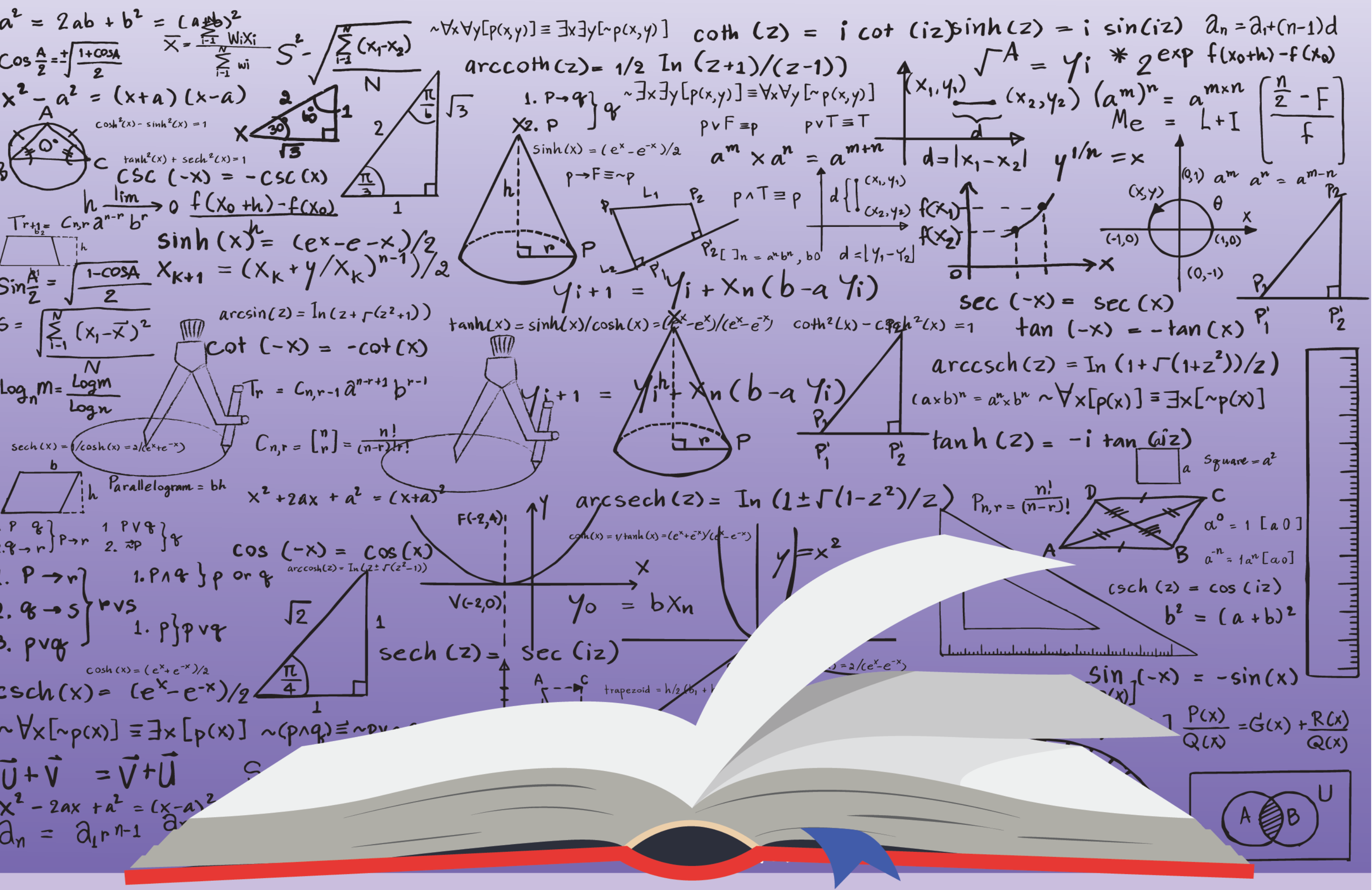
සංයුක්ත ගණිතය - II

1.1 දෛශික විමර්ශනය කරයි.



1. අදිශ රාශි හා අදිශ අතර වෙනස පැහැදිලි කරයි.
2. දෛශික රාශි හා දෛශික අතර වෙනස පැහැදිලි කරයි.
3. දෛශිකයක විශාලත්වය හා දිශාව විස්තර කරයි.
4. දෛශිකයක් ජ්‍යාමිතිකව නිරූපණය කරයි.
5. දෛශිකයක වීජීය අංකනය ප්‍රකාශ කරයි.
6. දෛශිකයක මාපාංක අර්ථ දක්වයි.
7. අභිශූන්‍ය දෛශිකය අර්ථ දක්වයි.
8. දෙන ලද දෛශික දෙකක් සමාන වීමට අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.
9. a දෛශිකයක් විට (- a) අර්ථ දක්වයි.
10. දෛශික දෙකක ආකලනය පිළිබඳ ත්‍රිකෝණ නියමයය ප්‍රකාශ කරයි.
11. දෛශික දෙකක ආකලන පිළිබඳ සමාන්තරාස්‍ර නියමය අපෝහනය කරයි.
12. දෛශික තුනක් හෝ වැඩි ගණනක් ආකලනය කරයි.
13. දෛශිකයක් අදිශයකින් ගුණ කරයි.
14. දෛශික දෙකක් අතර අන්තරය ලබාගනී.
15. දෛශික දෙකක් අතර කෝණය හඳුනාගනී.
16. සමාන්තර දෛශික හඳුනාගනී.
17. දෛශික දෙකක් සමාන්තර වීමට අවශ්‍යතාව ප්‍රකාශ කරයි.
18. ඒකක දෛශිකය අර්ථ දක්වයි.
19. දී ඇති ඕනෑම දිශා දෙකක් ඔස්සේ දෛශිකයක් විභේදනය කරයි.

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- N.M මිස්බා, උසස් බාලිකා විදුහල, මහනුවර
පරිගණක පිටු සැකසුම :- පී.පී.කේ රංජිත්, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

1.දෛශික

හැඳින්වීම

අප අවට පරිසරයේ ඇති භෞතික රාශීන් අතරින් විශාල විශාලත්වය පමණක් ඇති රාශීන් අදිශ රාශි ලෙස ද විශාලත්වය හා දිශාව යන ගුණ දෙකම ඇති රාශීන් දෛශික ලෙස හැඳින්වේ.

කාලය, දුර, ස්කන්ධය, උෂ්ණත්වය, පරිමාව වැනි රාශීන් සංඛ්‍යා මගින් පමණක් සම්පූර්ණයෙන්ම විස්තර කළ හැකි අතර එකම වර්ගයේ එවැනි රාශීන් එකතු කිරීමෙන් හෝ අඩු කිරීමෙන් වැනිම ප්‍රතිඵල ලබාගත හැක. මෙවැනි රාශීන් අදිශ රාශීන් වේ.

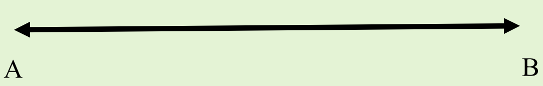
විස්ථාපනය, ප්‍රවේගය, ත්වරණය, බලය වැනි රාශීන් ම යම් අගයක්(විශාලත්වයක්) එමෙන්ම යම් දිශාවන්ද දැක්වීම තුළින් සම්පූර්ණයෙන්ම විස්තර කළ හැකිය. මෙවැනි රාශීන් දෛශික රාශීන් වේ.

1.අදිශ රාශි සහ අදිශ

යම් විශාලත්වයක් සහිත රාශීන් අදිශ රාශීන් යයි කියනු ලැබේ.
මේවා විශාලත්වයෙන් පමණක් සම්පූර්ණයෙන්ම විස්තර කළ හැකිය.
ඒකක සහිත අදිශ, අදිශ රාශින් යයි කියන ලබන අතර, ඒකක රහිත අගය(විශාලත්වය) පමණක් ගනු ලැබූ විට ඒවා අදිශ යයිද කියනු ලැබේ.

නිදසුන් වශයෙන් ස්කන්ධය 15 kg වස්තුවක් සලකමු.

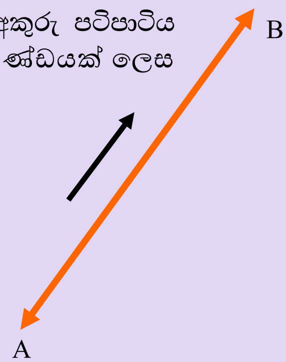
5 kg, 1 cm කින් දක්වමු. එවිට 15 kg යන්න 3 cm කින් දැක්විය හැකිය. 3 cm දිග AB රේඛා ඛණ්ඩ යක් අඳින්න. මෙයට දිශාවක් නොමැත. විශාලත්වය පමණක් ඇත.



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

2. දිෂ්ට (දිශාගත) රේඛා ඛණ්ඩය

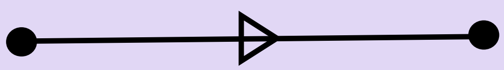
A හා B ප්‍රභින්න ලක්ෂ දෙකක් සලකමු. AB රේඛා ඛණ්ඩය යම් දිගක් ඇති අතර, AB අකුරු පටිපාටිය මගින් යම් දිශාවක් ද දක්වයි. යම් දිගක් හා දිශාවක් සහිත රේඛා ඛණ්ඩයක් දිෂ්ට රේඛා ඛණ්ඩයක් ලෙස හැඳින්වෙයි.



A සිටBට වූ දිශාගත රේඛා ඛණ්ඩයක් සාමාන්‍යයෙන් $\overrightarrow{AB}$ මගින් දැක්වේ.
මෙහි A ලක්ෂයට ආරම්භක ලක්ෂය යයි ද කියමු.
නිදසුන් ලෙස o හිදී ක්‍රියාකරන තිරස් 20N බලයක් සලකමු.

4N= 1cm ලෙස ගෙන

20N තිරස් බලය රූපයේ පරිදි 5 cm දිගැති $\overrightarrow{AB}$ දිෂ්ට රේඛා ඛණ්ඩයකින් නිරූපණය කළ හැකිය.



බලයට විශාලත්වය මෙන්ම දිශාවක්ද ඇති බැවින් බලය දෛශිකයකි. එනම් දෛශිකයක් දිෂ්ට හෙවත් දිශාගත රේඛා ඛණ්ඩයකින් නිරූපණය කළ හැකිය.

සටහන

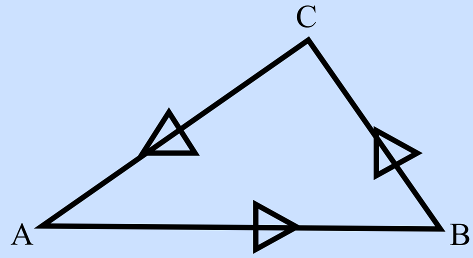
විශාලත්වයෙන් සහ දිශාවන් ඇති පමණින්ම සියලු රාශි දෛශික රාශි නොවේ. භ්‍රමණ චලිතය දෛශිකයක් නොවේ. මේ සඳහා දෛශික එකතු කිරීම පිළිබඳව ත්‍රිකෝණ නියමයට අනුකූල විය යුතුය.

ත්‍රිකෝණ නියමය

රූපයේ පරිදි A,B හා C නම් ප්‍රභින්න ලක්ෂය තුනක් සලකමු.

A සිට B ට වූ දිශාගත $\overrightarrow{AB}$ දිශාගත රාශියේ B සිට C ට වූ $\overrightarrow{BC}$ දිශාගත රාශියේත් එකතුව A සිටC ට $\overrightarrow{AC}$ දිශාගත රාශියෙන් ලබාදේ. මේ ආකාරයට සජාතීය දිෂ්ට රාශීන් ආකලනය කිරීම, "ත්‍රිකෝණ ආකලන නියමය" ලෙස හැඳින්වේ.

එය $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ ලෙස ලියනු ලැබේ.



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

අර්ථ දැක්වීම

විශාලත්වයක් හා දිශාවක් ඇති සජාතීය රාශියක් සමග එකතු කිරීමේදී ත්‍රිකෝණ නීතියට අනුකූලව එකතු කළ හැකි රාශීන් දෛශික ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

මාන සහිත දෛශික, දෛශික රාශීන් යයිද මාන රහිත දෛශික, දෛශ යැයිද කියනු ලැබේ.

දෛශික අංකනය

දෛශික ජ්‍යාමිතික ආකාරයට නිරූපණය කිරීමේදී $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$,............ ආකාරයටද, දෛශික වීජ ගණිතයේදී $\underline{a}$, $\underline{b}$, ආකාරයට ද දක්වනු ලැබේ.

දෛශිකයක ජ්‍යාමිතික නිරූපණය

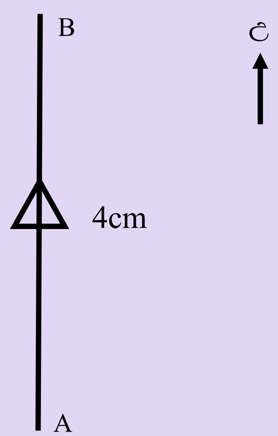
ඕනෑම දෛශියක් එහි දිශාවට සමාන්තර දිෂ්ට රේඛා ඛණ්ඩයකින් නිරූපණය කළ හැකිය.

එම රේඛා ඛණ්ඩයේ දිගින් දෛශිකයේ විශාලත්වයද රේඛාව මත දක්වන ඊතිස මගින් එම දෛශිකයේ දිශාව ද නිරූපණය වේ
.

නිදසුන

උතුරු දිශාවට වූ 20ms ප්‍රවේගයක් පරිමාණය $5ms^{-1} = 1cm$ වන පරිදි උතුරු දිශාවට වූ 4cm දිග දිශාගත AB රේඛා ඛණ්ඩයක් නිරූපණය කළ හැකිය.

එය $\overrightarrow{AB}$ ලෙස ලිවිය හැකිය.

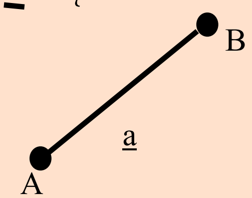


Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

දෛශිකයක මාපාංකය

දෛශිකයක විශාලත්වය එම දෛශිකයේ මාපාංකය ලෙස හැඳින්වේ.

$\overrightarrow{AB}$ දෛශිකයේ මාපාංකය $[\overrightarrow{AB}] = AB$ ලෙසද
$\underset{\sim}{a}$ දෛශිකය මාපාංකය $[\underset{\sim}{a}]$ ලෙසද දක්වනු ලැබේ.



$[\overrightarrow{AB}] = AB > 0$ වේ.
$A \equiv B$ නම්
$[\overrightarrow{AB}] = [\overrightarrow{AA}] = AA = 0$

එනම්A හා B ලක්ෂ 2 සම්බන්ධ වන විට එම් දෛශිකයේ විශාලත්වය ශුන්‍ය වේ

අභිශුන්‍ය දෛශිකය

විශාලත්වය ශුන්‍ය වන දෛශිකයක අභිශුන්‍ය දෛශික යැයි කියනු ලැබේ .අභිශුන්‍ය දෛශිකය 0 මගින් දැක්වේ. මෙහි$[\underline{0}]$ =0 ද වේ.

දෛශික දෙකක සමානතාව

එක සමාන විශාලත්වයක් හා එකම දිශාවක් ඔස්සේ පවතින දෛශික දෙකක් සමාන දෛශික ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

$\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{CD}$ දෛශික 2ක් සලකමු.

මෙම දෛශික දෙක සමාන වීමට නම් , පහත සඳහන් අවශ්‍යතා 3ක් සපුරාලිය යුතුයි.

1) විශාලත්වයෙන් සමාන විය යුතුයි. එනම් $[\overrightarrow{AB}] = [\overrightarrow{CD}]$
2) AB// CD: AB, CD සමාන්තර විය යුතුයි.
3) A ⟶ B ට වූ අභිදිශාව, C ⟶ D ට වූ අභිදිශාවට සමාන විය යුතුයි.

එවිට $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ නම් ඉහත සඳහන් අවශ්‍යතා තුනම ඉන් ලැබේ.

සටහන

ඉහත (ii) හා (iii) වන අවශ්‍යතාවයන් සපුරාලයි නම්, දෛශික දෙකේ දිශාවන් සමාන වේ යැයි කියනු ලැබේ.

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- N.M මිස්බා, උසස් බාලිකා විදුහල, මහනුවර
පරිගණක පිටු සැකසුම :- පී.පී.කේ රංජිත්, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

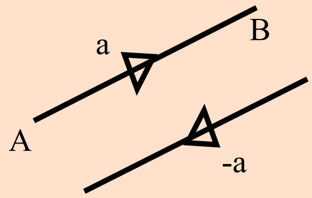
සෘණ දෛශිකය ($-\underline{a}$)

a දෛශිකයේ විශාලත්වයම ඇති, එයට ප්‍රතිවිරුද්ධ අභිදිශාව ඇති දෛශිකය -a ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.
එනම් a හි ප්‍රතිවර්ත දෛශිකය= -a

$[\overrightarrow{AB}] = [\underline{a}] = AB$

$[\overrightarrow{BA}] = [-\underline{a}] = BA$

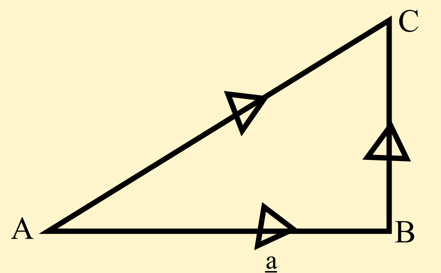
$[\underline{a}] = [-\underline{a}]$



දෛශික ආකලනය පිළිබඳ ත්‍රිකෝණ නියමය

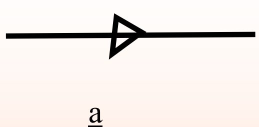
$\underline{a}$ හා $\underline{b}$ නම් දෛශික දෙකක් පිළිවෙලින් ABC ත්‍රිකෝණය $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{BC}$ මගින් නිරූපණය කළ විට $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික වල එකතුව $\overrightarrow{AC}$ මගින් නිරූපණය වේ.

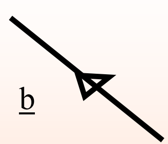
එනම් $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



දෛශික දෙකක් ආකලනය

රූපයේ පරිදි $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දී තිබෙන දෛශික දෙකක් ලෙස ගනිමු.



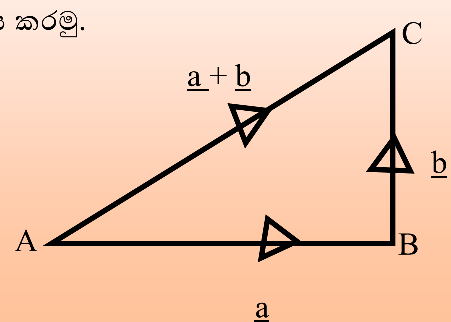


රූපයේ පරිදි $\underline{a}$ දෛශිකය $\overrightarrow{AB}$ මගින් ද $\underline{b}$ දෛශිකය $\overrightarrow{BC}$ මගින් ද නිරූපණය කරමු.
දෛශික ආකලන පිළිබඳ ත්‍රිකෝණ නියමයට අනුව

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$\underline{a} + \underline{b} = \underline{ac}$

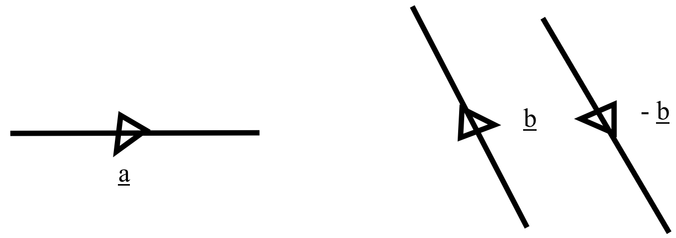
ඒනම් $\overrightarrow{AC}$ මගින් $\underline{a} + \underline{b}$ නිරූපනය වේ.



අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- N.M මිස්බා, උසස් බාලිකා විද්‍යාලය, මහනුවර
පරිගණක පිටු සැකසුම :- පී.පී.කේ රංජිත්, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

දෛශික දෙකක ව්‍යාකලනය

$\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික දෙකේ ව්‍යාකලනය $\underline{a} - \underline{b} = \underline{a} + (-b)$ ලෙස ලියනු ලැබේ.

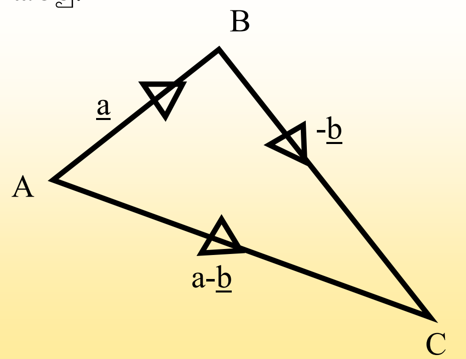


රූපයේ පරිදි $\underline{a}$ දෛශිකය AB මගින්ද $-\underline{b}$ දෛශිකය $BC^{/}$ මගින්ද නිරූපණය කරමු.
එවිට

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}^{/} = \overrightarrow{AC}^{/}$ බැවින්

$a + (-b) = \overrightarrow{AC}^{/}$

ඒනම් $\overrightarrow{AC}^{/}$ මගින් a - b දෛශිකය නිරූපනය වේ.



දෛශික ආකලනය පිළිබඳ සමාන්තරාස්‍ර නියමය

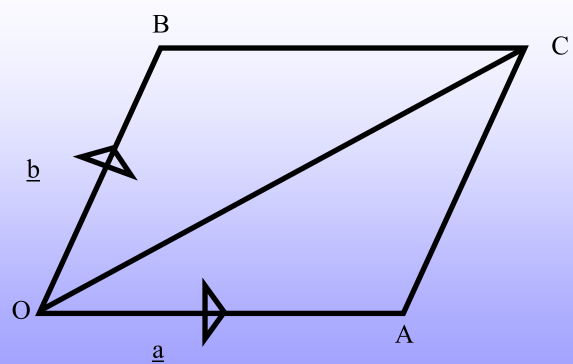
OACB සමාන්තරාස්‍රයක $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ වේ.
ත්‍රිකෝණ ආකලන නියමයෙන්

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$

මෙහි $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB} = \underline{b}$

$\therefore \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$
$= \underline{a} + \underline{b}$ වේ.



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

මෙය දෛශික ආකලනය පිළිබඳ සමාන්තරාස්‍ර නියමය ලෙස හැඳින්වේ. එය පහත දැක්වෙන ආකාරයට ප්‍රකාශ කළ හැකිය.
දී ඇති අභිශූන්‍ය නොවන දෛශික දෙකක් බද්ධ පාද දෙකක් වන පරිදි සමාන්තරාස්‍රයක් නිර්මාණය කළ විට එම දෛශික දෙක හමු වන ලක්ෂය හරහා අඳිනු ලබන විකර්ණය මගින් එම දෛශික දෙකේ එකතුව නිරූපණය කෙරේ.

දෛශික තුනක් හෝ වැඩි ගණනක් ආකලනය

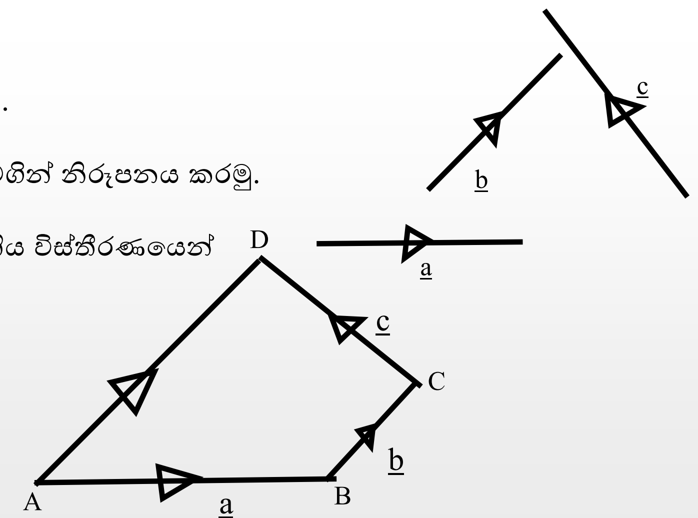
පළමුව දෛශික තුනක් සලකමු.

a, b හා c යන අභිශූන්‍ය නොවන දෛශික තුනක් සලකමු.

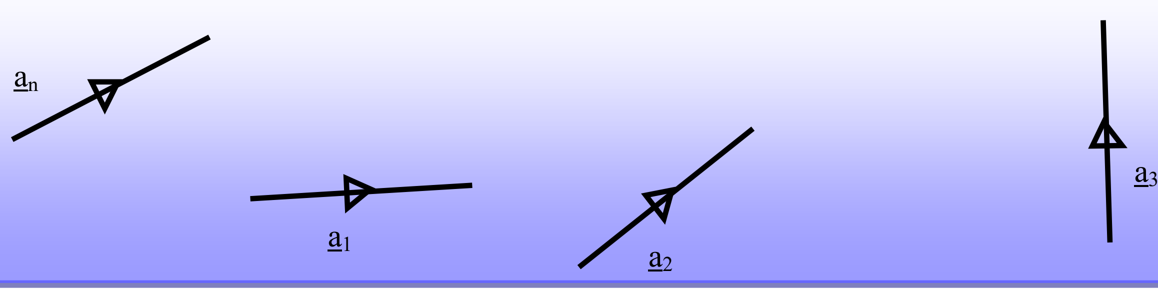
a, b හා c යන දෛශික තුන පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ මගින් නිරූපනය කරමු.

මෙහිදී දෛශික දෙකක ආකලනය පිළිබඳ ත්‍රිකෝණ නීතිය විස්තීරණයෙන්

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$$
$$= \underline{a} + \underline{b} + \underline{c}$$



රූපයේ පරිදි $a1, a2, \ldots\ldots a_n$ අභිශූන්‍ය නොවන දෛශික n ගණනක් සලකමු.



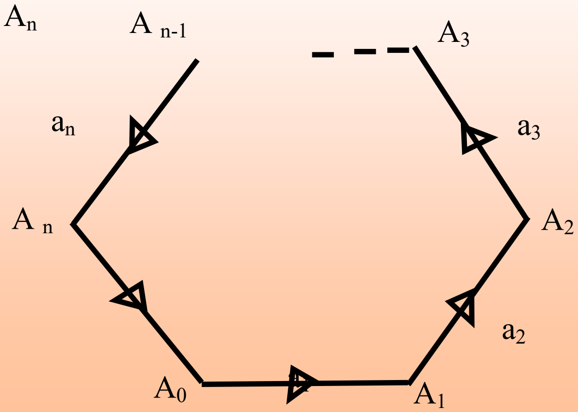
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

මෙහිදී එක් එක් දෛශිකයේ අන්ත ලක්ෂය අනෙකේ ආරම්භක ලක්ෂය වන සේ , $a_1, a_2, ...a_n$, මගින් දෛශික පිලිවෙලින් $A_0A_1, A_1A_2, ..., A_{n-1}A_n$ නිරූපණය වේයැයි ගනිමු.

එවිට A_0 හා An ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් ලැබෙන $A_0 A_n$ දෛශිකය මුල් දෛශික n හි එකතුව ලෙස හැඳින්වේ.

$$a_1 + a_2 + ... + a_n = A_0A_1 + A_1A_2 + ... + A_{n-1}A_n$$

$$= A_0A_n$$

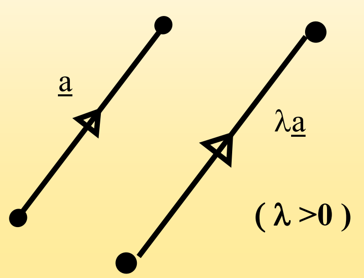


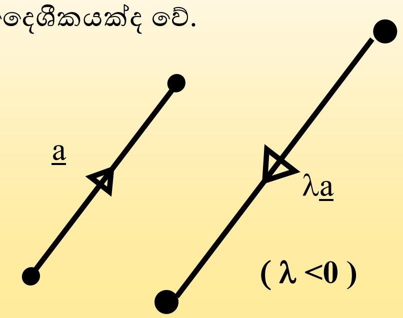
යම් හෙයකින් $A_0 = A_n$ වුවහොත්, $A_0A_n = 0$වේ. එවිට දෛශික බහුඅස්‍රය සංවෘත වේ.

දෛශිකයක් අදිශයකින් ගුණ කිරීම

a යනු අභිශූන්‍ය නොවන ඕනෑම දෛශිකයක් ද λ යනු ඕනෑම අදිශයක්ද විට, λ හා a හි ගුණිතය λa ලෙස ලියනු ලබන දෛශිකයක් ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

තවද
i) λ > 0 නම් එහි විශාලත්වය λ [a] හා දිශාවටම වූ දෛශිකයක් ය.
ii) λ < 0 නම් එහි විශාලත්වය [λ][a] හි දිශාව a හි දිශාවට ප්‍රතිවිරුද්ධ දෛශිකයෙන්ද,
iii) λ = 0 නම් එහි විශාලත්වය ශුන්‍ය වන අභිශුන්‍ය දෛශිකයක්ද වේ.





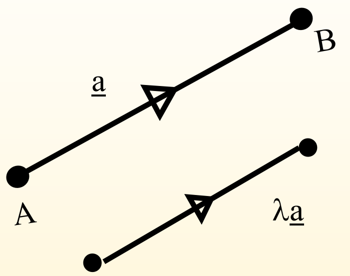
සටහන;-

0 < **λ** < 1 නම් **λ**[a] < [a]ද
[**λ**] > 1 නම් [**λ**][a] > [a] ද වේ.

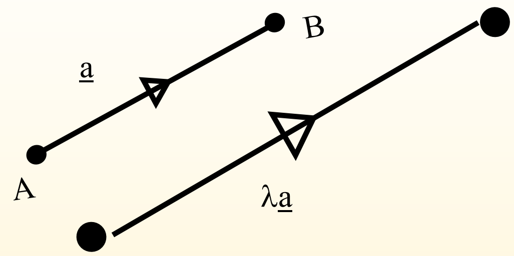
අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- N.M මිස්බා, උසස් බාලිකා විද්‍යාලය, මහනුවර
පරිගණක පිටු සැකසුම :- පී.පී.කේ රංජිත්, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

$AB = \underline{a}$ ලෙස ගනිමු.

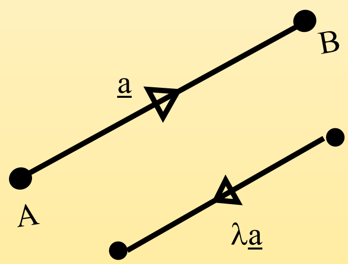
1) $0 < \lambda < 1$ විට



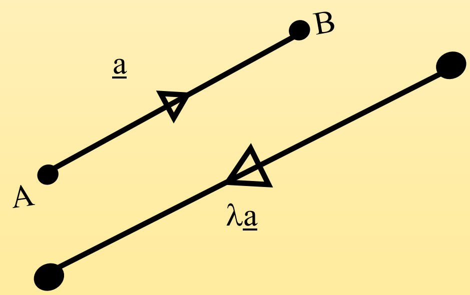
2) $\lambda > 1$ විට



3) **$-1 <$** $\lambda > 0$ විට



3) **$-1 <$** $\lambda > 1$ විට



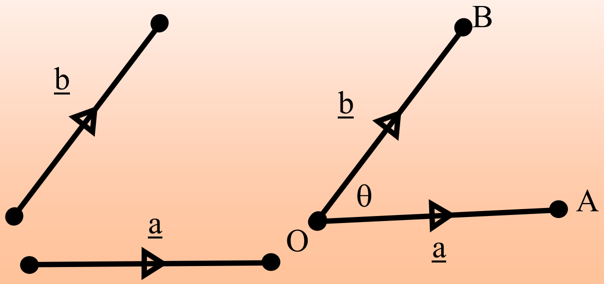
එනම් සියළු λ E/R සඳහා $\lambda\underline{a}$ දෛශික $\underline{a}$ දෛශිකයට සමාන්තර වේ.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

දෛශික දෙකක් අතර කෝණය

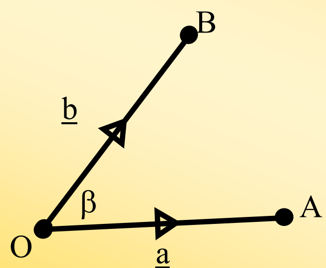
$\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු අභිශුන්‍ය නොවන දෛශික දෙකක් ලෙස ගනිමු.

රූපයේ පරිදි O නම් ඕනෑම ලක්ෂ්‍යක් ගෙන $\underline{a}, \underline{b}$ දෙකට තුල්‍ය දෛශික දෙක පිළිවෙලින් OA, OB, නම් OA, OB අතර කුඩාතම කෝණය θ, $\underline{a}$, හා $\underline{b}$ අතර කෝණය ලෙස අර්ථ දැක්වේ. මෙහි θ යනු $0 \leq \theta \leq \pi$ වන පරිදි වූ කෝණයකි.

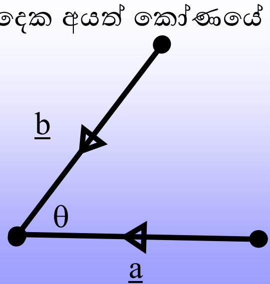


පහත දී තිබෙන එක් එක් අවස්ථාවන්හි දී $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අයත් කෝණය සොයමු.

1) මෙහි $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අයත් කෝණය $= \pi - \beta$ විය යුතුය.



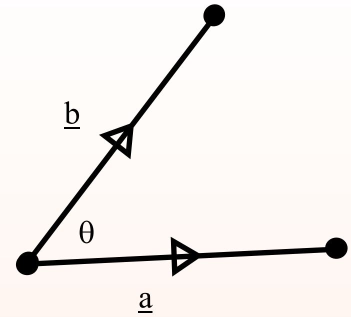
2) මෙහිද දෛශින දෙක අයත් කෝණයේ අගය θ වේ.



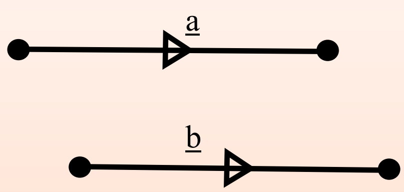
දෛශික දෙකක් අතර කෝණය සෙවීමේදී එම දෛශික වල අභී දිශාවන් වැදගත්ය.
එබැවින් දෛශික දෙකක දිශා අතර කෝණය, එම දෛශික දෙක අතර කෝණය ලෙසද හැඳින්විය හැකිය.

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- N.M මිස්බා, උසස් බාලිකා විදුහල, මහනුවර
පරිගණක පිටු සැකසුම :- පී.පී.කේ රංජිත්, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

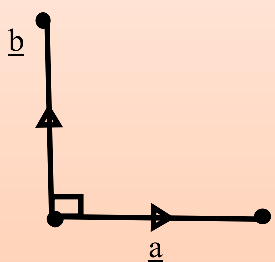
$\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අතර කෝණය θ ලෙස ගනිමු. මෙහි $0 \leq \theta \leq \pi$ වේ.



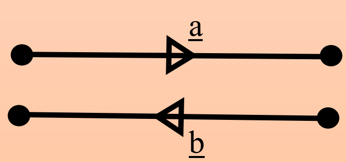
1) $\theta = 0$ විට දෛශික දෙක සමාන්තරව එකට අභිදිශාව ඔස්සේ පිහිටයි.



2) $\theta = \pi/2$ විට දෛශික දෙක එකිනෙකට ලම්භකව පිහිටයි.



2) $\theta = \pi$ විට දෛශික දෙක සමාන්තරව වන අතර එහෙත් අභිදිශාවෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ.



එනම් $\theta = 0$ හෝ $\theta = \pi$ විට $\underline{a} \,//\, \underline{b}$ වේ.

$\underline{a}$ යනු අභිශූන්‍ය නොවන දෛශිකයක් නම්,
සියළු $\lambda\underline{a}$ යනු $\underline{a}$ සමාන්තර වූ දෛශිකයක් වේ.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

ඒකක දෛශික

විශාලත්වය ඒකක 1ක් වූ දෛශිකයක් ඒකක දෛශිකයක් යැයි කියනු ලැබේ. $\underline{\lambda}$ යනු ඒකක දෛශිකයක් නම් $[\underline{\lambda}] = \underline{1}$ ක් නම් වේ.

AB යනු අභිශූනය නොවන දෛශිකයක් ලෙස ගනිමු.

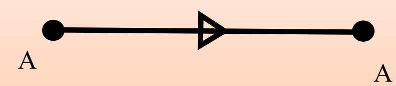
$\overrightarrow{AB} / \overrightarrow{AB}$ සලකමු.

$\overrightarrow{AB} / \overrightarrow{AB} = 1 / AB\ (\overrightarrow{AB})$ ලෙස ලිවිය හැකිය. මෙහි $1 / AB > 0$ බැවින් මෙය $\overrightarrow{AB}$ ට වූ දෛශිකයකි.

$$\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{AB}\right) = \left(\frac{1}{AB}\left(\overrightarrow{AB}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{AB}\left(AB\right)$$

$$= \frac{AB}{AB} = 1$$



එනම් $\frac{\overrightarrow{AB}}{AB}$ යනු විශාලත්වය ඒකකයක් වූ AB දිශාවට වූ දෛශිකයක් බැවින්, මෙය AB දිශාවට වූ ඒකක දෛශිකයක් වේ. එම ඒකක දෛශිකය λ නම්

$$\frac{\overrightarrow{AB}}{AB} = \underline{\lambda}$$ වේ.

$$\therefore \overrightarrow{AB} = (AB)\,\underline{\lambda} = [\overrightarrow{AB}]\,\underline{\lambda}$$

∴ ඕනෑම දෛශිකයක් = ඒම දෛශිකයේ මාපාංකය x එම දෛශිකයේ දිශාවට වූ ඒකක දෛශිකය

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- N.M මිස්බා, උසස් බාලිකා විදුහල, මහනුවර
පරිගණක පිටු සැකසුම :- පී.පී.කේ රංජිත්, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

නිදසුන: 2AB,- 1/3 AB දෛශිකයේ දිශාවට වූ ඒකක දෛශික සලකමු.

2AB දෛශිකයේ දිශාව ට වූ ඒකක දෛශිකය $= \dfrac{\overrightarrow{2AB}}{\overrightarrow{2AB}}$

$= \dfrac{\overrightarrow{2AB}}{2AB}$

$= \dfrac{\overrightarrow{AB}}{AB} = \lambda$ ලෙස ගනිමු.

= AB දිශාව ට වූ ඒකක දෛශික වේ.

$-\frac{1}{3}$ AB දෛශිකයේ දිශාවට වූ ඒකක දෛශිකය

$= \dfrac{-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}}{-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}}$

$= -\dfrac{\overrightarrow{AB}}{AB}$

$= -\underline{\lambda}$

එනම් $\overrightarrow{AB}$ ට ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට වූ ඒකක දෛශිකයකි.

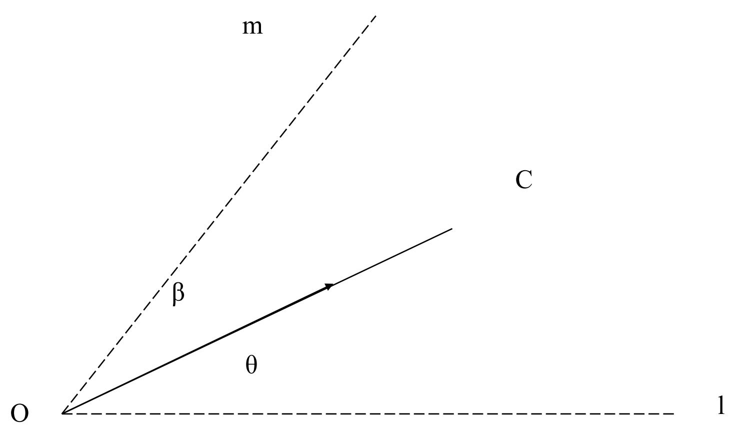
දෛශික විභේදනය

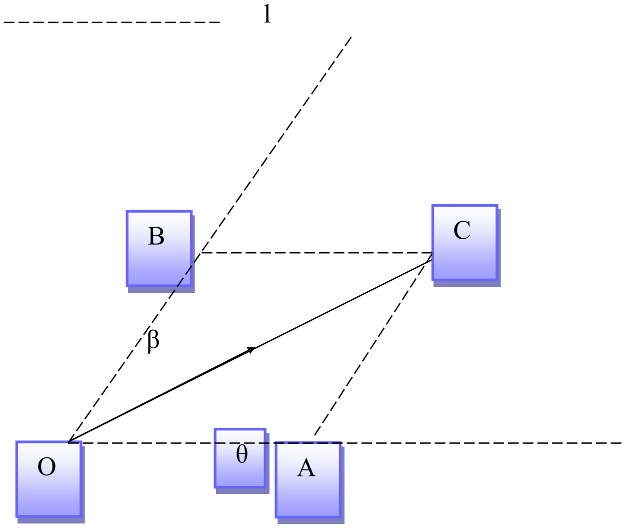
දී ඇති දෛශිකයක් එයට තුල්‍ය වන සේ කොටස් දෙකකට හෝ වැඩි ගණනකට වෙන් කිරීමේ ක්‍රියාවලිය දෛශික විභේදනය ලෙස හැඳින්වේ. එවිට ලැබෙන කොටස්වලට විභේදන කොටස් හෙවත් සංරචක යැයි කියනු ලැබේ.

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- N.M මිස්බා, උසස් බාලිකා විදුහල, මහනුවර
පරිගණක පිටු සැකසුම :- පී.පී.කේ රංජිත්, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

දෛශිකයේ දී ඇති ඕනෑම දිශා 2කට විභේදනය කිරීමේදී තිබෙන $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකයක් සලකමු.

OC දෛශිකය සමාන θ කෝණය හා β කෝණය සාදන පිළිවෙලින් l හා m ඔස්සේ විභේදනය කරන්නේ යැයි ගනිමු.





රූපය පරිදි $\overrightarrow{OC}$ විකර්ණය වනසේ හා බද්ධ පාද දෙක l,m වන මත වනසේ OACB සමාන්තරාස්‍රයක් නිර්මාණය කරන්න.

දෛශික ආකලනය පිළිබඳ සමාන්තරාස්‍ර නියමයෙන්

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$

l,m ඔස්සේ $\overrightarrow{OC}$ හි විකර්ණ සංරචක පිළිවෙලින් $\overrightarrow{OA}$ හා $\overrightarrow{OB}$ වේ.

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- N.M මිස්බා, උසස් බාලිකා විදුහල, මහනුවර
පරිගණක පිටු සැකසුම :- පී.පී.කේ රංජිත්, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

OA සහ OB වල විශාලත්වයන් OAC Δ යට සයින් නියමය භාවිතයෙන් සෙවිය හැකිය

$$= \frac{OA}{8n\beta} = \frac{OC}{8n[\pi-(\theta+\beta)]} = \frac{OB}{8n\theta}$$

$$= \frac{OA}{8n\beta} = \frac{OC}{8n(\theta+\beta)} = \frac{OB}{8n\theta}$$

$\therefore OA = OC\dfrac{8n\beta}{8n(\theta+\beta)}$ හා $OB = OC\dfrac{8n\theta}{8n(\theta+\beta)}$ වේ.

$\theta + \beta = \dfrac{\pi}{2}$ නම් l Ж m වේ.

එවිට OACB සෘජුකෝණාශ්‍රයක් වේ.

$\overrightarrow{OA}$ හා $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ හි සංරචක වේ.

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \theta$$

$$OA = \frac{OC\ 8n\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{8n\left(\frac{\pi}{2}\right)}$$

= OC OSθ

$$OB = \frac{OC8n\theta}{8n\left(\frac{\pi}{2}\right)}$$ =O COSθ

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- N.M මිස්බා, උසස් බාලිකා විදුහල, මහනුවර
පරිගණක පිටු සැකසුම :- පී.පී.කේ රංජිත්, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

නිදසුන 1

පහත දී ඇති දෛශික වල මාපාංක සොයන්න .
PQ = 8cm වෙන අතර 1cm මගින්4 N බලයක් නිරූපණය කෙරේ.

I. $\overrightarrow{PQ}$ II. $5\overrightarrow{PQ}$ III. $\frac{1}{4}\overrightarrow{PQ}$

විසඳුම ;- මෙහි පරිමාණය 4 N=1cm

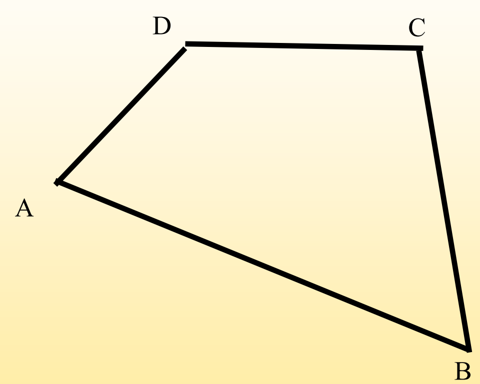
$|\overrightarrow{PQ}|$ = PQ = 8 * 4N = 32N

$|5\overrightarrow{PQ}|$ = 5PQ = 5 * 8* 4N= 160N

$|1/4\ \overrightarrow{PQ}|$ =1/4PQ= ¼*8*4N=8N

නිදසුන 2

A BCD චතුරස්‍රයක AD = B C වේ.
ABCD සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්නන්න



විසඳුම

A D=BC බැවින්
AD = BC හා AD // BC වේ.

එනම් සම්මුඛ පාද සමාන හා සමාන්තර වෙයි.
එබැවින් ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

නිදසුන 3

R අනුව PQ රේඛාව මත වූ ලක්ෂයකි. පහත් දී ඇති අවස්ථාව වලදී PQ හා PR අතර සම්බන්ධතාවය ප්‍රකාශකරන්න.

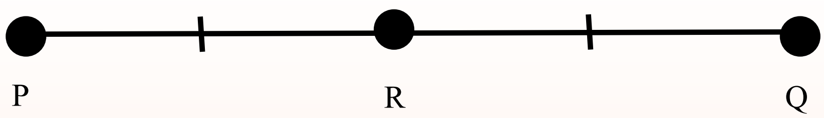
i. R යනු PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂය වන විට

ii. R යනු PQ විච්ඡේදන ලක්ෂ වනවිට

iii. R $\frac{PR}{RQ}$ යනු වන පරිදි = 5/3 වන පරිදි PQ ට බාහිරට පිහිටන විට

Iv. R $\frac{PR}{RQ}$ යනු =3/5 වන පරිදි PQ ට බාහිර පිහිටන විට

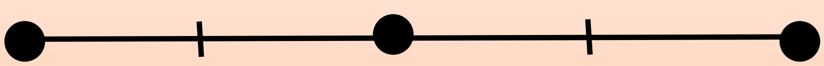
විසඳුම

(1) 

PQ = 2PR වන අතර PQ // PR සහ

$P\rightarrow Q$ අත = $P\rightarrow R$ ඇත

එබැවින් $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PR}$



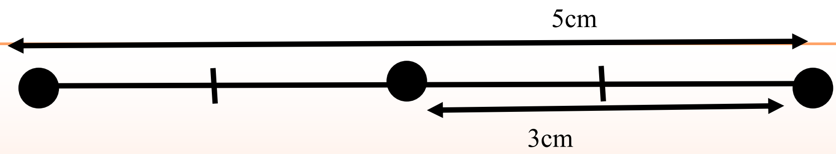
PQ = 3PR වන අතර PQ // PR සහ

$P\rightarrow Q$ අත = $P\rightarrow R$ ඇත

එබැවින් $\overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PR}$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

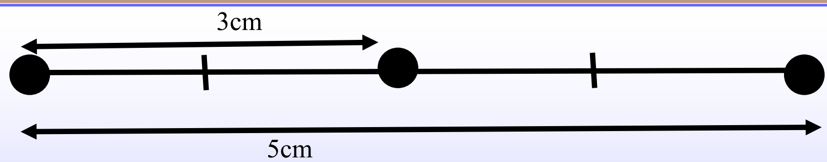
03 (iii)



PQ / PR = 2/ 5 බැවින් ,
5PQ 2PR, PQ // PR සහ
PQ හි අභි දිශාව සහ PR හි අභි දිශාව එකම වේ

5PQ = 2PR

(iv)



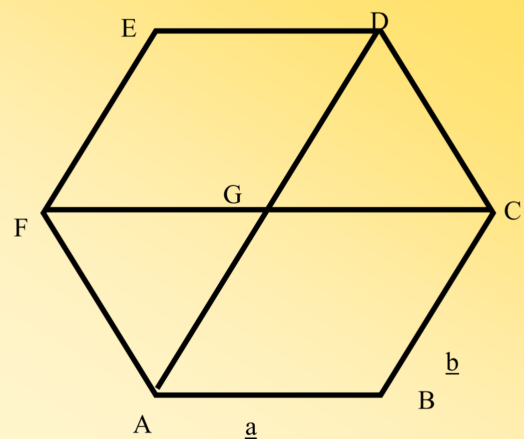
PQ / PR = 2/ 3 බැවින්

3PQ = 2PR වේ.

PQ // PR සහ $P\vec{\ }Q$ හි අභි දිශාව සහ $P\vec{\ }R$ අභි දිශාව එකිනෙකට ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ.

$\vec{3PQ} = -\vec{2PR}$ වේ

නිදසුන 4



ABCDEF යනු සවිධි ෂඩාශ්‍රයකි.
AB = <u>a</u>, BC = <u>b</u> වේ
පහත දැක්වෙන දෛශික <u>a</u> හා <u>b</u> ඇසුරින් සොයන්න

i) $\vec{AD}$ ii) $\vec{CD}$ iii) $\vec{BE}$

විසඳුම
ABCDEF සවිධි ෂඩාශ්‍රයක් බැවින්
AD// BC හා
AD = 2BC වේ.
A D ඇත = B C ඇත.
AD = 2BC = 2<u>b</u>
තවද Aa = aD = 1 2 AD = b
සහ Fa = aC = AB = a ද වේ.

දෛශික පිළිබඳ ත්‍රිකෝණ ආකලනයෙන්
CD = Ca + ab = -aC + ab
= - a + b
තවද BE = 2D ද වේ (සවිධි ෂඩාශ්‍රයක් බැවින්)
= 2(-a+b)//

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- N.M මිස්බා, උසස් බාලිකා විදුහල, මහනුවර
පරිගණක පිටු සැකසුම :- පී.පී.කේ රංජිත්, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

නිදසුන 5:

a, b හා c යනු අභිශූන්‍ය නොවන දෛශික තුනක් මත වන අතර, පහත දැක්වෙන සම්බන්ධතා සපුරාලයි.

a=7b හා c=-3a

a හා b අතර කෝණය
b හා c අතර කෝණය
a හා c අතර කෝණය, සොයන්න.

විසඳුම :

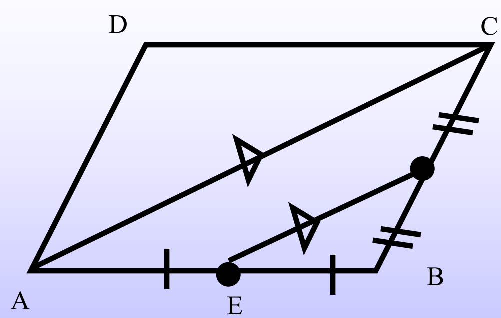
(1)
$\underline{a}=7\underline{b}$ බැවින්
$\underline{a}$ // $\underline{b}$ වේ.
තවද $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ හි අභිදිශාවන් එකම වේ.
$\underline{a}$ හා $\underline{b}$ හි අතර කෝණය = 0 වේ.

(2)
A = 7b හා c =- 3a බැවින්
$\underline{C}$ = -3$\underline{a}$ (7b) = -2/b වේ.
මෙහි $\underline{c}$ // $\underline{b}$ ද $\underline{b}$ හා $\underline{c}$ හි අභිදිශාවන් ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ.
$\underline{b}$ හා $\underline{c}$ හි අතර කෝණය = 180^{O} ක් ය.

(3)
$\underline{c}$ = -3$\underline{a}$ බැවින්
$\underline{a}$ // $\underline{c}$ හා ඒවායේ අභිදිශාවන් එකිනෙකට ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ.
$\underline{a}$ හා $\underline{c}$ හි අතර කෝණය = 180^{O}.

නිදසුන 6:

ABCD සමාන්තරාස්‍රයක AB හා BC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂය පිළිවෙලින් E හා F වේ.
λ AB=μAE නම් λ හා μ අතර සම්බන්ධතාවය සොයන්න.
λ AC=μEF නම් $\frac{\lambda_1}{\mu_1}$ හි අගය සොයන්න.



විසඳුම :

$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AE}$ බැවින්
$AB=2AE$ වේ.
$\lambda\overrightarrow{AB}=\mu\overrightarrow{AE}$ බැවින්
$\lambda 2\overrightarrow{AE}=\mu\overrightarrow{AE}$
$2\lambda=\mu$ වේ.

λ_1 AC= μ_1 EF මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයෙන් : AC//EF හා
AC=2EF බැවින්
A→C අගය හා E→F අගය එකම වේ.
AC= 2EF
λ_1 (2EF)= μ_1 EF
2 λ_1 = μ_1

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- N.M මිස්බා, උසස් බාලිකා විදුහල, මහනුවර
පරිගණක පිටු සැකසුම :- පී.පී.කේ රංජිත්, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk