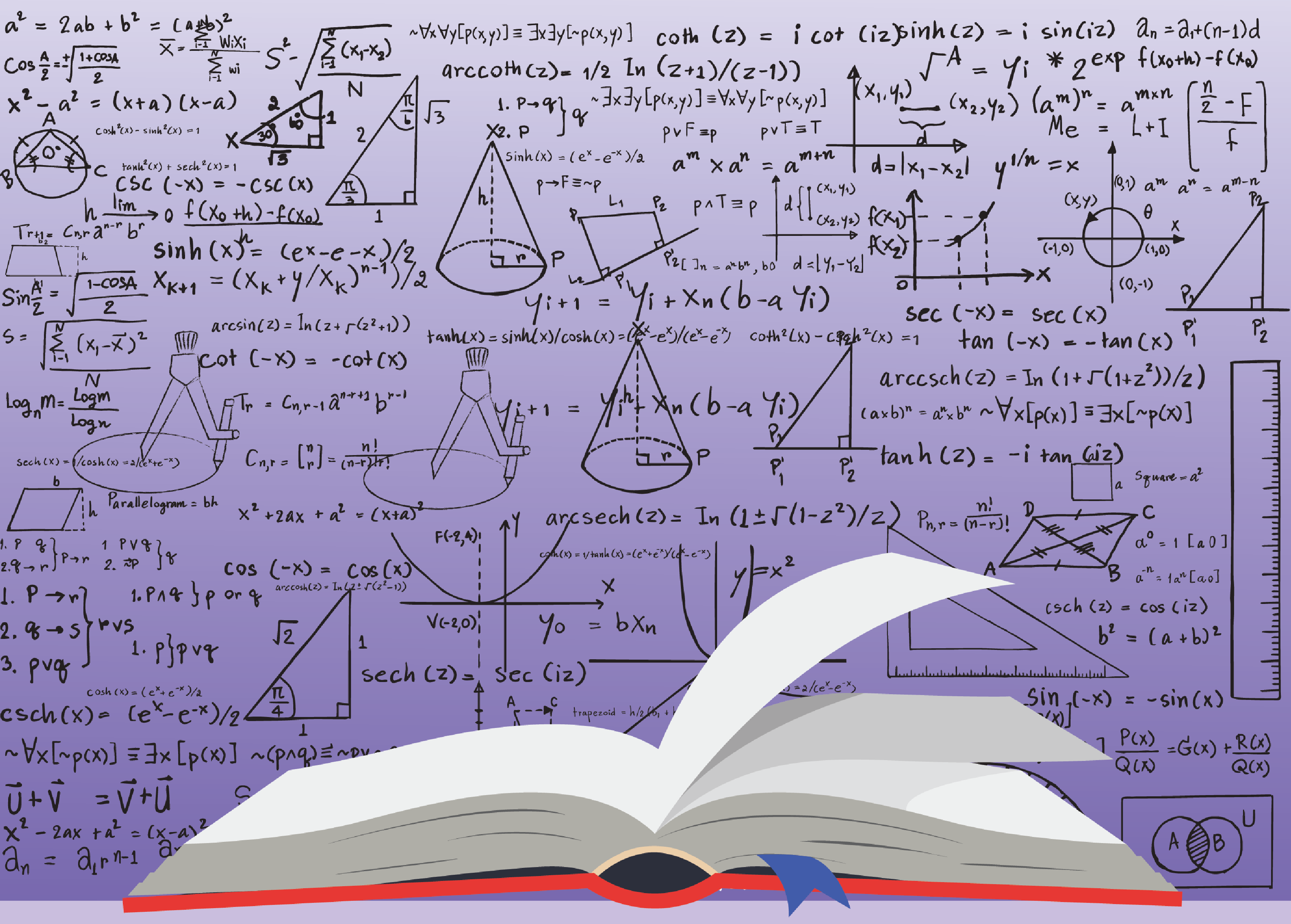
සංයුක්ත ගණිතය

2.2. ශ්‍රිත වර්ග පිළිබඳව සමාලෝචනයක යෙදෙයි.



Start Your Learning Journey with e-thaksalawa

The National e-learning Portal for The General Education

නිපුණතාව 2

ඒක විචල්‍ය ශ්‍රිත විශ්ලේෂණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 2.2

ශ්‍රිත වර්ග පිළිබඳ සමාලෝචනයක යෙදෙයි.

ඉගෙනුම් පල

- විශේෂිත ශ්‍රිත හඳුනා ගනී.
- ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර අඳියි.
- සංයුක්ත ශ්‍රිත සොයයි.

අන්තර්ගතය : එන්.එම්. මිස්බා, උසස් බාලිකා විද්‍යාලය, මහනුවර
සැකසුම : එච්.කේ.අයි.මධුෂිකා, පො/දිඹු/අරල/විලයාය මධ්‍ය මහා විද්‍යාලය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

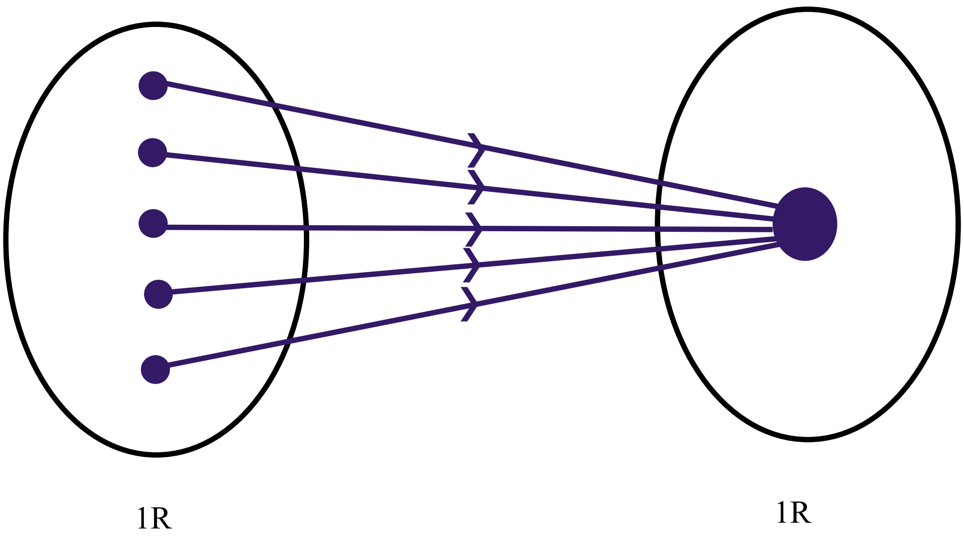
2.2.1.(i) නියත ශ්‍රිත

$f: X \to Y$ වන පරිදි f ශ්‍රිතයක් සලකමු. සියලු $x \in X$ සඳහා $f(x) = k$ වන පරිදි k නියත අගයන්

නිදසුන:

$f: 1R \to 1R$ වන පරිදි $f(X) = -5$ ශ්‍රිතයක් සලකමු.

මෙහි සියලු $X \epsilon 1R$ සඳහා $f(X) = -5 =$ නියතය. එබැවින් මෙය නියත ශ්‍රිතයක් වේ.



සටහන

නියත ශ්‍රිතයක ප්‍රතිබිම්භය අනන්‍ය අගයක් වේ.

තවද k=1 විට $f(x) = 1$ වන අතර, එවිට f ශ්‍රිතයට ඒකක ශ්‍රිතයක් යැයි කියනු ලැබේ.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

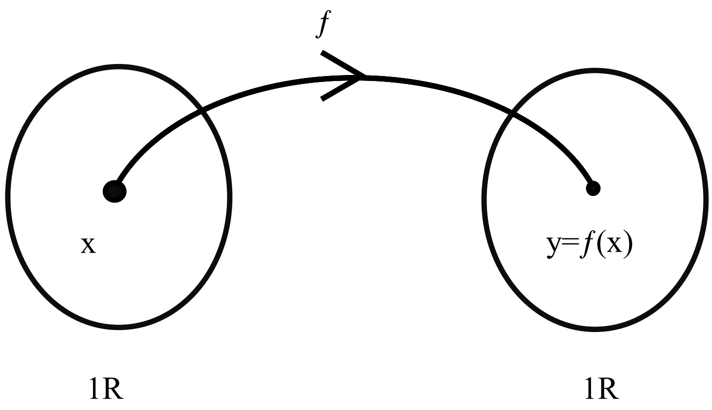
2.2.1.(ii) මාපාංක ශ්‍රිත හෙවත් නිරපේක්ෂ ශ්‍රිත

f නම් ශ්‍රිතයක මාපාංක ශ්‍රිතය $|f|$ ලෙස ලියනු ලබන අතර ,

$$|f|(x) = \begin{cases} f(x) : f(x) \geq 0 \text{ වන } x \\ -f(x) : f(x) < 0 \text{ වන } x \end{cases}$$

ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

මෙහි $f : 1R \rightarrow 1R$ වේ.



f හි වසම තුල පිහිටි x අවයවයන්ට අනුරූප සහවසම තුල පිහිටි අවයවය y ලෙස ගනිමු.

එවිට $y = f(x)$ වේ.

තවද $y \in 1R$ බැවින් $f(x) \in 1R$ වේ.

$$|Y| ◌ \begin{cases} y : Y \geq 0 \\ -y : Y < 0 \end{cases}$$ බැවින්

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) : f(x) \geq 0 \text{ වන } x \\ -f(x) : f(x) < 0 \text{ වන } x \end{cases}$$ වේ.

එබැවින් $|f(x)| = |f|(x)$ වේ.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

නිදසුන 01

$f(x) = x$ නම් $|f|(-2), |f|(-1), |f|(0), |f|(1)$ සහ $|f|(2)$ අගයන්න

<u>විසඳුම</u>

ඉහත අර්ථ දැක්වීම අනුව ,

$|f|(x) = |f(x)|$ බැවින්

$|f|(x) = |x|$ වේ.

$|f|(-2) = |2| = +2, \quad |f|(-1) = |1| = 1$

$|f|(1) = |1| = 1$ සහ $|f|(2) = |2| = 2$ වේ

නිදසුන 02

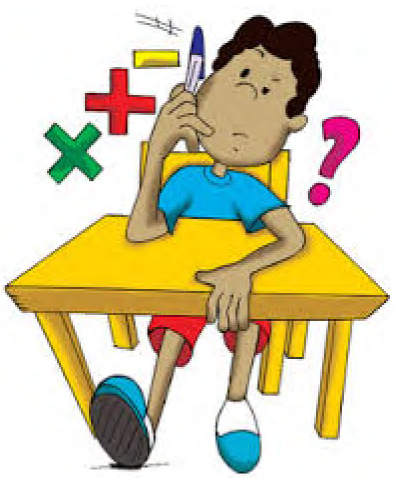
$f(x) = 2x - 1$ නම් $|f|(-2), |f|(3)$ අගයන්න.

<u>විසඳුම</u>

$|f|(x) = |f(x)| = |2x - 1|$ වේ

$|f|(-2) = |-4 - 1| = |-5| = 5$

$|f|(3) = |6 - 1| = |5| = 5$ වේ



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

2.2.1.(iii) කඩමනින් ශ්‍රිත

f නම් ශ්‍රිතයක් වසමේ විවිධ උපකුලක වලදී f හි නීතිය වෙනස් ආකාරවලින් අර්ථ දක්වා ඇති විට, f ශ්‍රිතයට කඩමනින් ශ්‍රිත යැයි කියනු ලැබේ.

නිදසුන

$\boxed{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}}$ වන පරිදි f නම් ශ්‍රිතයන්

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & ; \quad x > 0 \\ 7 & ; \quad x = 0 \\ -x & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

ලෙස අර්ථ දක්වා ඇතැයි ගනිමු.

$f(-2)$, $f(0)$ සහ $f(3/2)$ සොයන්න.

විසඳුම

f හි වසම , උපකුලක වලට බෙදා වෙන්කර ඇති අතර , ඊට අනුරූප f නීතිය වෙනස් ආකාරවලින් ද අර්ථ දක්වා ඇත. එබැවින් මෙම f ශ්‍රිතය කඩමනින් ශ්‍රිතයකි.

$f(-2)$ සෙවීම

මේ සඳහා $f(x) = -x \quad : \quad x < 0$ තෝරාගත යුතුය.

එවිට $f(-2) = -(-2) = +2$

$f(0)$ සෙවීම

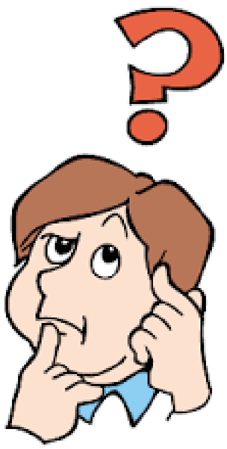
$f(x) = 7 : \quad x = 0$

$\therefore \quad f(0) = 7$ වේ.

$f(3/2)$ සෙවීම සඳහා

$f(x) = x+2 : \; x > 0$ තෝරා ගත යුතුය.

$\therefore f(3/2) = 3/2 + 2 = 7/2$



අන්තර්ගතය : එන්.එම්. මිස්බා, උසස් බාලිකා විද්‍යාලය, මහනුවර
සැකසුම : එච්.කේ.අයි.මධුෂිකා, පො/දිඹු/අරල/විලයාය මධ්‍ය මහා විද්‍යාලය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

2.2.2. ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර

<u>අර්ථ දැක්වීම</u>

$f : 1R \to 1R$ වන පරිදි f නම් ශ්‍රිතයක් සලකමු.

$f(x)$ යනු $x \epsilon D_f (= 1R)$ හි ප්‍රතිබිම්බයයි. එවිට $(x, f(x))$ හෝ (x,y) යනු $0xy$ - ඛණ්ඩාංක තලයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි.

සියලු $x \in 1R(= D_f)$ ලක්ෂ්‍ය සැලකීමෙන් ලැබෙන ඛණ්ඩාංක ලක්ෂ්‍ය කුලකය $G = \{(x, f(x)); x \in 1R\}$, f ශ්‍රිතයේ කාටිසීය ප්‍රස්තාරය යැයි කියනු ලැබේ .

සටහන

$f : 1R \to 1R$ වන පරිදි f නම් ශ්‍රිතයක් සලකමු. එවිට $y = f(x)$ සපුරාලන (x,y) ඛණ්ඩාංක කුලකය , f ශ්‍රිතයේ කාටිසීය ප්‍රස්තාරය වේ.

නිදසුන 01

$f : 1R \to 1R : f(x) = x$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න

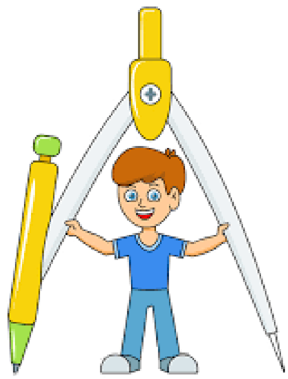
<u>විසඳුම</u>

$Y = f(x) = x$ ලෙස ගනිමු. මෙය සරල රේඛීය ප්‍රස්තාරයකි.

මේ සඳහා ඉහත අර්ථ දැක්වීම භාවිත කල විට, f ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය වනුයේ ;

$G = \{(x, f(x)); x \in 1R\}$ ලක්ෂ්‍ය කුලකය ය. එනම්,

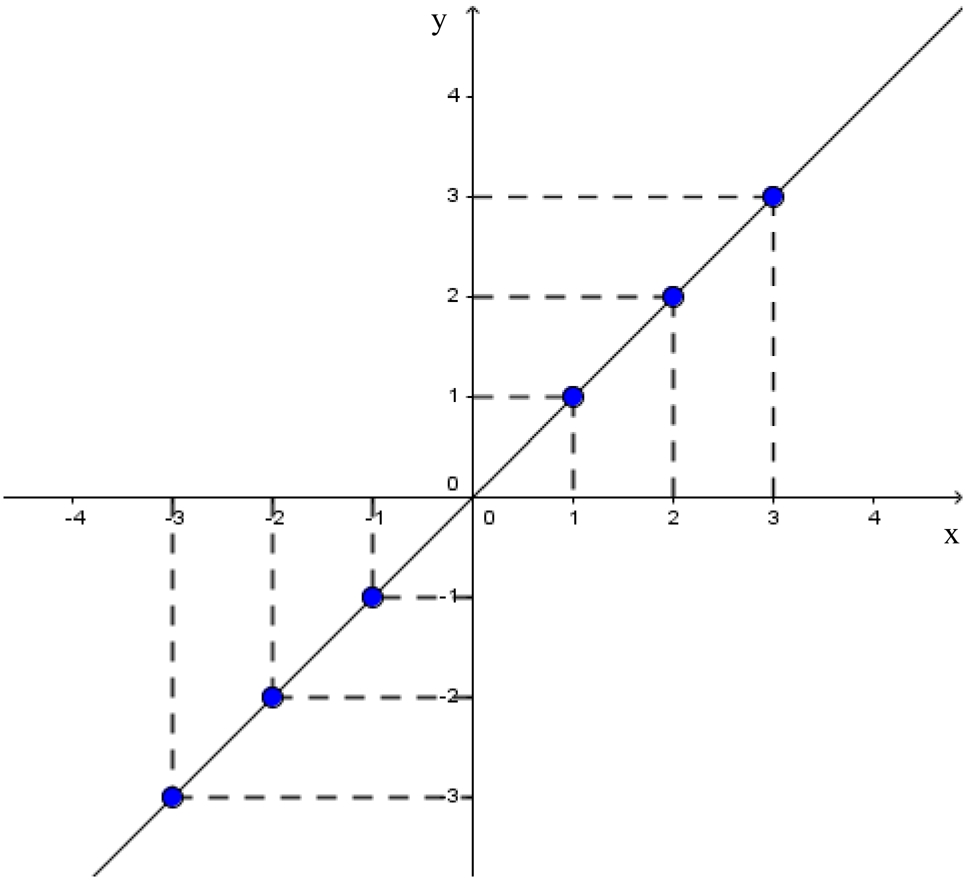
$G = \{(x, x); x \in 1R\}$



අන්තර්ගතය : එන්.එම්. මිස්බා, උසස් බාලිකා විද්‍යාලය, මහනුවර
සැකසුම : එච්.කේ.අයි.මධුෂිකා, පො/දිඹු/අරල/විලයාය මධ්‍ය මහා විද්‍යාලය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y = x	-3	-2	-1	0	1	2	3



අන්තර්ගතය : එන්.එම්. මිස්බා, උසස් බාලිකා විද්‍යාලය, මහනුවර
සැකසුම : එච්.කේ.අයි.මධුෂිකා, පො/දිඹු/අරල/විලයාය මධ්‍ය මහා විද්‍යාලය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

නිදසුන 02

$f : 1R \rightarrow 1R , f(x) = x$ නම් ; f ශ්‍රිතයේ $|f|$ සහ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර එක ම oxy තලයක අඳින්න.

විසඳුම

$f(x) = x;$

f හි ප්‍රස්තාරය ඉහතින් ඇඳ ඇත.

$|f|$ හි ප්‍රස්තාරය වනුයේ ;

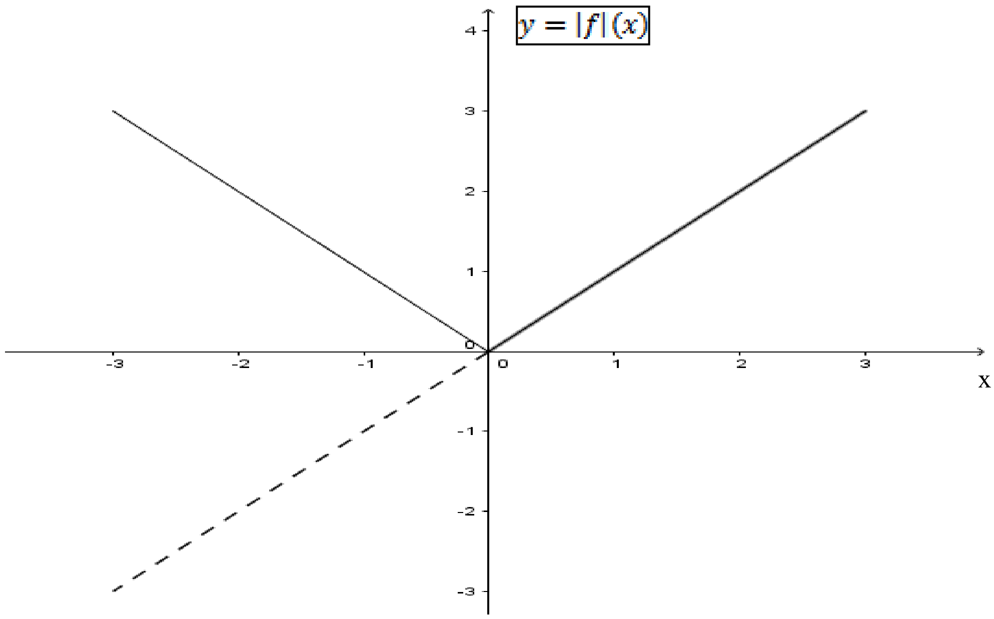
$G = \{(x, |f|(x)); x \in 1R\}$

$G = \{(x, |x|); x \in 1R\}$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\lvert f\rvert(x) = \lvert x\rvert$	3	2	1	0	1	2	3

F හි ප්‍රස්තාරය - - - - -

$|f|$ හි ප්‍රස්තාරය ————



අන්තර්ගතය : එන්.එම්. මිස්බා, උසස් බාලිකා විද්‍යාලය, මහනුවර
සැකසුම : එච්.කේ.අයි.මධුෂිකා, පො/දිඹු/අරල/විලයාය මධ්‍ය මහා විද්‍යාලය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

මෙහි දී $|f|$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය සහ f හි ප්‍රස්තාරය අතර සම්බන්ධතාවයන් නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

$C : y = f(x)$ ද

$C_1 : y = |f|(x)$ ද ලෙස ගනිමු.

C හි ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් C_1 හි ප්‍රස්තාරය පහසුවෙන් ලබාගත හැකි ය.

එනම් $y = f(x) < 0$ වන වක්‍රය , x - අක්ෂය මත දර්පණ පරාවර්තනය තුලින් $y = |f|(x)$ ප්‍රස්තාරය ලබා දේ.

$y = f(x) \geq 0$ වන කොටසට වෙනසක් නොකෙරේ.

නිදසුන 03

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = x^2 - 1$ වන පරිදි f ශ්‍රිතයන් අර්ථ දක්වා ඇත. f ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳ , එනයින් $|f|$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් ද අඳින්න.

විසඳුම

$f(x) = x^2 - 1$ වන බැවින් ,

$G = \{(x, f(x)); x \in \mathbb{R}\}$

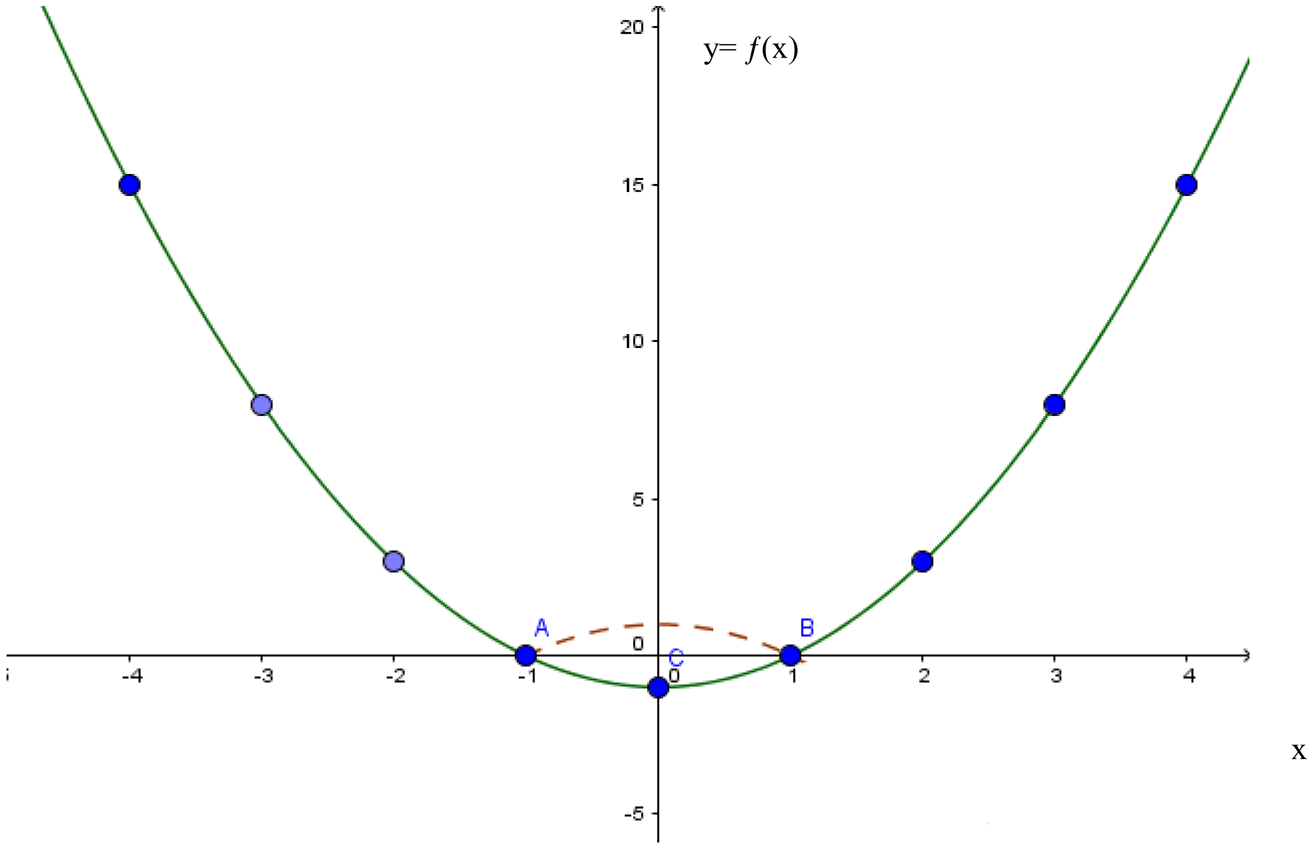
$G = \{(x, x^2 - 1); x \in \mathbb{R}\}$

ලක්ෂ්‍යය තුලනය f ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය වේ.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$x^2 -1$	15	8	3	0	-1	0	3	8	15

අන්තර්ගතය : එන්.එම්. මිස්බා, උසස් බාලිකා විද්‍යාලය, මහනුවර
සැකසුම : එච්.කේ.අයි.මධුෂිකා, පො/දිඹු/අරල/විලයාය මධ්‍ය මහා විද්‍යාලය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk



$|f|$ හි ප්‍රස්තාරය - - - - මගින් දක්වා ඇත. ACB වක්‍ර කොටස x - අක්ෂයට පහතින් පිහිටා ඇති බැවින් x - අක්ෂය මත එකී කොටසේ දර්පණ පරාවර්තනය තුළින් $y = |f|(x)$ හි ප්‍රස්තාරය ලබා ගත හැකි ය.

$y = |f|(x)$ හි ඉතිරි කොටස් දෙක වෙනස් නොකෙරේ. ∴ (∵ $y \geq 0$ බැවින්)

සටහන

01 $y = f(x)$ වන පරිදි f ශ්‍රිතයන් පවතින විට; ඕනෑම $x \in D_f$ අගයකටම y සඳහා අනන්‍ය අගයන් පවතී.

එබැවින් y- අක්ෂයට සමාන්තරව අඳින ලද රේඛාවන් $y = f(x)$ වක්‍රය අනන්‍ය ලක්ෂ්‍යයක දී ඡේදනය කරයි.

මෙය f ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය හඳුනා ගැනීම සිරස් රේඛා පරීක්ෂාව ලෙස හඳුන්වමු.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

02 ශ්‍රිත නොවන ප්‍රස්තාර , y අක්ෂයට සමාන්තරව අදින ලද රේඛාවන් මගින් එක් ලක්ෂ්‍යයකට වඩා වැඩි ලක්ෂ්‍ය ගණනක ඡේදනය කරයි.

03 *f* නම් ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරයක් , x අක්ෂයට සමාන්තර රේඛාවක් මගින් අනන්‍ය ලක්ෂ්‍යයක දී ඡේදනය කරයි නම් , එම *f* ශ්‍රිතය එකට - එක ශ්‍රිතයක් වේ. මෙය එකට - එක ශ්‍රිතයන් හඳුනා ගැනීමේ තිරස් රේඛා පරීක්ෂාව ලෙස හඳුන්වමු.

2.2.3. සංයුත ශ්‍රිත

නිදසුන

$y = (3x + 1)^2$ සහ x = 3x + 1 නම් $y = U^2$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

එනම් මෙහි දී y යනු x හි ශ්‍රිතයක් වන අතර U යනු x ශ්‍රිතයක් වේ. එබැවින් y ට සංයුත ශ්‍රිත හෙවත් ශ්‍රිතයක ශ්‍රිතයක් යැයි කියනු ලැබේ.

2.2.3. (i) අක්ෂ දැක්වීම

X,Y,Z යනු නොහිස් කුලක තුනක් වන විට ,

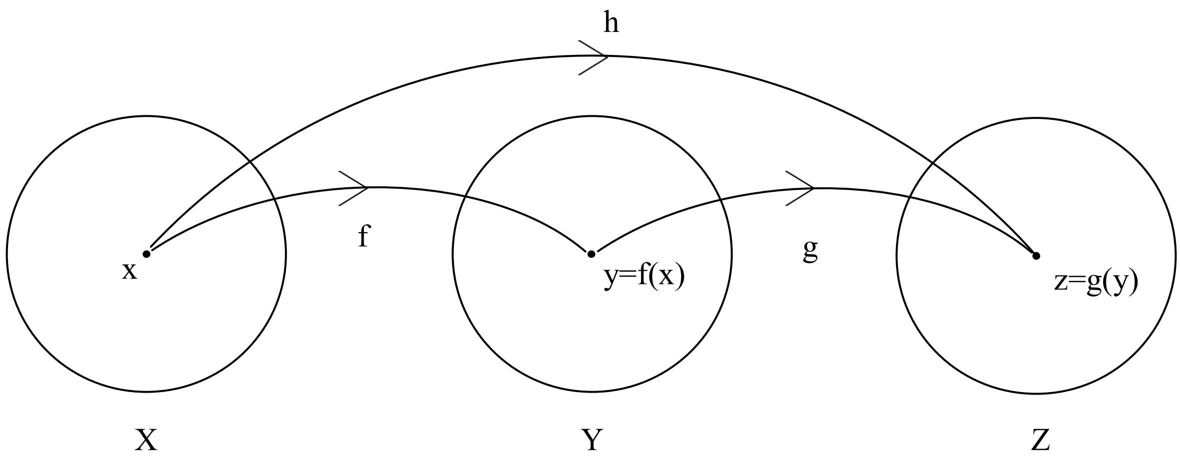
f හා g යනු $f : X \to Y,$

$g : Y \to Z$

එවිට h(x) = g [*f*(x)] ලෙස අර්ථ දැක්වෙන h ශ්‍රිතය f මගින් g හි සංයුත ශ්‍රිත ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

මෙය gof ලෙස අංකනය කෙරේ. මෙය පහත දැක්වෙන රූප සටහනින් දැක් වේ.

අන්තර්ගතය : එන්.එම්. මිස්බා, උසස් බාලිකා විද්‍යාලය, මහනුවර
සැකසුම : එච්.කේ.අයි.මධුෂිකා, පො/දිඹු/අරල/විලයාය මධ්‍ය මහා විද්‍යාලය
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk



$f : x \rightarrow y$ සහ $g : y \rightarrow z$ බැවින් ,

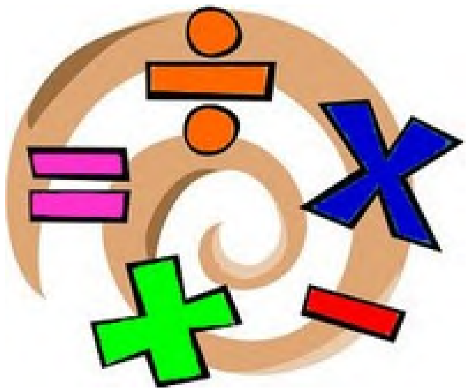
x ϵ X අවයවයට අනුරූප Y තුළ වූ අවයවය y ද , y ට අනුරූප Z තුළ වූ අවයවය z ලෙස ගනිමු.

$y = f(x)$ සහ $Z = g(y)$ වේ. එවිට

$\Rightarrow \quad y = g[f(x)]$

සටහන

gof පැවතීම සඳහා යටත් පිරිසෙයින් f හි පරාසය g හි වසමෙහි උපකුලකයක් විය යුතු ය.



අන්තර්ගතය : එන්.එම්. මිස්බා, උසස් බාලිකා විද්‍යාලය, මහනුවර
සැකසුම : එච්.කේ.අයි.මධුෂිකා, පො/දිඹු/අරලගංවිල/ විලයාය මධ්‍ය මහා විද්‍යාලය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk