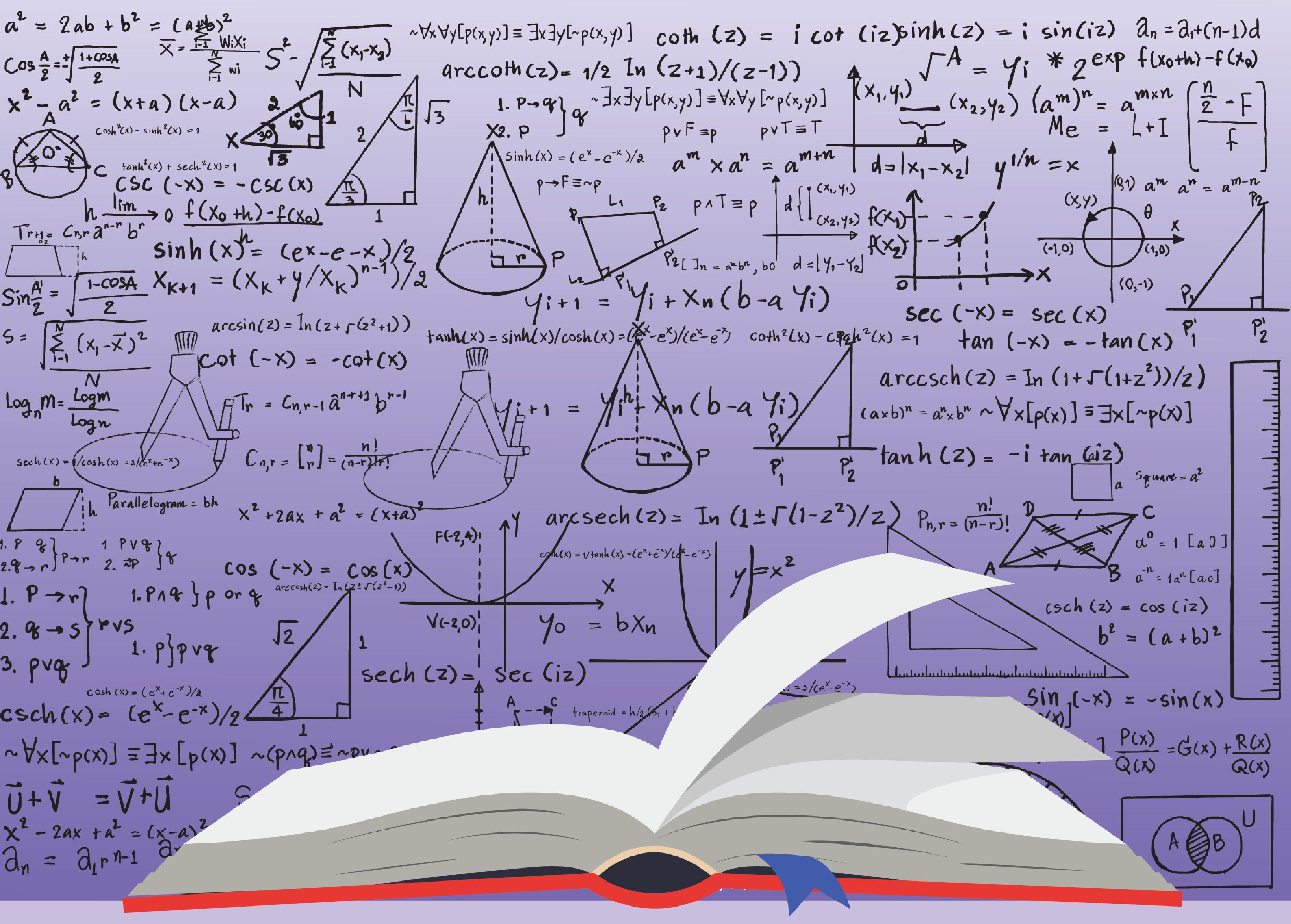
# සංයුක්ත ගණිතය

## 1.2 විජීය නියම ඇසුරින් දෛශික පද්ධතියක් ගොඩනගයි.



Start Your Learning Journey with e-thaksalawa

The National e-learning Portal for The General Education

## ඉගෙනුම් පල

දෛශික අකලනයේ සහ අදිශයකින් දෛශිකයන් ගුණ කිරීමේ ගුණ ප්‍රකාශ කරයි.

1. දෛශික ආකලනය පිළිබඳ ගුණ ප්‍රකාශ කර සටහන් කරයි.

i) $\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}$ (න්‍යාදේශ නීතිය)

ii) $(\underline{a} + \underline{b}) + \underline{c} = (\underline{a}) + (\underline{b} + \underline{c})$ (සංඝටන න්‍යාය)

iii) $k(\underline{a} + \underline{b}) = k\underline{a} + k\underline{b}$

$(h + k)\underline{a} = h\underline{a} + k\underline{a}$

} විසටන නීතිය


Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

## 1.2 වීජීය නියම ඇසුරින් දෛශික පද්ධතියක් ගොඩනැඟීම

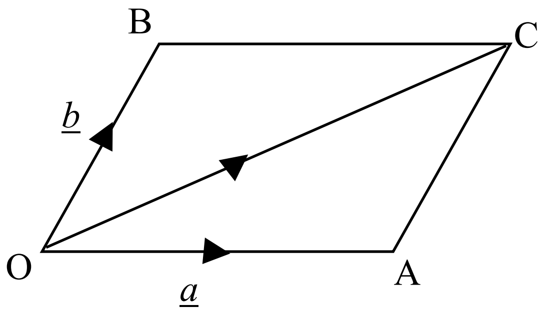
1. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික දෙකක් නම්,

$$\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}$$ වේ.

මෙම සම්බන්ධතාවයට දෛශික ඓක්‍යය පිළිබඳ න්‍යාදේශ න්‍යාය යැයි කියනු ලැබේ. එනම් දෛශික ඓක්‍යයේ දී ඒවායේ ස්ථාන මාරු කිරීමට පුළුවන.

**සාධනය -**

OACB සමාන්තරාස්‍රයේ $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ , $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ලෙස ගනිමු.




OAC ත්‍රිකෝණයෙන්,

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$$

මෙහි $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB} = \underline{b}$

$\therefore \quad \overrightarrow{OC} = \underline{a} + \underline{b}$ ——— (1)

OBC ත්‍රිකෝණයෙන්,

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$ , මෙහි $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OA} = \underline{a}$

$= \underline{b} + \underline{a}$ ——— (2)

*(1)* හා (2) න් ;

$$\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}$$


Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

2. $\underline{a}$ , $\underline{b}$ හා $\underline{c}$ දෛශික තුනක් නම්,

$$(\underline{a} + \underline{b}) + \underline{c} = \underline{a} + (\underline{b} + \underline{c})$$

මෙම සම්බන්ධතාවයට දෛශික ඓක්‍යය පිළිබඳ **සංඝටන න්‍යාය** යැයි කියනු ලැබේ.

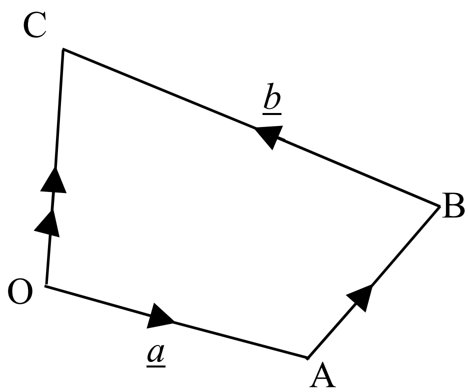
**සාධනය -**

රූපයේ පරිදි $\underline{a}$ , $\underline{b}$ හා $\underline{c}$ දෛශික පිළිවෙලින් $\overrightarrow{OA}$ , $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{BC}$ මඟින් නිරූපණය කරමු.

$(\underline{a} + \underline{b}) + \underline{c} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{OC}$ ——— (1) (ත්‍රිකෝණ නීතිය)




$(\underline{a} + \underline{b}) + \underline{c} = \overrightarrow{OA} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$

$= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$

$= \overrightarrow{OC}$ ——— (2) (ත්‍රිකෝණ නීතිය)

(1) හා (2) න්

$(\underline{a} + \underline{b}) + \underline{c} = \underline{a} + (\underline{b} + \underline{c})$

තවද $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \underline{a} + \underline{b} + \underline{c}$

$\therefore \underline{a} + \underline{b} + \underline{c} = (\underline{a} + \underline{b}) + c = \underline{a} + (\underline{b} + \underline{c})$

ලෙස ලිවිය හැක

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම : එන් . එම්. මිස්බා
පරිගණක පිටු සැකසුම : එස්.එස්.සී.කොහිලවත්ත මෙනවිය - මහ/හඳුවතී මහා විද්‍යාලය, ගලහ.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

3. $\lambda$ හා $\mu$ අදිශ ද $\underline{a}$ , $\underline{b}$ අභිශූන්‍ය නොවන ඕනෑම දෛශික ද නම්,

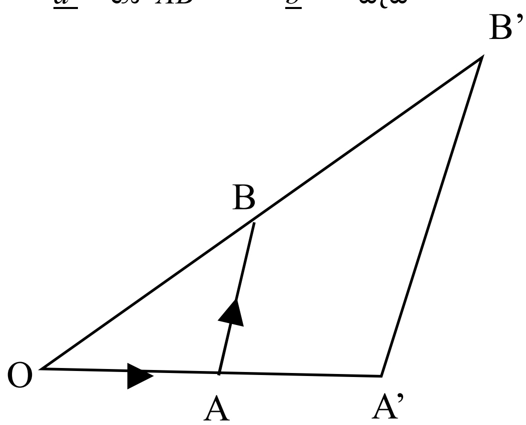
i) $\lambda(\underline{a} + \underline{b}) = \lambda\underline{a} + \lambda\underline{b}$
ii) $(\lambda + \mu)\underline{a} = \lambda\underline{a} + \mu\underline{a}$

මෙම සම්බන්ධතාවයන්ට දෛශික පිළිබඳ **විසටන න්‍යාය** යැයි කියනු ලැබේ.

**සාධනය -**

$\lambda(\underline{a} + \underline{b}) = \lambda\underline{a} + \lambda\underline{b}$

$\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ හා $\overrightarrow{AB} = \underline{b}$ යැයි ගනිමු.




එවිට $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \underline{a} + \underline{b}$

i) $\lambda > 0$ නම්,

$OA' = \lambda\, OA$ වන පරිදි $OA$ , $A'$ දක්වා දික්කරන්න.

$A'$ හරහා AB ට සමාන්තරව අඳින ලද රේඛාව OB පාදය B’ හි දී ඡේදනය කරයි.

OAB හා OA’B’ ත්‍රිකෝණ දෙක සමරූපී වේ.

$\therefore \quad \frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} = \frac{\lambda}{1} \qquad (\because OA' = \lambda\, OA)$

$\therefore \quad OB' = \lambda OB,\ A'B' = \lambda\, AB$ සහ $OA' = \lambda\, OA$


Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

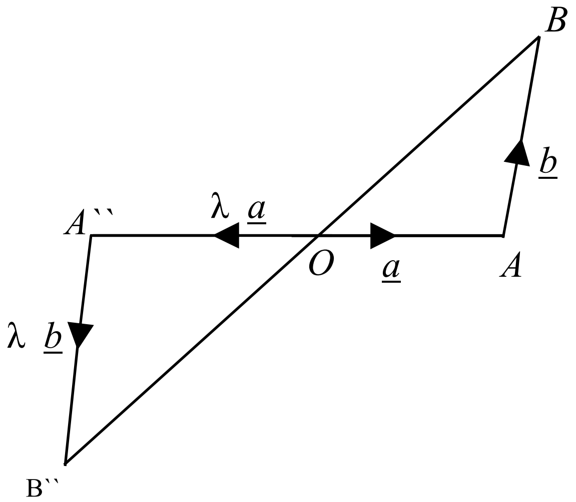
එබැවින් $\overrightarrow{OB} = \lambda\, \overrightarrow{OB}$ , $\overrightarrow{A`B`} = \lambda\, \overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{OA`} = \lambda\, \overrightarrow{OA}$

ත්‍රිකෝණ ආකලන නීතියෙන්

$$\overrightarrow{OB`} = \overrightarrow{OA`} + \overrightarrow{A`B`}$$

$$\lambda\, \overrightarrow{OB} = \lambda\, \overrightarrow{OA} + \lambda\, \overrightarrow{AB}$$

$$\lambda\,(\underline{a} + \underline{b}) = \lambda\, \underline{a} + \lambda\, \underline{b}$$




ii) $\lambda < 0$ නම්,

$OA`` = |\lambda|\, OA$ වන පරිදි $AO$ , $A``$ දක්වා දික්කරන්න. $A``$ හරහා $AB$ ට සමාන්තර රේඛාව $BO$ පාදය $B``$ හි දී ඡේදනය කරයි.

$OA``B`$ හා $OAB$ ත්‍රිකෝණ සමරූපී වේ.

$$\frac{OB''}{OB} = \frac{A''B''}{AB} = \frac{OA''}{OA} = |\lambda|$$

$$\therefore OB'' = |\lambda|\, OB \;,\quad A''B'' = |\lambda| AB \;,\quad OA' = |\lambda|\, OA$$

$\overrightarrow{OB``} = \lambda\, \overrightarrow{OB}$ , $\overrightarrow{A``B``} = \lambda\, \overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{OA``} = \lambda\, \overrightarrow{OA}$ $\quad (\lambda < 0)$

ත්‍රිකෝණ ආකලන නීතිය භාවිතයෙන්

$$\overrightarrow{OB``} = \overrightarrow{OA``} + \overrightarrow{A``B``}$$

$$\lambda\; OB = \lambda\; \overrightarrow{OA} + = \lambda\; \overrightarrow{AB}$$

$$\lambda\,(OA + \overrightarrow{OB}) = \lambda\; OA + \lambda\; \overrightarrow{AB}$$

$$\lambda\,(\underline{a} + \underline{b}) = \lambda\, \underline{a} + \lambda\, \underline{b}$$

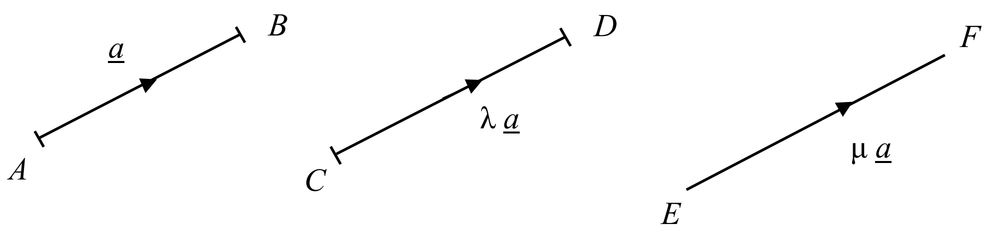

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

**සාධනය**

$$(\lambda + \mu)\,\underline{a} = \lambda\,\underline{a} + \mu\,\underline{a}$$

$\overrightarrow{AB} = \underline{a}$ ලෙස ගනිමු.

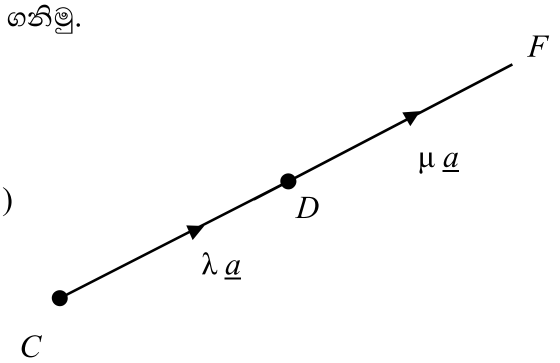
(i) $\lambda > 0$ , $\mu > 0$ නම්,




$\overrightarrow{CD} = \lambda\,\underline{a}$ හා $\overrightarrow{EF} = \mu\,\underline{a}$ ලෙස ද ගනිමු.

$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF}$

$= \lambda\,\underline{a} + \mu\,\underline{a}$ ——— (1)




$|\overrightarrow{CF}| = CF = CD + DF = |\lambda\,\underline{a}| + |\mu\,\underline{a}|$

$= \lambda a + \mu a$

$= (\lambda + \mu)\,a$

$\overrightarrow{CF} = |CF|$ ( CF දිශාවට වූ ඒකක දෛශිකය )

$= (\lambda + \mu) . \dfrac{\underline{a}}{a} . a$

$= (\lambda + \mu)\,\underline{a}$

$\therefore (\lambda + \mu)\,\underline{a} = \lambda\,\underline{a} + \mu\,\underline{a}$


Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

**නිදසුන**

1. පහත දී ඇති ප්‍රකාශන සුළු කරන්න.

i) $3(2\underline{a} + 2\underline{b}) + 4(-3\underline{a} + 4\underline{b})$
ii) $2(2\underline{a} - 3\underline{b} - \underline{c}) - 3(\underline{a} + \underline{b} - \underline{c})$
iii) $-4(\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}) + (3\underline{a} + 4\underline{b} - \underline{c})$

**විසඳුම**

i) $3(2\underline{a} + 2\underline{b}) + 4(-3\underline{a} + 4\underline{b})$

$= 6\underline{a} + 6\underline{b} - 12\underline{a} + 16\underline{b}$ (විසටන සහ න්‍යාදේශ භාවිතයෙන්)
$= 6\underline{a} - 12\underline{a} + 6\underline{b} + 16\underline{b}$
$= -6\underline{a} + 22\underline{b}$

ii) $2(2\underline{a} - 3\underline{b} - \underline{c}) - 3(\underline{a} + \underline{b} - \underline{c})$

$= 4\underline{a} - 6\underline{b} - 2\underline{c} - 3\underline{a} - 3\underline{b} + 3\underline{c}$
$= (4\underline{a} - 3\underline{a}) + (-6\underline{b} - 3\underline{b}) + (-2\underline{c} + 3\underline{c})$
$= \underline{a} - 9\underline{b} + \underline{c}$

iii) $-4(\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}) + (3\underline{a} + 4\underline{b} - \underline{c})$

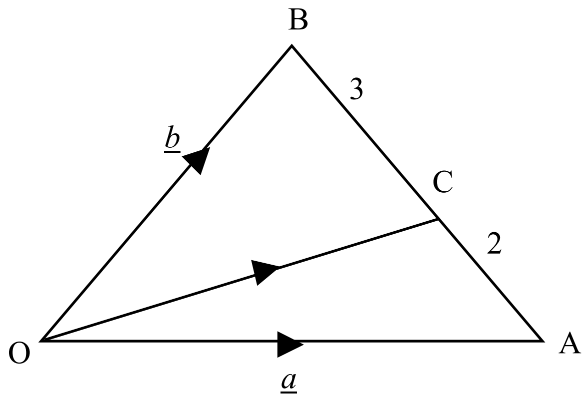
$= -4\underline{a} - 4\underline{b} - 4\underline{c} + 3\underline{a} + 4\underline{b} - \underline{c}$
$= (-4\underline{a} + 3\underline{a}) + (-4\underline{b} + 4\underline{b}) + (-4\underline{c} - \underline{c})$
$= -\underline{a} + \underline{0} - 5\underline{c}$
$= -\underline{a} - 5\underline{c}$

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම : එන් . එම්. මිස්බා
පරිගණක පිටු සැකසුම : එස්.එස්.සී.කොහිලවත්ත මෙනවිය - මහ/හඳුවතී මහා විද්‍යාලය, ගලහ.
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

**නිදසුන 2**

*OAB* ත්‍රිකෝණයක $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ හා $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ වේ. *C* යනු $AC:CB = 2:3$ වන සේ *BC* පාදය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. $\overrightarrow{OC}$ , $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.

**විසඳුම**




$\frac{AC}{CB} = \frac{2}{3}$ බැවින්

3 AC = 2CB වේ.

A → C = C → B

$\therefore 3\,\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{CB}$

*OAC* හා *OBC* ත්‍රිකෝණවලට ත්‍රිකෝණ නීතිය යෙදීමෙන්,

$3(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}) = 2(\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OB})$

$3\overrightarrow{AO} + 3\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{CO} + 2\overrightarrow{OB}$

$3\overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{CO} = -3\overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{OB}$

$3\overrightarrow{OC} + 2\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}$ $(-\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OC}\ ,\ -\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OA})$

$(3 + 2)\,\overrightarrow{OC} = 3\underline{a} + 2\underline{b}$

$\therefore \overrightarrow{OC} = \frac{1}{5}(3\underline{a} + 2\underline{b})$

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම : එන් . එම්. මිස්බා
පරිගණක පිටු සැකසුම : එස්.එස්.සී.කොහිලවත්ත මෙනවිය - මහ/හදුවතී මහා විද්‍යාලය, ගලහ.
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

**නිදසුන** 3

$OACB$ සමාන්තරාස්‍රයක D, E පිළිවෙලින් AC හා BC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ හා $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ බව දී ඇත්නම්, $\overrightarrow{OD}$ හා $\overrightarrow{OE}$, $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.

**විසඳුම**

ත්‍රිකෝණ ආකලන නීතියෙන්,

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD}$

$AD = \frac{1}{2} AC$ හා

$A \rightarrow D = A \rightarrow C$

$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$

$(\because \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB})$

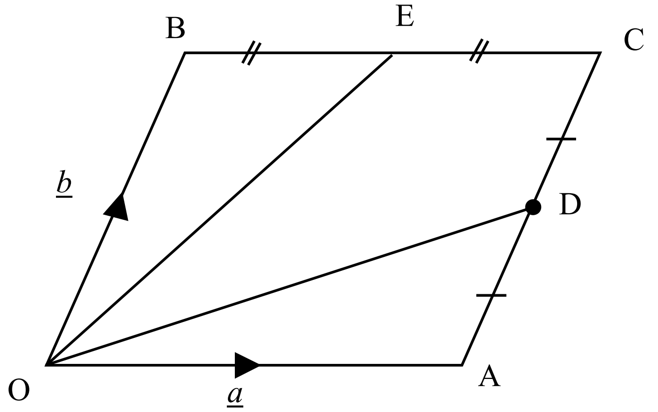
$\therefore \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \underline{a} + \frac{1}{2}\underline{b}$

තව ද $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BE}$

එලෙසින් ම $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$ වේ.

$\therefore \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$

$= \underline{b} + \frac{1}{2}\underline{a}$





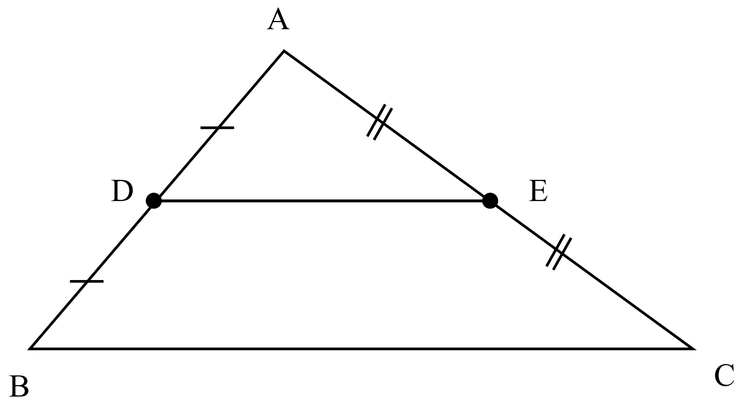
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

**නිදසුන 4**

$ABC$ ත්‍රිකෝණයක, AB හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය පිළිවෙලින් D , E වේ. $\overrightarrow{DE}$ දෛශිකය $\overrightarrow{BA}$ හා $\overrightarrow{AC}$ මඟින් සොයා, ඒ නයින් DE = $\frac{1}{2}BC$ හා DE, BC ට සමාන්තර බව ද අපෝහනය කරන්න.

**විසඳුම**

ත්‍රිකෝණ ආකලන නීතියෙන්,




$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}$

තව ද $DA = \frac{1}{2}BA$ හා

$AE = \frac{1}{2}AC$ බැවින්

$\overrightarrow{DA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$

තව ද $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ (ත්‍රිකෝණ නීතිය)

$\therefore$ DE = $\frac{1}{2}$ BC හා DE // BC වේ.

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම : එන් . එම්. මිස්බා
පරිගණක පිටු සැකසුම : එස්.එස්.සී.කොහිලවත්ත මෙනවිය - මහ/හදුවතී මහා විද්‍යාලය, ගලහ.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk