20 අසමානතා

මෙම පාඩම උගනීමෙන් ඔබට

- අසමානතාවල විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත ලකුණු කිරීම
- $ax + b > cx + d$ ආකාරයේ අසමානතාවන් විසඳීම
- අසමානතා ඇතුළත් ගැටලු විසඳීම

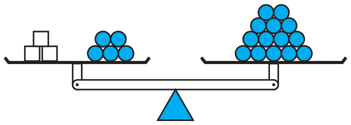
පිළිබඳ මනා අවබෝධයක් ලබා ගත හැකි ය.

20.1 හැඳින්වීම

අසමානතා පාඩම අධ්‍යයනයට සූදානම් වන ඔබ පළමු ව සරල සමීකරණ විසඳන ආකාරය සිහිපත් කරගත යුතු වේ.

$3x+5=14$ සමීකරණය විසඳන ආකාරය පහත දැක්වේ. ඉහත සමීකරණයේ නොදන්නා, එනම් අඥාත පදය x වේ. xහි අගය සොයාගැනීම මෙම සමීකරණය විසඳීමේ අරමුණයි. සමතුලිත තරාදිය සරල සමීකරණ විසඳීම සඳහා වූ හොඳ ම ආකෘතියක් වේ. පහත සඳහන් සමතුලිත තරාදියෙන් $3x+5=14$ යන සමීකරණය නිරූපණය වන ආකාරය නිරීක්ෂණය කරන්න. මෙහි x මගින් අඥාතය නිරූපණය වේ.

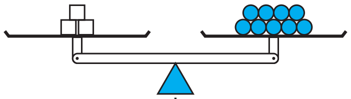
දෘශ්‍ය නිරූපණය



↓

දෙපසින්ම පබළු 5 බැගින් ඉවත් කරන්න

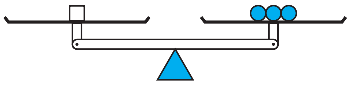
↓



↓

පබළු, තුනේ ගොඩවල්වලටත් පෙට්ටි තුනේ ගොඩවල්වලටත් වෙන් කරන්න

↓



වීජීය නිරූපණය

$3x+5=14$

↓

පියවර 1 $3x+5-5=14-5$ (එක් පැත්තකින් 5 බැගින් අඩු කරන්න)

↓

$3x=9$

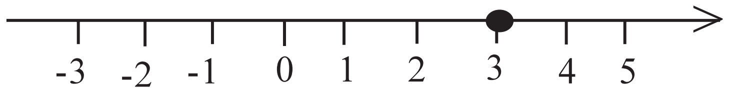
↓

පියවර 2 $\dfrac{3x}{3}=\dfrac{9}{3}$ (දෙපැත්ත ම 3 න් බෙදන්න.)

↓

$x=3$

$3x+5=14$ සමීකරණයට ගැළපෙන x හි අගය 3 වේ. සරල සමීකරණයක අඥාත පදයට ගැළපෙන අගයයන් ඇත්තේ එකක් පමණි. එනම්, සරල සමීකරණයක x හි විසඳුම් කුලකයට ඇත්තේ එක ම එක අවයවයකි.
දැන් එම විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත ලකුණු කර ඇති අන්දම බලන්න. එනම් සංඛ්‍යා රේඛාවේ 3 සඳහන් ලක්ෂ්‍යය අඳුරු කර ඇත.



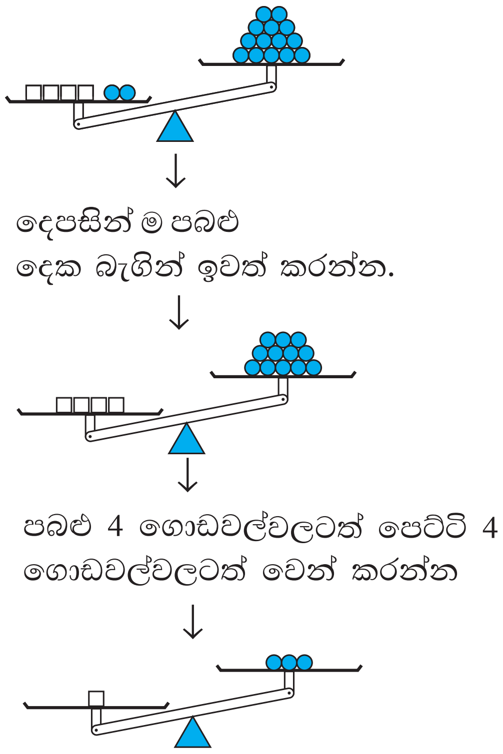
සමීකරණ විසඳීමේ දී අඥාත පදය වෙන් කර ගැනීමට, එනම් අඥාත පදය උක්ත කර ගැනීමට, x සමඟ ඇති සංඛ්‍යා ඉවත් කරගැනීම සිදු කරනු ලැබේ. මෙහි දී පළමු ව එකතු වන හා අඩු වන සංඛ්‍යා ඉවත් කර ගැනීමට ආකල ප්‍රතිලෝම දෙපැත්තටම එකතු කරගනු ලැබේ. දෙවැනි ව ගුණකිරීම හා බෙදීම වශයෙන් වූ සංඛ්‍යා ඉවත් කර ගැනීමට ද ඒවායේ ප්‍රතිලෝම ගණිත කර්ම සිදු කිරීම මඟින් කරනු ලැබේ.

20.2 $ax + b > c$ ආකාරයේ අසමානතා

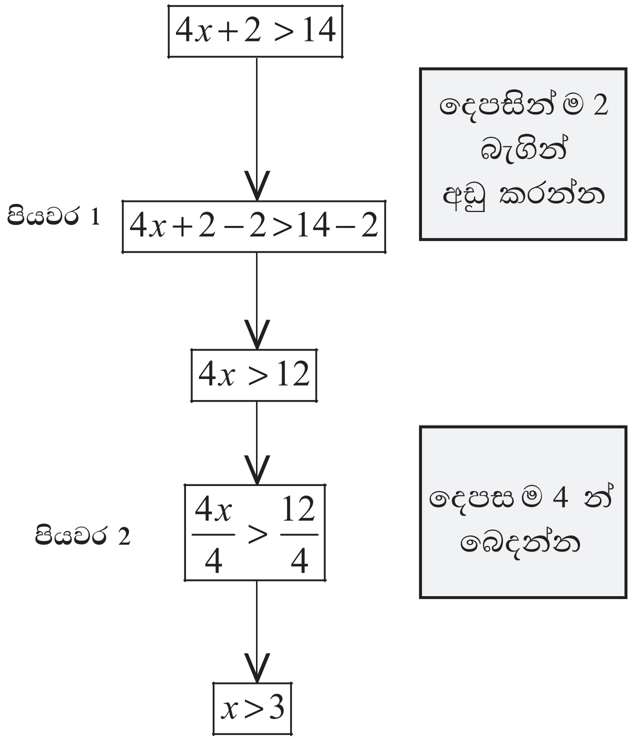
දැන් $4x + 2 > 14$ අසමානතාව විසඳමු.

මෙයින් අදහස් කරන්නේ වම් පැත්තේ $4x + 2$ යන්න 14 ට වඩා වැඩිවීම සඳහා x ට ගත හැකි අගයයන් මොනවා ද යන්න සෙවීමයි. මෙහි දී සමීකරණ විසඳු ආකාරයට ම ප්‍රතිලෝම ගණිත කර්මයන් එකතු කිරීම/අඩු කිරීම හා ගුණ කිරීම/බෙදීම කරමින් x පදය වෙන් කර ගැනීම සිදු කරනු ලබයි.

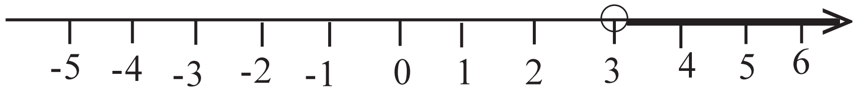
දෘශ්‍ය නිරූපණය



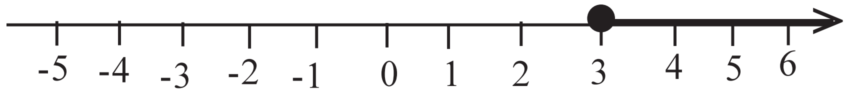
වීජීය නිරූපණය



මින් අදහස් වන්නේ $4x + 2 > 14$ හි x වෙනුවට 3 ට වඩා වැඩි ඕනෑ ම අගයක් යෙදිය හැකි බව ය. අසමීකරණයක දී අඥාත පදයට විසඳුම් රාශියක් ඇති බව මෙයින් පෙනේ. එනම් x හි විසඳුම් කුලකයට අවයව අනන්ත ප්‍රමාණයක් ඇත. එය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත ලකුණු කරන්නේ පහත දැක්වෙන ආකාරයටයි. මෙහි දී x සඳහා, $x = 3$ අගය ගත නොහැකි ය. එබැවින් $x = 3$ ලක්ෂ්‍යය රවුම් කර ඇතත් අඳුරු කර නැත.



දැන් $4x+2\geq 14$ අසමීකරණය ඉහත දැක්වෙන පරිදි විසඳූ විට ලැබෙන විසඳුම් කුලකය $x\geq 3$ වේ. මෙම විසඳුම් කුලකයට $x=3$ ද ඇතුළත් වන අතර එය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දැක්වෙන්නේ පහත දැක්වෙන අන්දමට ය. එනම් $x = 3$ ලක්ෂ්‍යය රවුම් කර අඳුරු කර ඇත.



එහෙත් සෑම අසමීකරණයක් ම සරල සමීකරණයක් විසඳන ආකාරයට ම විසඳිය නොහැකි ය. පහත දැක්වෙන ගැටලුව බලන්න.

$-2x = 10$ මෙය විසඳීමට (-2) හි ගුණ්‍යාත ප්‍රතිලෝමයෙන් දෙපැත්ත ම ගුණ කරමු.

$$-2x\times\left(-\frac{1}{2}\right) = 10\times\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$x = -5$$

-2 ගුණ්‍යාත ප්‍රතිලෝමය $-\frac{1}{2}$

එහෙත් $-2x > 10$ අසමානතාවය බලන්න. මෙම අසමානතාව (-2) ගුණ්‍ය ප්‍රතිලෝමයෙන් දෙපැත්ත ගුණ කළ විට

$$x > -5$$

එනම් x හි විසඳුම් කුලකය -5 ට වඩා වැඩි විය යුතු බව ඔබට සිතෙනු ඇත.
ඒ අනුව $x = -4$ ද විසඳුමක් නිසා

$-2x > 10$ යන්නට $x = -4$ ආදේශ කරමු

එවිට වම් පැත්ත $= -2x$ දකුණු පැත්ත $= 10$
$= -2 \times (-4)$
$= 8$

එනම් $8 > 10$ යන්න ලැබේ. මෙය අසත්‍යයකි.

එබැවින් අසමානතාවක් සෘණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කරන විට හෝ බෙදන විට අසමානතා ලකුණ ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට මාරු කළ යුතු වේ. පහත දැක්වෙන උදාහරණ වලින් එය තහවුරු කර ගන්න.

උදා. (i) $-15 > -40$ සත්‍යය වේ.

දෙපැත්ත ම -5 න් බෙදන්න. එසේ ම අසමානතා ලකුණු ප්‍රතිවිරුද්ධ අතට මාරු කරන්න.

$$\frac{-15}{-5} < \frac{-40}{-5}$$

$3 < 8$ මෙම ප්‍රකාශය නිවැරදි ය.

(ii) $-6 < -2$ යන්න සත්‍ය වේ.

දැන් දෙපැත්ත ම (-4) ගුණ කරන්න. අසමානතා ලකුණ ද මාරු කරන්න.

$$(-6) \times (-4) > (-2) \times (-4)$$

$24 > 8$ මෙම ප්‍රකාශය ද සත්‍ය වේ.

අසමානතා ලකුණු මාරු නොකළේ නම් ඔබට ලැබෙනුයේ $24 < 8$ යි. මෙම ප්‍රකාශය අසත්‍ය ය.

$a > b$ නම්

(i) $a+c > b+c$

(ii) $a-c > b-c$

(iii) $c > o$ විට $ac > bc$ හා $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

(iv) $c < o$ විට $ac < bc$ හා $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

ඔබ මීට ඉහත උගත් අසමානතා විසඳීම මතක් කර ගැනීම සඳහා පහත අභ්‍යාසයෙහි යෙදෙන්න

20.1 අභ්‍යාසය

(1) x සඳහා දී ඇති අගය ආදේශ කරමින් දී ඇති අසමානතාව එම අගයෙන් තෘප්ත වන්නේ ද නැද්ද යන්න සොයන්න.

(i) $x + 2 > 5$, $x = 3$

(ii) $2x + 1 < 3$, $x = 2$

(iii) $2x + 1 < 3$, $x = 0$

(iv) $3x - 2 > - 8$, $x = 3$

(v) $3x - 2 > - 8$, $x = -3$

(vi) $3x - 4 < 5$, $x = 4$

(2) පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතා ව දී ඇති අගයයෙන් බෙදීමෙන් හා ගුණ කිරීමෙන් අසමානතා ලකුණ වෙනස් වන අන්දම නිරීක්ෂණය කරන්න.

(1) $-10 < 60$ (-2)

(2) $-20 < 8$ (-4)

(3) $-12 < 8$ (-2)

(4) $-12 < 8$ (2)

(5) $-18 < -12$ (-3)

(6) $-20 < 30$ (-5)

(7) $20 < 30$ (5)

(8) $24 > -6$ (-2)

(3) පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමීකරණයේ විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

(i) $3x + 2 > 5$ (ii) $2x - 5 > 3$ (iii) $2x + 1 > -5$

(iv) $4x - 3 > -7$ (v) $5x + 5 > -7$

(4) පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමීකරණයේ විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

(i) $2x - 7 < 3$ (ii) $3x + 5 < 2$ (iii) $4x + 3 < -5$

(iv) $5x - 3 < -13$ (v) $4x - 1 < 0$

(5) පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමීකරණයේ විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

(i) $4x - 3 \geqslant 5$ (ii) $2x + 1 \leqslant 5$ (iii) $6x + 5 \leqslant -7$

(iv) $3x - 7 \leqslant 7$ (v) $2x - 3 \geqslant 7$

(6) නිමල් ළඟ රු.155ක් තිබේ. රු. x බැගින් අඹගෙඩි 5 ක් ද, රු. 30 බැගින් ඇපල් ගෙඩි 4 ක් ද මිල දී ගත්තේ ය. මෙම තොරතුරු ඇසුරෙන් අසමානතාවක් ගොඩනගා අඹ ගෙඩියක් සඳහා තිබිය හැකි උපරිම මිල සොයන්න.

(7) මල්ලක 500 g සීනිපැකට් x ගණනක් ද, 100 g බර තේ කොළ පැකට් 8 ක් ද ඇත. මල්ලට දැරිය හැකි උපරිම බර 2 kg නම් එහි තිබිය හැකි උපරිම සීනි පැකට් ගණන කීය ද?

(8) පාන් ගෙඩියක තිබිය යුතු අවම ස්කන්ධය 450g වේ. 40g ස්කන්ධය ඇති පාන්පෙති 5ක් ද, x g ස්කන්ධය පෙති 5ක් ද කැපුවේ නම් xහි අවම අගය කුමක් ද?

නිදසුන 1.

$7-3x \geqslant 1$ හි විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

$7-3x \geqslant 1$

7 හි ආකල ප්‍රතිලෝමය -7 දෙපැත්තට ම එකතු කරමු.

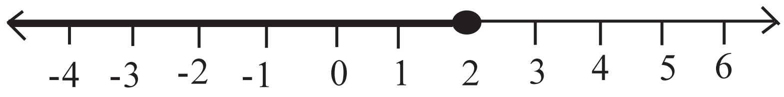
$$7-3x-7 \geqslant 1-7$$

$$-3x \geqslant -6$$

දැන් (-3) න් දෙපැත්ත ම බෙදමු.

$$\frac{-3x}{-3} \leqslant \frac{-6}{-3}$$ අසමානතා ලකුණු මාරුකර ඇත.

$$x \leqslant 2$$



එනම් 2 හෝ 2 ට කුඩා ඕනෑම අගයක් $7-3x \geqslant 1$ අසමානතාව තෘප්ත කරන බව පෙනේ. $x = -5$ ($\geqslant 2$) යොදා මෙය පරීක්ෂා කර බලමු.

$7 - 3x \geqslant 1$

වම් පැත්ත $= 7 - 3x$ දකුණු පැත්ත $= 1$

$= 7 - 3 \times (-5)$

$= 7 + 15$

$= 22$

එනම් වම් පැත්ත $\geqslant$ දකුණු පැත්ත

$\therefore 7 - 3x \geqslant 1$ වේ.

20.2 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාවේ විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛාව මත ලකුණු කරන්න.

(i) $2 - 3x > -5$ (ii) $5 - x < 6$
(iii) $6 - 5x \geqslant 3$ (iv) $8 - 3x \leqslant -4$
(v) $11 - 2x < -1$ (vi) $1 - 5x > 11$

(2) විමල් රු. x බැගින් අඹගෙඩි 5 ක් ද , රු 2 බැගින් කෙසෙල් ගෙඩි 12 ක් ද ගත්තේ ය. කමලා රු. x බැගින් අඹ ගෙඩි 3 ක් ද රු. 3 බැගින් කෙසෙල් ගෙඩි 10 ක් ද ගත්තා ය. විමල් වියදම් කළ මුදල කමලා වියදම් කළ මුදලට වඩා වැඩි හෝ සමාන නම් අඹ ගෙඩියක අවම මිල කීයක් විය හැකි ද? (x පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි)

(3) A පාර්සලයේ 125 g වන පීරිසි කෝප්ප 6 ක් ද, එකක් ග්‍රෑම් x වන වීදුරු 3 ක් ද තිබේ. B පාර්සලයේ එකක් 300 g වන පිඟන් 2ක් ද, එකක් ග්‍රෑම් x වන වීදුරු 6 ක් ද ඇත. A පාර්සලය බරින් B පාර්සලය වඩා අඩු හෝ සමාන නම් වීදුරුවක අවම ස්කන්ධය ග්‍රෑම් කීය ද?(x පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි)

(4) රවීන්ද්‍ර A ටැංකියට සම්පූර්ණයෙන් ජලය පුරවන ලද කළගෙඩියකින් වාර 7 ක් ද, බාල්දියකින් වාර 10 ක් ද ජලය පුරවයි. ලීලසේන B ටැංකියට එම කළගෙඩියෙන් වාර 10 ක් ද, එම බාල්දියෙන් වාර 2 ක් ද ජලය පුරවයි. කළගෙඩියේ පරිමාව ලීටර 8 ක් ද, බාල්දියේ පරිමාව ලීටර x ක් ද වේ. A ටැංකියේ ඇති ජලය පරිමාව B ටැංකියේ ඇති ජල පරිමාවට වඩා වැඩි හෝ සමාන නම් බාල්දියට තිබිය හැකි පරිමාවේ අවම අගය සොයන්න.
(x පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.)

(5) A මෝටර් රථය x kmh^{-1} ක වේගයෙන් පැය 2 ක් ද, 40 kmh^{-1} ක වේගයෙන් පැය 3 ක් ද ගමන් කරයි. B මෝටර් රථය x kmh^{-1} ක වේගයෙන් පැය 4 ක් ද, 25 kmh^{-1} ක වේගයෙන් පැය 4 ක් ද ගමන් කරයි. A ගමන් කළ දුරට වඩා වැඩි හෝ සමාන දුරක් B ගමන් කර තිබුණි නම් x හි අවම අගය කීයක් විය හැකි ද? (x පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි.)

(6) එකක වර්ගඵලය 16 cm^2 වූ නිල්පාට පිඟන් ගඩොල් 15 ක් ද, එකක වර්ගඵලය x cm^2 වූ සුදුපාට පිඟන් ගඩොල් 10 ක් ද සුනිලා ළඟ තිබේ. නිල් පාට පිඟන් ගඩොල් 20 ක් ද, සුදු පාට පිඟන් ගඩොල් 5 ක් ද රංජනි ළඟ තිබේ. සුනිලා ළඟ ඇති පිඟන් ගඩොල්වල මුළු වර්ගඵලය රංජනි ළඟ ඇති පිඟන් ගඩොල්වල මුළු වර්ගඵලයට වඩා වැඩි හෝ සමාන නම් සුදු පිඟන් ගඩොලක අවම වර්ගඵලය කුමක් ද?

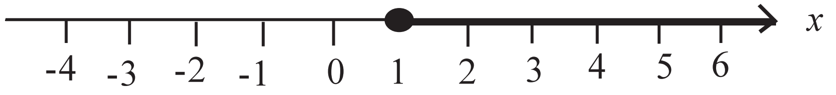
දැන් එක ම අඥාත පදය අසමානතා ප්‍රකාශයේ දෙපැත්තේ ම යෙදී තිබෙන අවස්ථාවක් සලකා බලමු.

නිදසුන 2.

$3x + 4 \geqslant x + 6$ හි විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත ලකුණු කරන්න.

$$
\begin{aligned}
3x + 4 &\geqslant x + 6 \\
3x + 4 - 4 &\geqslant x + 6 - 4 \\
3x &\geqslant x + 2 \\
3x - x &\geqslant x + 2 - x \\
2x &\geqslant 2 \\
x &\geqslant 1
\end{aligned}
$$

විසඳුම් කුලකය



නිදසුන 3.

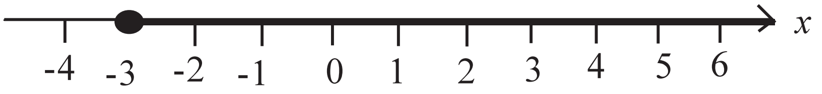
$2x - 8 \leqslant 5x + 1$ හි x හි විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත ලකුණු කරන්න.

$$
\begin{aligned}
2x - 8 &\leqslant 5x + 1 \\
2x - 8 + 8 &\leqslant 5x + 1 + 8 \\
2x &\leqslant 5x + 9 \\
2x - 5x &\leqslant 5x + 9 - 5x \\
-3x &\leqslant 9
\end{aligned}
$$

$\frac{-3x}{-3} \geqslant \frac{9}{-3}$ අසමානතා ලකුණු මාරුකර ඇත.

$x \geqslant -3$

විසඳුම් කුලකය



20.3 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාවේ විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත ලකුණු කරන්න.

(i) $3x + 5 > x - 1$ (ii) $4x - 3 > 2x + 1$

(iii) $5x - 2 \leqslant 2x - 8$ (iv) $3x + 2 \geqslant x + 6$

(v) $7x + 4 > 3x$

(2) පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාවේ විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛා මත ලකුණු කරන්න.

(i) $3x - 1 > 5x + 1$ (ii) $x + 2 \leqslant 4x - 1$

(iii) $2x + 3 \geqslant 6x - 5$ (iv) $3x - 4 > 5x$

(v) $x - 7 < 2x + 1$

(3) පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාවේ විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛා මත ලකුණු කරන්න.

(i) $3 - 2x > 3x - 7$ (ii) $4 - x \geqslant x - 4$

(iii) $5 + 3x \leqslant x + 1$ (iv) $7 + 2x > 3 + x$

(v) $3x + 7 \geqslant -3 - 2x$

(4) පහත දැක්න එක් එක් අසමානතාවේ විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත ලකුණු කර x ට ගැළපෙන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය විසඳුම් 3 ක් ලියා දක්වන්න.

(i) $2x + 3 < x - 1$ (ii) $3x - 1 \geqslant 7 - x$

(iii) $5x - 2 > 2x + 4$ (iv) $4x + 5 \geqslant x + 8$

(v) $3x + \quad \leqslant -3 - 2x$

(5) $3x - 2 \geqslant 8 - 2x$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අඩු ම පූර්ණ සංඛ්‍යාමය අගය සොයන්න.

(6) $6x - 7 > 2x + 1$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අඩු ම පූර්ණ සංඛ්‍යාමය අගය සොයන්න.

(7) $5 - 3x \leqslant 6 - 4x$ ට අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි විසඳුම් කුලකයට ඇත්තේ අවම අගයක් ද? උපරිම අගයක් ද? එය ලියන්න.