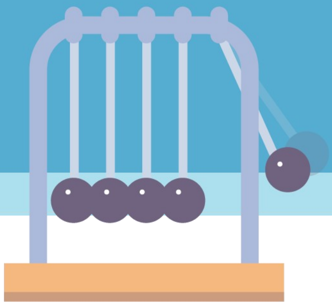
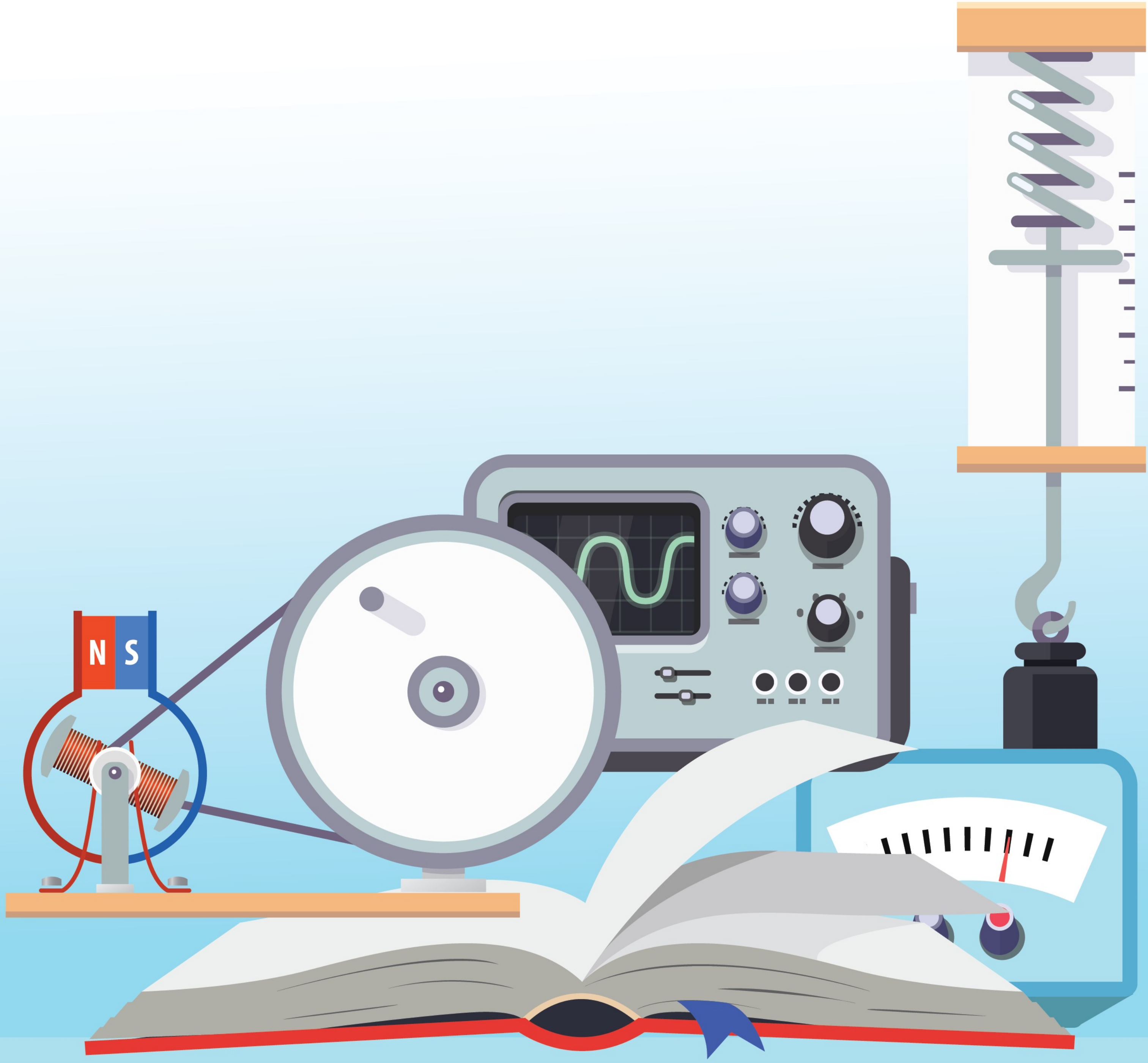


භෞතික විද්‍යාව

1.5 දෛශික ආකලනය හා විභේදනය



Start Your Learning Journey with e-thaksalawa

The National e-learning Portal for The General Education

නිපුණතා මට්ටම 1.5 : දෛශික ආකලනය සහ විභේදනය උචිත අන්දමින් භාවිතා කරයි.

ඉගෙනුම් ඵල :

- දෛශික රාශි හා අදිශ රාශි වෙන් කර දක්වා ඒවා සඳහා උදාහරණ ගෙනහැර දක්වයි.
- දෛශික ජ්‍යාමිතිකව නිරූපණය කරයි.
- ඒකතල දෛශික ආකලනය සහ ව්‍යාකලනය සිදු කරයි.
- දෛශික සාමාන්තරාස්‍ර මූලධර්මය භාවිතයෙන් ආනත දෛශික දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය සොයයි.
- දෛශික ත්‍රිකෝණ ක්‍රමය යොදා ගනිමින් දෛශික දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය සොයයි.
- දෛශික බහුඅස්‍ර ක්‍රමය යොදා ගනිමින් දෛශික කිහිපයක සම්ප්‍රයුක්තය සොයයි.
- දෛශික එකිනෙකට ලම්බක දිශා දෙකකට විභේදනය කරයි.
- බල කිහිපයක් බාහුවට තනි බලයක් යොදන අවස්ථා සහ තනි බලයක් බාහුවට බල කිහිපයක් යොදන අවස්ථා උදාහරණ දක්වයි.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම : සුමතිපාල විදානපතිරණ මයා. - ගුරු උපදේශක (වලස්මුල්ල අධ්‍යාපන කලාපය)
පරිගණක පිටු සැකසුම : ටී.එම්. ජී. දුලාන් සංජීව - නු/ගාමිණී ජාතික පාසල ,නුවරඑළිය
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කිරීම : පී. මලවිපතිරණ මයා - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය - ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

දෛශික රාශි හා අදිශ රාශි

- අප දන්නා බොහෝ භෞතික රාශි ඇත. ඒවාට විශාලත්වයක් පවතී. ඇතැම් භෞතික රාශිවලට නිශ්චිත දිශාවන් ඇතත් නිශ්චිත දිශාවන් නොමැති භෞතික රාශි ද පවතී.
- විශාලත්වයක් පමණක් ඇති නිශ්චිත දිශාවකින් දැක්විය නොහැකි රාශි අදිශ රාශි ලෙස හඳුන්වයි.
- විශාලත්වයක් හා නිශ්චිත ක්‍රියාවක් සහිත ක්‍රියා රේඛාවකින් දැක්විය හැකි භෞතික රාශි දෛශික රාශි ලෙස හඳුන්වයි. දෛශික දැක්විමට යටි ඉරක් සහිත ඉංග්‍රීසි සිම්පල් අක්ෂර යොදා ගනී. උදා (a , b) මේ අනුව යාන්ත්‍ර විද්‍යාවේදී අපට හමුවන භෞතික රාශි පහත දැක්වෙන පරිදි වර්ග කර දැක්විය හැකි වේ.

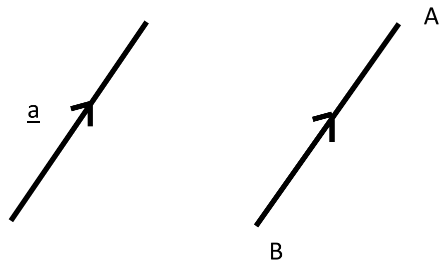
දෛශික රාශි	අදිශ රාශි
විස්ථාපනය	දුර
ප්‍රවේගය	වේගය
ත්වරණය	කාර්යය
ගම්‍යතාවය	ශක්තිය
ඝූර්ණය	ක්ෂමතාවය
ආවේගය	පීඩනය
ආතතිය	ස්කන්ධය
බලය	කාර්යක්ෂමතාව

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

දෛශික ජ්‍යාමිතිකව නිරූපණය

දෛශිකයක ක්‍රියා රේඛාවට සමාන්තරව ඇඳි සරල රේඛාවක එහි විශාලත්වයට සමානුපාතික දිගක් ගෙන දෛශිකයේ දිශාවට යොමු වූ ඊ හිසක් යෙදීමෙන් දෛශිකයක් ජ්‍යාමිතිකව නිරූපණය කරයි.



- රූපයේ දැක්වෙන a දෛශිකය OA මගින් ජ්‍යාමිතිකව නිරූපණය කර ඇත.
- $\overrightarrow{OA}$, a හි නිරූප්‍ය දෛශිකය ලෙස හඳුන්වයි.
- නිරූප්‍ය දෛශිකයක් දැක්වීමට ඉංග්‍රීසි කැපිටල් අක්ෂරයට ඉහලින් ඊ හිසක් යොදයි.
- ඉහත දැක්වෙන නිරූප්‍ය දෛශිකය $\overrightarrow{OA}$ ලෙස දැක්විය හැකිය.

දෛශික ආකලනය

අදිශ රාශි ආකලනයේදි ඒවායේ සංඛ්‍යාත්මක අගයන් එකතු කළ හැකිය. එහෙත් දෛශික රාශි එසේ එකතු කළ නොහැක්කෙ ඒවාට නිශ්චිත දිශාවක් ඇති බැවිනි. මේ නිසා දෛශික ආකලනය ජ්‍යාමිතික සටහනකට අනුව කල යුතු බව පෙනේ.

උදා - අංශුවක් යම් ලක්ෂ්‍යක සිට 4m නැගෙනහිර දෙසට ගොස් එතැන් සිට 3m උතුරු දෙසට ගමන් කරයි.

I. අංශුව ගමන් කල දුර සොයන්න.

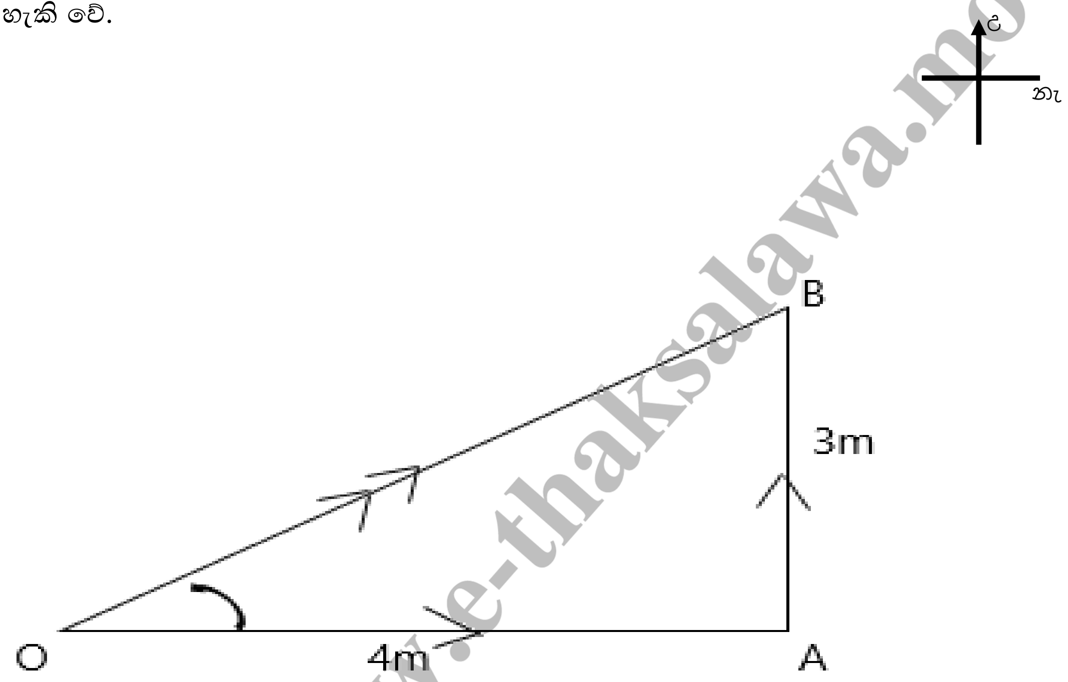
II. අංශුව සිදු කල විස්ථාපනය සොයන්න .

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

විසඳුම

i) දුර අදිශ රාශියකි. මේ නිසා ගමන් කල දුර 4m + 3m = 7m වේ.

ii) විස්ථාපනය දෛශික රාශියක් බැවින් ඒවායේ දිශා සමග ජ්‍යාමිතික සටහනක් නිර්මාණය කලවිට දිග සොයා ගත හැකි වේ.



විස්ථාපනය OB මගින් දැක්වේ . සෘජු කොණි ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය වී ඇති බැවින් OB හි

විශාලත්වය = $\sqrt{3^2 + 4^2}$ = 5m වේ .

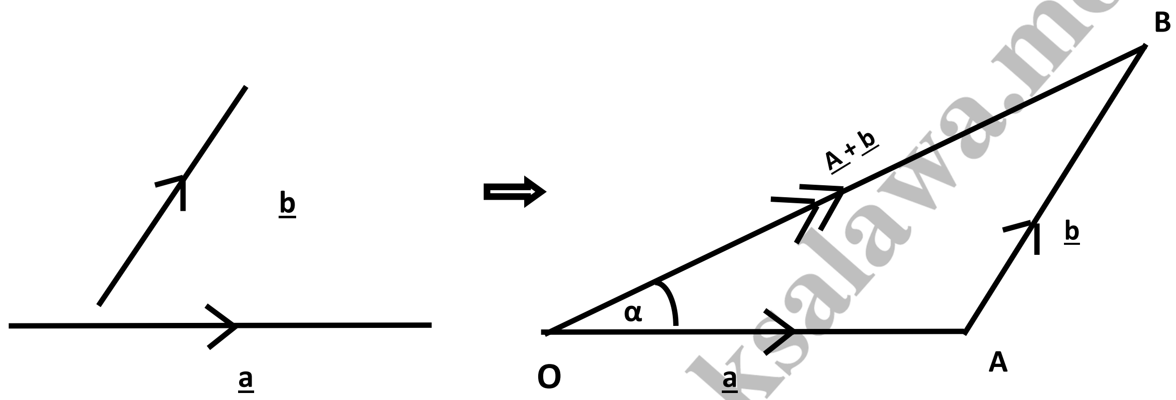
එහි දිශාව නැගෙනහිර උතුර දෙසට Tan^{-1} (3/4) වේ.

විස්ථාපනය දැක්වීමේදී විශාලත්වය සහ දිශාව යන දෙකම දිය යුතු වේ.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

දෛශික ආකලනය සඳහා දෛශික ත්‍රිකෝණ ක්‍රමය

දී ඇති දෛශික දෙකක් විශාලත්ව හා දිශාව අනුව අනුපිළිවලින් ගත් පාද ඔස්සේ වන ලෙස ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කලවිට ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාදයේ දිගින් සම්ප්‍රයුක්තව හෙවත් ආකල ප්‍රතිඵලයේ විශාලත්වය ද ආරම්භක ලක්ෂ්‍යයේ සිට අවසන් ලක්ෂ්‍යට වූ දිශාවෙන් සම්ප්‍රයුක්තයේ දිශාවද ලැබේ.



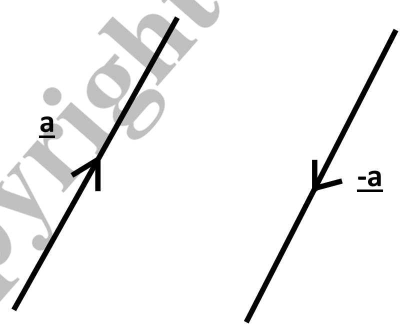
OB හි දිග ජ්‍යාමිතිකව සොයාගැනීමෙන් ඊට අනුරූපව **a** + **b** දෛශිකයේ විශාලත්වය ලබාගත හැකිය.

α සෙවීමෙන් සම්ප්‍රයුක්තය **a** දෛශිකය සමග දරණ ආනතිය දැක්විය හැකිය.

(OB දිග සෙවීමට ඕනෑම ජ්‍යාමිතික ක්‍රමයක් භාවිත කල හැකි වේ.)

සෘණ දෛශිකය

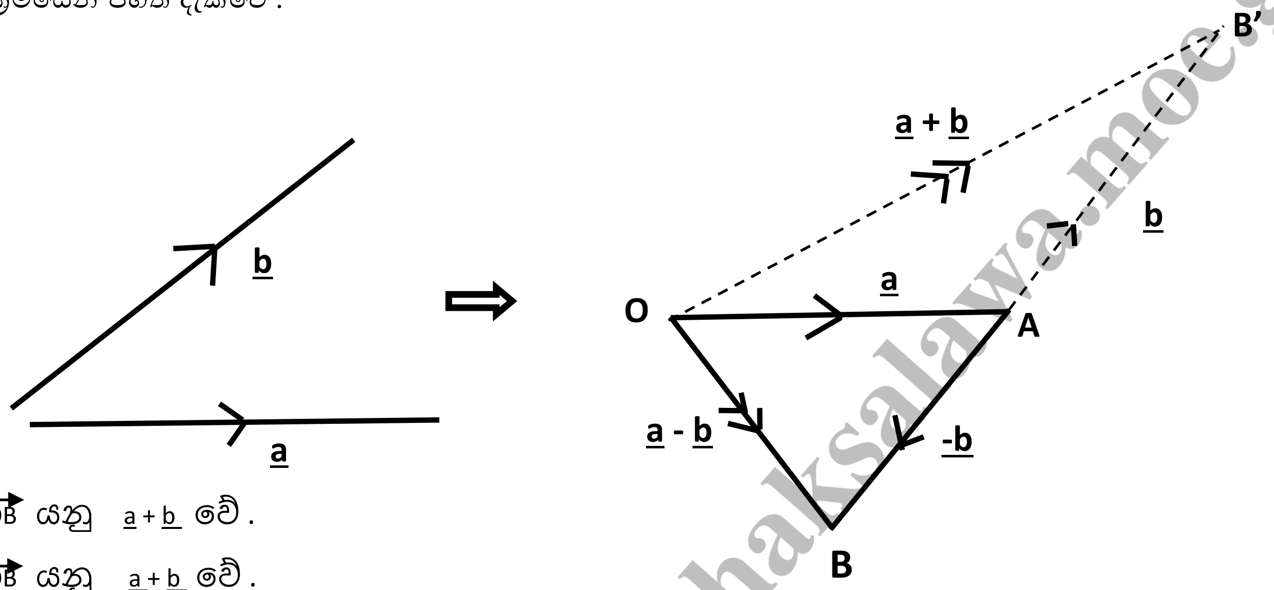
යම් දෛශිකයකට විශාලත්වයෙන් සමාන වූද ,ක්‍රියාරේඛාවෙන් සමාන්තර වූද ,දිශාවෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ වූද දෛශිකය පළමු දෛශිකයේ සෘණ දෛශිකය ලෙස හඳුන්වයි.



අන්තර්ගතය සකස් කිරීම : සුමතිපාල විදානපතිරණ මයා. - ගුරු උපදේශක (වලස්මුල්ල අධ්‍යාපන කලාපය)
පරිගණක පිටු සැකසුම : ටී.එම්. ජී. දුලාන් සංජීව - නු/ගාමිණී ජාතික පාසල ,නුවරඑළිය
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කිරීම : පී. මලවිපතිරණ මයා - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය - ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

දෛශික ව්‍යාකලනය

a සහ **b** දෛශික දෙකක් සලකමු. **a** සහ **b** හි දෛශික ව්‍යාකලනය ලෙස හඳුන්වන්නේ **a** දෛශිකයේ හා **-b** දෛශිකයේ ආකලනයයි. ඒ අනුව **a** හා **b** හි ව්‍යාකලනය දෛශික නිරූපණය මගින් ත්‍රිකෝණ ක්‍රමයෙන් පහත දැක්වේ .



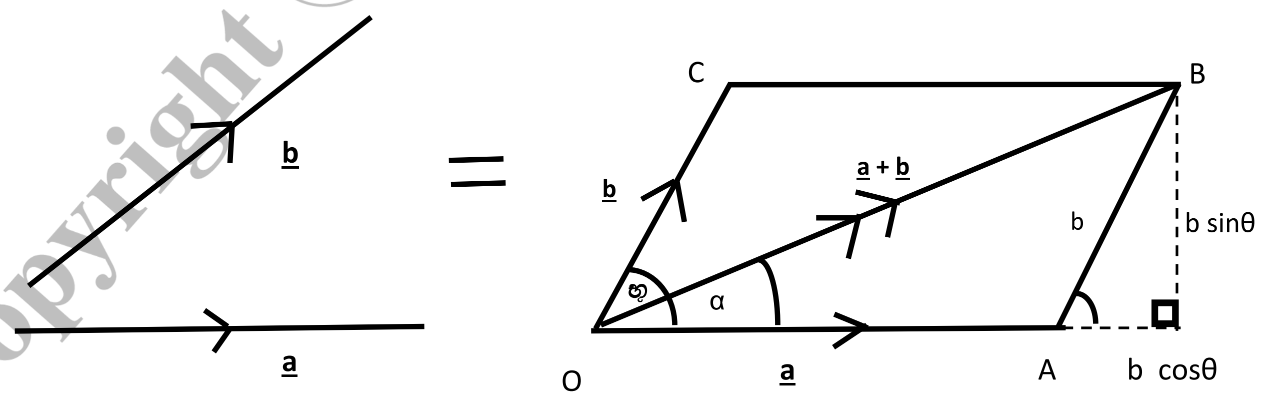
$\overrightarrow{OB'}$ යනු a + b වේ .

$\overrightarrow{OB}$ යනු a + b වේ .

දෛශික සමාන්තරාස්‍රයක ප්‍රමේයය

"දී ඇති දෛශික දෙකක් විශාලත්ව සහ දිශාව අනුව සමාන්තරාස්‍රයක බද්ධ පාද ලෙස නිරූපණය කල හැකි නම් සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ රේඛාව මගින් දෛශික දෙකෙහි සම්ප්‍රයුක්තය හෙවත් ආකලන ප්‍රතිඵලය නිරූපණය වේ." යන්න දෛශික සමාන්තරාස්‍රයෙ ප්‍රමේයය මගින් දැක්වේ.

a හා **b** දෛශික දෙකෙහි දිශා අතර කෝණය **θ** වේ සිතමු. ඒ අනුව දෛශික නිරූපණයෙන් ලැබෙන සමාන්තරාස්‍රය පහත රූපයේ දැක්වේ.



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය සඳහාත් , සම්ප්‍රයුක්තයේ **a** දෛශිකයට දරන ආනතිය මගින් දිශාව සඳහාත්, ප්‍රකාශන පහත පරිදි ලබාගත හැකි වේ.

$OB^2 = OD^2+DB^2$

$= (OA+AD)^2 + DB^2$

$= (a+b\cos\theta)^2 + (b\sin\theta)^2$

$= a^2+2ab\cos\theta+b^2\cos^2\theta+b^2\sin^2\theta$

$= a^2+2ab\cos\theta+b^2(\sin^2\theta+\cos^2\theta)$

$R^2=a^2+b^2+2ab\cos\theta$

$R= \sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\theta}$

$\tan\alpha = \frac{BD}{OD}$

$= \frac{BD}{OA+AD}$

$\tan\alpha = \frac{b\sin\theta}{a+b\cos\theta}$

උදා

8N හා 6N බල දෙකක් යම් ලක්ෂ්‍යක දී ක්‍රියා කරයි. බල දෙක අතර කෝණයේ පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථා සඳහා බල දෙකෙහි සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වයත්, දිශාවත් , දෛශික සමාන්තරාස්‍රයක ප්‍රමේය භාවිතයෙන් සොයන්න.

i) බල දෙක අතර කෝණය 60^0 විට.

ii) බල දෙක අතර කෝණය 90^0 විට.

iii) බල දෙක අතර කෝණය 120^0 විට.

iv) බල දෙක අතර කෝණය 180^0 විට.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

i) a =8N

b=6N

$\theta=60^0$

R= $\sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\theta}$

$=\sqrt{8^2+6^2+2\times8\times6\times\cos60^0}$

$=\sqrt{64+36+48}$

$=\sqrt{148}$ = 12⁰.17N

ii) Tan α = $\frac{b\sin\theta}{a+b\cos\theta}$

$=\frac{6\sin60^0}{8+6\cos60^0}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{8+3}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{11}$

=0.4724

α = $27^0.16'$

iii) a=8N

b=6N

$\theta=90^0$

R= $\sqrt{8^2+6^2+2\times8\times6\times\cos90^0}$

R= $\sqrt{100+0}$

R=10N

Tan α = $\frac{6\sin90^0}{8+6\cos90^0}$

$=\frac{6}{8+0}$

=0.75

α =$48^0.36'$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

iii)

a=8N

b=6n

$\theta = 120^0$

(θ හි අගය 90^0 ට වැඩි නම් θ ලෙස ගනු ලබන්නේ 180^0 - θ වේ. එවිට cos අගය සඳහා පමණක් (-) අගයක් ලැබේ.)

ඊ = 8²+6 ²+2 ඹ 8 ඹ 6 ඹ (-චඹස 60⁰)

= 64 +36 - 48

=52න්

$$\text{Tan}\ \theta = \frac{b \sin \theta}{a + b \cos \theta}$$

$$= \frac{6 \sin 60^0}{8+6(-\cos 60^0)}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{8-3} = \frac{353}{3}$$

$$=1.0392$$

$$\underline{=46^0.6'}$$

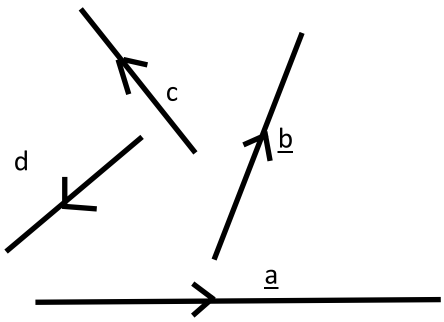
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

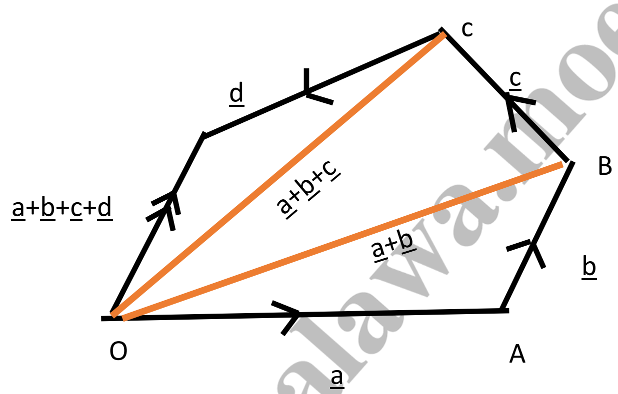
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

දෛශික බහුඅශ්‍ර ක්‍රමය

ඒකතල දෛශික දෙකකට වැඩි සංඛ්‍යාවක සම්ප්‍රයුක්තය සෙවීමට දෛශික බහුඅශ්‍ර ක්‍රමය යොදා ගැනේ .

දී ඇති දෛශික විශාලත්වය හා දිශාව අනුව අනුපිළිවලින් ගත් පාද ඔස්සේ වන ලෙස බහුඅශ්‍රයක් නිරූපණය කල විට බහුඅශ්‍රයේ ඉතිරි පාදයෙන් සම්ප්‍රයුක්තව ලැබේ.



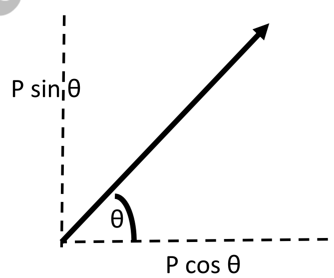


මෙය ත්‍රිකෝණ ක්‍රමය නැවත නැවත යේදීමයි.

දෛශික විභේදනය

යම් දෛශිකයක් වෙනුවට බාහුවට එකිනෙක ලම්භක දෛශික දෙකක් දැක්වීම. දෛශික විභේදනය ලෙස හඳුන්වයි. එකිනෙකට ලම්භක දෛශික දෙක පළමු දෛශිකයේ විභේදන සංරචක ලෙස හඳුන්වයි.

තිරයට θ ආනතව ඇති P නම්
දෛශිකයෙහි තිරස් සංරචකය P cos θ ද
තිරස් සංරචකය p sin θ වේ .



උදාහරණ

තිරසට 60^0ක් ආනතව 12N බලයක් ක්‍රියා කරයි. එම බලයේ තිරස් සහ සිරස් සංරචක සොයන්න

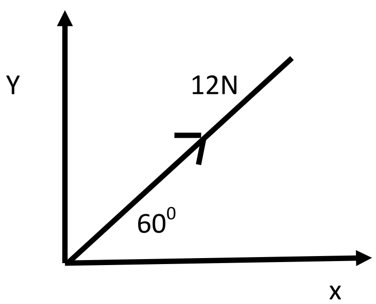
තිරස් සංරචකය $x = 12 \text{ Cos } 60^0$

$= 6N$

සිරස් සංරචකය $Y = 12 \sin 60^0$

$= 653$

$= 10.39N$



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම : සුමතිපාල විදානපතිරණ මයා. - ගුරු උපදේශක (වලස්මුල්ල අධ්‍යාපන කලාපය)
පරිගණක පිටු සැකසුම : ටී.එම්. ජී. දුලාන් සංජීව - නු/ගාමිණී ජාතික පාසල ,නුවරඑළිය
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කිරීම : පී. මලවිපතිරණ මයා - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය - ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

පැවරුම

- පාසල් විද්‍යාගාරයේ ඇති කප්පි සහිත පුවරුව සහ පඩි කට්ටලය ගෙන තුලා තැටිවලට විවිධ භාර ගෙනවිත් දෙපස භාරයේ නියමිතව තබා මැද භාරය වෙනස් කරමින් බල දෙක අතර කෝණය අනුව මැද භාරය හෙවත් සම්ප්‍රයුක්තය වෙනස්වන අයුරු පරික්ෂා කර බලන්න.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම : සුමතිපාල විදානපතිරණ මයා. - ගුරු උපදේශක (වලස්මුල්ල අධ්‍යාපන කලාපය)
පරිගණක පිටු සැකසුම : ටී.එම්. ජී. දුලාන් සංජීව - නු/ගාමිණී ජාතික පාසල ,නුවරඑළිය
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කිරීම : පී. මලවිපතිරණ මයා - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය - ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk