ ලබා ගත් තොරතුරු පහත වෙන් සටහනේ දක්වා ඇත. මෙහි දක්වා ඇති සංඛ්‍යාවලින් අදාළ නිවාස ගණන නිරූපණය වේ.



මෙම වෙන් සටහන ඇසුරින් පහත ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

(i) රූපවාහිනී යන්ත්‍ර ඇති නිවාස ගණන කොපමණ ද?

(ii) පරිගණක යන්ත්‍ර ඇති නිවාස ගණන කොපමණ ද?

(iii) රූපවාහිනී යන්ත්‍ර සහ පරිගණක යන්ත්‍ර දෙවර්ගය ම ඇති නිවාස ගණන කොපමණ ද?

(iv) රූපවාහිනී යන්ත්‍ර හෝ පරිගණක යන්ත්‍ර හෝ නොමැති නිවාස ගණන කොපමණ ද?

(v) ගමේ ඇති මුළු නිවාස ගණන කොපමණ ද?

සාරාංශය

- A හා B පරිමිත කුලක දෙකක් විට, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$