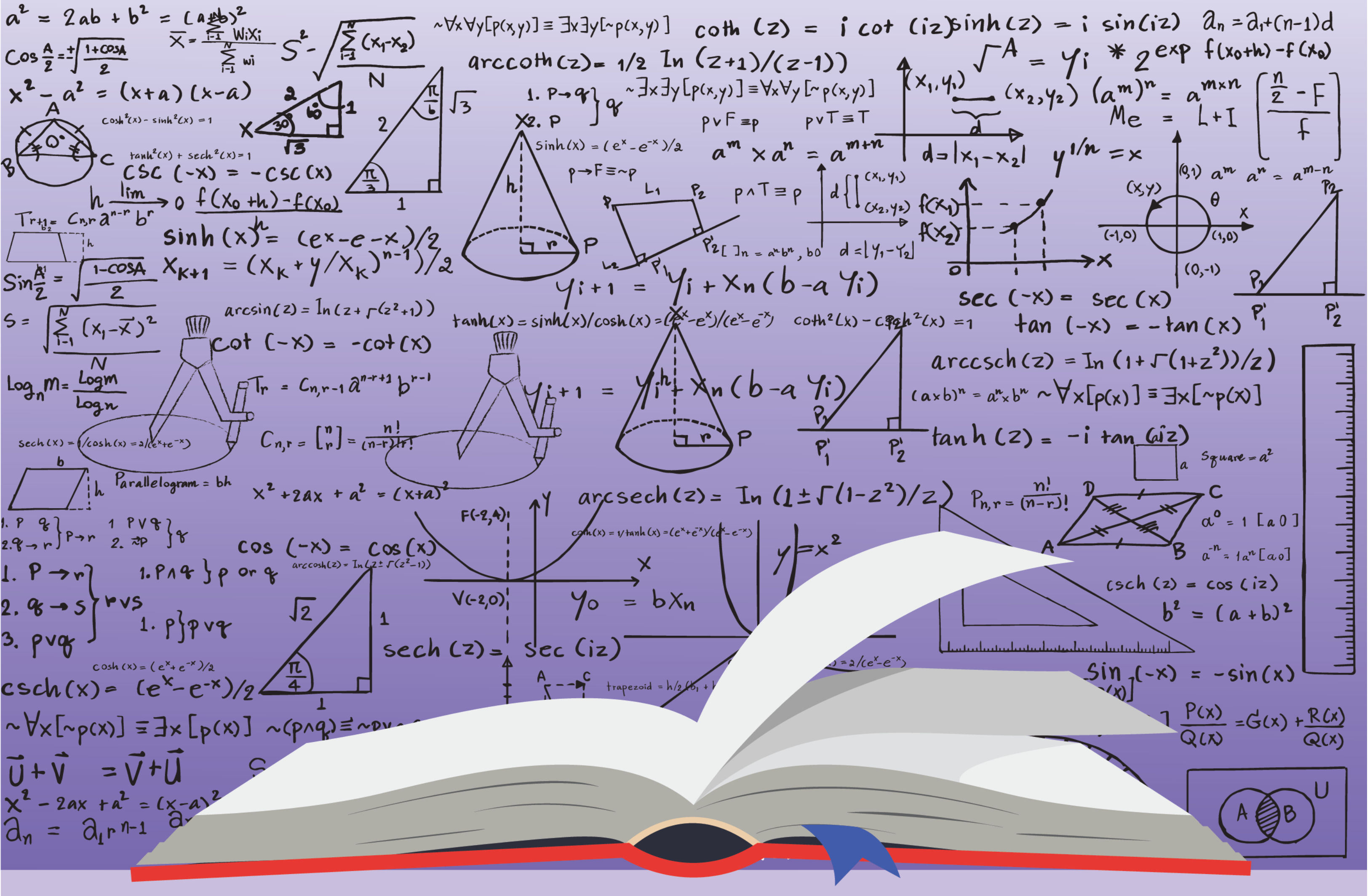
සංයුක්ත ගණිතය

5.1 පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාග වලට වෙන් කරයි.



Start Your Learning Journey with e-thaksalawa

The National e-learning Portal for The General Education

5.1.1. පරිමේය ශ්‍රිත හඳුනා හඳුනාගනියි.

P සහ Q (x) යනු බහු පද වන විට Q (x) $\neq 0$ වන විට $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ට පරිමේය ශ්‍රිතයක් යැයි කියනු ලැබේ.

උදා :- (I). $f(x) = \frac{x-2}{x^2 - 3x + 2}$

(II). $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{(x^2+1)(x^2+1)}$

(III). $f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + x - 1)(x^2 - 1)}$

(IV). $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{(x^2+1)}$

5.1.2. නියම පරිමේය ශ්‍රිත සහ විෂම පරිමේය ශ්‍රිත

P(x) හි මාත්‍රය Q(x) හි මාත්‍රයට වඩා අඩු නම් නියම පරිමේය ශ්‍රිතයක් ලෙසද P(x) හි මාත්‍රය Q(x) හි මාත්‍රයට වඩා වැඩි නම් විෂම පරිමේය ශ්‍රිතයක් ලෙසද හඳුන්වයි.

අන්තර්ගතය: එච්.ඩී. වලන්ග සශිමාල් ෆර්නැන්ඩෝ, කො/විවේකානන්ද විද්‍යාලය,කොළඹ 13.
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කලේ :
සැකසුම : ආර්.එම්.එන්.එස්.බණ්ඩාර, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය.
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

නියම පරිමේය ශ්‍රිත

උදා :-

I. $f(x) = \dfrac{x}{(x^2 - 1)}$

II. $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{(x^3 - 1)}$

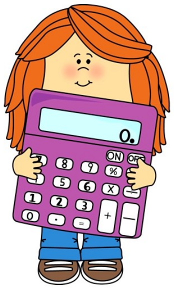
III. $f(x) = \dfrac{1}{x^3 + 1}$

විෂම පරිමේය ශ්‍රිත

උදා :-

I. $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 1}{(x + 1)}$

II. $f(x) = \dfrac{x^3 + x + 1}{(x^2 - 1)}$



5.1.3. නියම පරිමේය ශ්‍රිත වල භින්න භාග

පරිමේය ශ්‍රිතයන් සරල ආකාරයකින් දැක්වීමට භින්න භාග ක්‍රමය භාවිත කල හැකිය.

$\dfrac{X + 1}{(x^2 - 5x + 6)}$ භින්න භාග වලට පෙරලීම

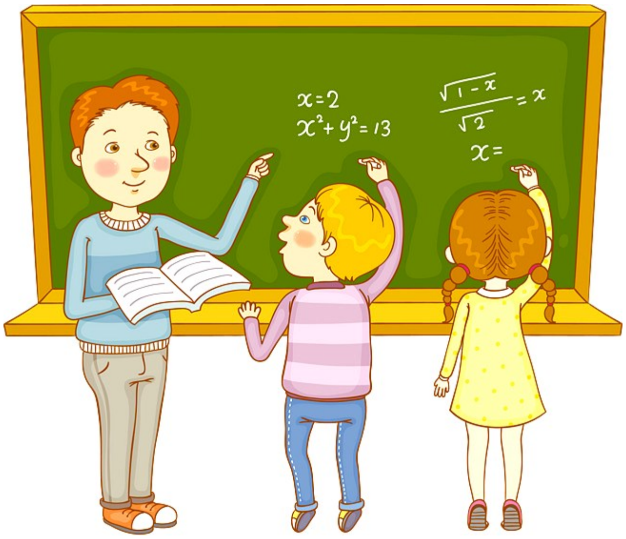
01

$\dfrac{X + 1}{x^2 - 5x + 6}$ මෙහි හරයෙහි ඇති බහු පදය සාධක වලට වෙන් කරන්න

$$\frac{X + 1}{(x-3)(x-2)} = \frac{A}{(x-3)} + \frac{B}{(x-2)}$$

$$\frac{X + 1}{(x-3)(x-2)} = \frac{A(x-2) + B(x-3)}{(x-3)(x-2)}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk



හරයන් සමාන බැවින් ලවයන් සමාන කිරීමෙන්

$(x+1) = A(x-2) + B(x-3)$

$x=3$ විට,

$3+1 = A(3-2) + B(3-3)$

$A = 4$

$x=2$ විට,

$2+1 = A(2-2) + B(2-3)$

$B = B(-1)$

$B = -3$

එම නිසා,

$$\frac{X+1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{4}{x-3} - \frac{3}{(x-2)}$$

02

$$\frac{x}{(x-1)(x+1)(x+2)} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+1)} + \frac{C}{(x+2)}$$

$$\frac{x}{(x-1)(x+1)(x+2)} = \frac{A(x+1)(x+2) + B(x-1)(x+2) + C(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)(x+2)}$$

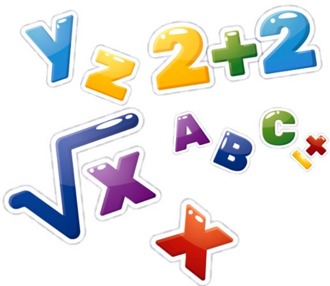
හරයන් සමාන බැවින් ලවයන් සමාන කිරීමෙන්

$X = A(x+1)(x+2) + B(x-1)(x+2) + C(x-1)(x+1)$

$X=1$ විට, $1 = A(2)(3) \longrightarrow A = 1/6$

$X=-2$ විට, $-2 = C(-3)(-1) \longrightarrow C = -2/3$

$X=-1$ විට, $-1 = B(-2)(1) \longrightarrow B = 1/2$



එම නිසා,

$$\frac{x}{(x-1)(x+1)(x+2)} = \frac{1}{6(x-1)} + \frac{1}{2(x+1)} + \frac{2}{3(x+2)}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

03

$\dfrac{X}{(x+1)(x-1)^2}$ X හි භින්න භාග සොයන්න.

$$\frac{X}{(x+1)(x-1)^2} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x-1)} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

$$\frac{X}{(x+1)(x-1)^2} = \frac{A(x-1)^2 + B(x-1)(x+1) + C(x+1)}{(x+1)(x-1)^2}$$

ලවයන් සමාන කිරීමෙන්

$$X = A(x-1)^2 + B(x-1)(x+1) + C(x+1)$$

X=1 විට, $1 = C(2) \longrightarrow C = 1/2$

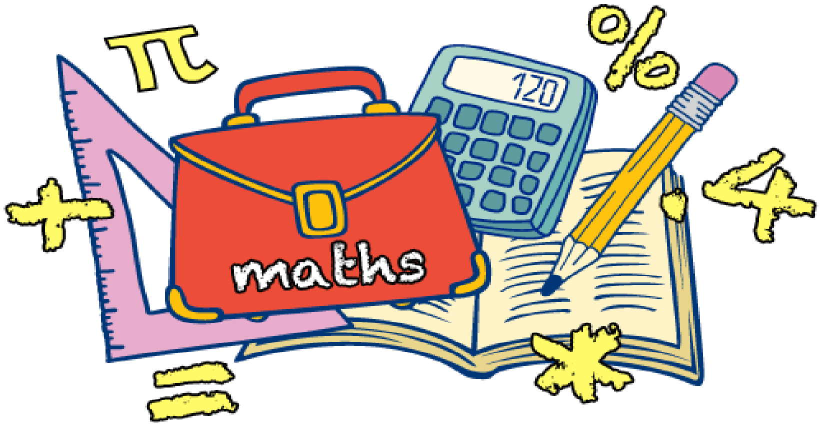
X= -1විට, $-1 = A(-2)^2 \longrightarrow A = -1/4$

X= 0 විට, $0 = A + B(-1)(+1) + C = (1)$

$0 = -1/4 - B + 1/2 \longrightarrow B = 1/4$

එනම්,

$$\frac{X}{(x+1)(x-1)^2} = \frac{1}{4(x+1)} + \frac{1}{4(x-1)} + \frac{1}{2(x-1)^2}$$



අන්තර්ගතය: එච්.ඩී. වලන්ග සශිමාල් ෆර්නැන්ඩෝ, කො/විවේකානන්ද විද්‍යාලය,කොළඹ 13.

අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කලේ :

සැකසුම : ආර්.එම්.එන්.එස්.බණ්ඩාර, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

04

$\dfrac{X-1}{(x+2)(x^2+1)}$ හි භින්න භාග සොයන්න

$$\frac{X-1}{(x+2)(x^2+1)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

$$\frac{X-1}{(x+2)(x^2+1)} = \frac{A(x^2+1) + (x+2) + (Bx+C)}{(x+2)(x^2+1)}$$

ලවයන් සමාන කිරීමෙන්

$X-1 = A\ (x^2+1) + (x+2)\ +\ (Bx+C)$

$X=-2$ විට $\quad -3 = A((-2)^2+1) \qquad A = \dfrac{3}{5}$

$X=0$ විට $\quad -1 = A + 2C$

$$2C = -1 + \frac{3}{5} = \frac{-2}{5}$$

$$C = \frac{-1}{5}$$

$X=-1$ විට $\quad -2 = A(2) + (+1)(-B+C)$

$$-2 = \frac{-3}{5} \times 2 -- B\ \frac{-1}{5}$$

$$-2 = \frac{-7}{5} - B$$

$$B = 2 - \frac{7}{5} = \frac{-2}{5}$$

එම නිසා, $\dfrac{X-1}{(x+2)(x^2+1)} = \dfrac{-3}{5(x+2)} - \dfrac{2x}{5} - \dfrac{1}{5} = \dfrac{-3}{5(x+2)} - \dfrac{(2x+1)}{5(x^2+1)}$

අන්තර්ගතය: එච්.ඩී. වලන්ග සශිමාල් ෆර්නැන්ඩෝ, කො/විවේකානන්ද විද්‍යාලය,කොළඹ 13.
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කලේ :
සැකසුම : ආර්.එම්.එන්.එස්.බණ්ඩාර, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

05

$\dfrac{3x^2 - 2x + 1}{(x^2+1)(x^2+2)}$ හි භින්න භාග සොයන්න

$$\frac{3x^2 - 2x + 1}{(x^2+1)(x^2+2)} = \frac{Ax+B}{(x^2+1)} + \frac{Cx+D}{(x^2+2)}$$

$$\frac{3x^2 - 2x + 1}{(x^2+1)(x^2+2)} = \frac{(Ax+B)(x^2+2) + (Cx+D)(x^2+1)}{(x^2+1)(x^2+2)}$$

හරයන් සමාන නිසා ලවයන් සමාන කිරීමෙන්

$3x^2 - 2x+1 = (Ax+B)(x^2+2) + (Cx+D)(x^2+1)$

$3x^2 - 2x+1 = Ax^3 + 2Ax + Bx^2 + 2B + Cx^3 + Cx + Dx^2 + D$

$3x^2 - 2x+1 = (A + C)x^3 + (B + D)x^2 + (2A+C)x + 2B+D$

X^3 සංගුනක සැසදීමෙන් $A + C = 0$ → **01**

X^2 සංගුනක සැසදීමෙන් $B + D = 3$ → **02**

X සංගුනක සැසදීමෙන් $2A + C = -2$ → **03**

නියත පද සැසදීමෙන් $2B + D = 1$ → **04**

04 - 02 $B = -2$

02 න් $D = 5$

03 - 01 $A = -2$

1 න් $C = 2$

$$\frac{3x^2 - 2x + 1}{(x^2+1)(x^2+2)} = \frac{-2x - 2}{x^2+1} + \frac{2x+5}{x^2+2}$$

$$= \frac{-2(x-1)}{x^2+1} + \frac{2x+5}{x^2+2}$$

අන්තර්ගතය: එච්.ඩී. වලන්ග සශිමාල් ෆර්නැන්ඩෝ, කො/විවේකානන්ද විද්‍යාලය,කොළඹ 13.

අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කලේ :

සැකසුම : ආර්.එම්.එන්.එස්.බණ්ඩාර, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

06

$$\frac{2x^3 + x^2 - 5x + 1}{(x^2 - x + 1)^2} = \frac{Ax + B}{(x^2 - x+1)} + \frac{Cx^2 + D}{(x^2 - x-1)^2}$$

$$\frac{2x^3 + x^2 - 5x + 1}{(x^2 - x + 1)^2} = \frac{(Ax + B)(x^2 - x + 1) + Cx + D}{(x^2 - x+1)}$$

ලවයන් සමාන කිරීමෙන්

$$2x^3 + x^2 - 5x + 1 = (Ax + B)(x^2 - x + 1) + Cx + D$$

$$= Ax^3 - Ax^2 + Ax + Bx^2 - Bx + B + Cx + D$$

$$2x^3 + x^2 - 5x + 1 = Ax^3 + (B-A)x^3 + (A-B+C)x + B + D$$

X^3 සංගුනක සැසඳීමෙන් $A = 2$

X^2 සංගුනක සැසඳීමෙන් $B - A = 1$

$B = 3$

X සංගුනක සැසඳීමෙන් $A - B + C = -5$

$2 - 3 + C = -5$

$C = -4$

නියත පද සැසඳීමෙන් $B + D = 1$

$D = -2$

$$\frac{2x^3 + x^2 - 5x + 1}{(x^2 - x + 1)^2} = \frac{x+3}{(x^2 - x + 1)} + \frac{4x + 2}{(x^2 - x + 1)^2}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

5.1.4. විෂම පරිමේය ශ්‍රිතයක භින්න භාග

$f(x) = P(x) / Q(x)$ පරිමේය ශ්‍රිතයක $Q(x) \neq 0$ විට $P(x)$ බහු පදයේ මානය m ද $Q(x)$ බහු පදයේ මාත්‍රය n ද $m \geq n$ ද නම් හා $m—n = r$ ද නම් (මෙහි $r \geq 0$වේ.) එවිට $f(x) = Ø(x) + R(x) / Q(x)$ වන සේ මාත්‍රය K වූ $Ø(x)$ බහු පදයක්ද මාත්‍රය n ට අඩු $R(x)$ බහු පදයක්ද පවතී. මේ අනුව $R(x) / Q(x)$ නියම පරිමේය ශ්‍රිතයකි. එවිට භින්න භාග කලින් මෙන් කල හැකිය.

උදා:- $\dfrac{x^3 + 1}{(x-1)(x-2)}$ භින්න භාග සොයන්න.

$$\frac{x^3 + 1}{(x-1)(x-2)} = Ax + B + \frac{C}{(x-1)} + \frac{D}{(x+2)}$$

$x^3 + 1 = (x-1)(x-2)(Ax+B) C(x+2) + D(x-1)$

X=1 විට $\quad 1 = 3C \quad C = 1/3$

X= -2 විට $\quad -7 = D(-3) \quad D = 7/3$

X=0 විට $\quad 1 = (-1)(2)(B) + 2C—D$

$1 = -2B + 2/3 - 7/3$

$1 = 2B - 2B - 5/3$

$2B = -1 - 5/3 = -8/3$

$B = -4/3$

X= -1 විට $\quad 0 = (-2)(1)(-A + B) + C(1) + D(-2)$

$0 = -2(-A – 4/3) + 1/3 + 7/3 \times -2$

$0 = +2A + 8/3 + 1/3—14/3$

$2A = 5/3$

$A = 5/6$

අන්තර්ගතය: එච්.ඩී. වලන්ග සශිමාල් ෆර්නැන්ඩෝ, කො/විවේකානන්ද විද්‍යාලය,කොළඹ 13.
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කලේ :
සැකසුම : ආර්.එම්.එන්.එස්.බණ්ඩාර, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය.
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk