# 18 ත්‍රිකෝණමිතිය

*මෙම පාඩම උගනීමෙන් ඔබට*

- ත්‍රිකෝණමිතික වගු භාවිතයෙන් කෝණයක ත්‍රිකෝණමිතික අගයන් සෙවීම
- ආරෝහණ, අවරෝහණ කෝණ හා දිගංශ ඇසුරෙන් උස දුර ගණනය කිරීම

***පිළිබඳ මනා අවබෝධයක් ලබා ගත හැකි ය.***

**'ත්‍රිකෝණය'** සහ **'මැනීම'** යන අරුත් දෙන ග්‍රීක වචන බිඳීමෙන් **"Trigonometry"** **(ත්‍රිකෝණමිතිය)** යන ඉංග්‍රීසි වචනය සෑදී ඇතැයි සැලකේ. අද මෙම විෂය කොටස භෞතික විද්‍යාව, තාරකා විද්‍යාව, මැනුම් ශිල්පය හා ඉංජිනේරු විද්‍යාව ආදි පුළුල් විෂය ක්ෂේත්‍ර පුරා විහිදී ඇත.

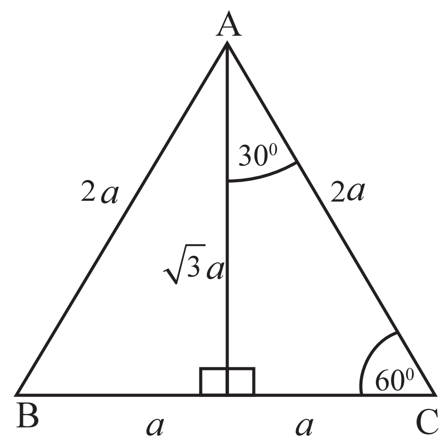
## 18.1 $30^0$, $45^0$ හා $60^0$ හි ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත

ඉහත කෝණවල ත්‍රිකෝණමිතික අගය පිළිබඳ ව 10 ශ්‍රේණියේ දී ලත් දැනුම මතක් කර ගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකම්වල යෙදෙන්න.

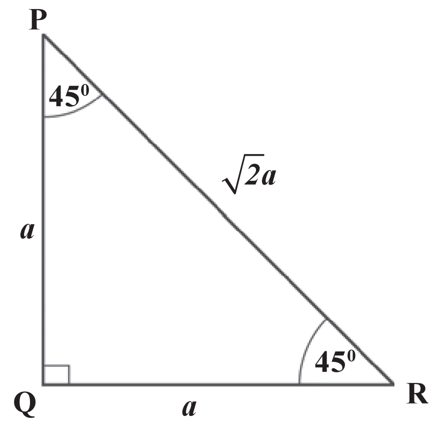
### 18.1 ක්‍රියාකාරකම

(i) රූපය ඇසුරින් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

| කෝණය (θ) | sin θ | cos θ | tan θ |
|---|---|---|---|
| $\theta = 30^0$ | | | |
| $\theta = 45^0$ | | | |
| $\theta = 60^0$ | | | |



(ii) සම්පූර්ණ කරන ලද වගුව ඇසුරින් පහත සඳහන් ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත පිළිබඳව ඔබගේ නිරීක්ෂණ සටහන් කරන්න.




(a) $\sin 45^0$ හා $\cos 45^0$

(b) $\sin 30^0$ හා $\cos 60^0$

(c) $\cos 30^0$ හා $\sin 60^0$

(iii) වගුවේ දැක්වෙන අගය භාවිත කරමින් පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(a) $\sin 60^0 \cos 30^0$

(b) $\cos 60^0 \sin 30^0$

(c) $\sin 30^0 \cos 60^0 + \cos 60^0 \sin 30^0$

කඳු බෑවුමක් මතින් දිවෙන සෘජු මාර්ගයක් තිරසට $30^0$ ක් ආනත වෙයි. කඳු පාමුල සිට මාර්ගය ඔස්සේ 20 m ක් ඇවිද ගිය ළමයෙකු කඳු පාමුල සිට කොපමණ සිරස් උසක් නැඟ ඇත් දැයි සොයන්න.

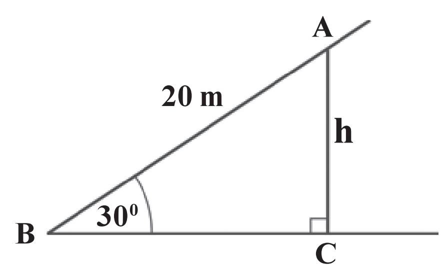
මාර්ගය ඔස්සේ 20 m ක් ගමන් කළ විට නැඟි උස h නම් , $ABC\Delta$ න්

$$\frac{AC}{AB} = \sin 30^0$$

$$\frac{h}{20} = \sin 30^0$$

$$h = 20 \times \frac{1}{2}$$

$$h = 10\,m$$




නැඟි උස = 10 m

## 18.1 අභ්‍යාසය

(මෙම අභ්‍යාසවල පිළිතුරු සුළු කිරීම අවශ්‍ය නො වේ.)

පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල අගය සොයන්න.

(1) $\cos 45^0 \sin 45^0 + \sin 30^0$

(2) $\sin 30^0 \cos 30^0 + \sin 60^0 \cos 60^0$

(3) $\sin 30^0 \cos 60^0 + \cos 30^0 \sin 60^0$

(4) $\tan 45^0 \cos 45^0 + \tan 45^0 \sin 45^0$

(5) $\cos 45^0 \tan 30^0 + \sin 45^0 \tan 30^0$

සත්‍යාපනය කරන්න.

(6) $\sin 60^0 = 2\sin 30^0 \cos 30^0$

(7) $\cos 30^0 \sin 60^0 + \tan 30^0 \tan 60^0 = \frac{7}{4}$

(8) $\cos 30^0 \cos 60^0 - \sin 30^0 \sin 60^0 = 0$

**18.2 ක්‍රියාකාරකම**

$\sin^2\theta = \sin\theta \sin\theta$ වේ.

$\sin^2 60^0 + \cos^2 60^0 = 1$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

$0^0, 30^0, 45^0$ අගයයන් සඳහා ද එය සත්‍ය වේ දැයි පරීක්ෂා කරන්න.

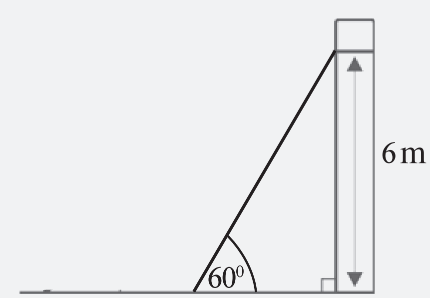
(9) ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B} = 90^0$ , $AB = 6$ cm හා $BC = 8$ cm ද වේ. AC දිග සොයා පහත සඳහන් ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත සොයන්න.

(i) sin A (ii) cos A (iii) tan A (iv) sin $C$ (v) cos $C$ (vi) tan $C$

(10) තාප්පයකට ඉණිමගක් හේත්තු කොට ඇත්තේ රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ය.

(a) ඉණිමගේ දිග සොයන්න.

(b) ඉණිමග පාමුල සිට තාප්පයේ පාමුලට දුර සොයන්න.

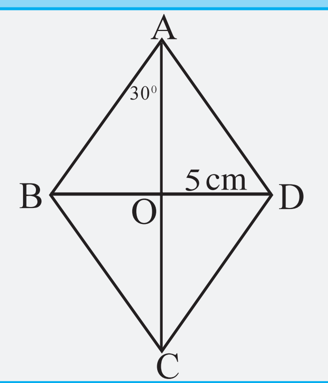



(11) ABCD රොම්බසයකි. AC හා BD විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වේ.

OD = 5 cm, $B\hat{A}C = 30^0$

පාදයක දිග සොයන්න.

එක් එක් විකර්ණයේ දිග සොයන්න.

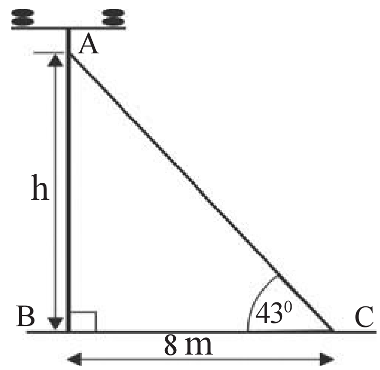


## 18.2 ත්‍රිකෝණමිතික වගු

මේ දක්වා $30^0$, $45^0$ හා $60^0$ කෝණවල ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත භාවිත කරමින් නොයෙකුත් ගණනය කිරීම්වල යෙදුණෙමු. දැන් පහත සඳහන් ගැටලුව සලකා බලමු.

විදුලි රැහැන් කණුවක් සිරස්ව සිටුවා ආධාරක කම්බියක් මඟින් පොළොවට ඇද තබා ඇත්තේ රූපයේ දැක්වෙන පරිද්දෙනි. එහි දැක්වෙන තොරතුරු අනුව කණුවේ B සිට A තෙක් උස සොයන්න.

AB = h යැයි සිතමු.




රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරුවලට අදාළව අඳිනු ලබන පරිමාණ රූපයක් මඟින් h හි අගය ලබා ගත හැකි ය. ඒ සඳහා නිවැරදි ව ඇඳීම්, මැනීම් හා ගණනය කිරීම් කළ යුතු වේ. අප සතු ජ්‍යාමිතික උපකරණ කට්ටලය ඒ සඳහා එතරම් සුදුසු නො වේ. පරිමාණ රූප ඇඳීම වෙනුවට ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත භාවිත කළ හැකි ය.

- ABC $\Delta$ න් $\dfrac{AB}{BC} = \tan 43^0$

  එනම් $\dfrac{AB}{8} = \tan 43^0$

  $\therefore AB = h = 8 \tan 43^0$

- ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත භාවිතයෙන් $h$ සොයා ගැනීම සඳහා $\tan 43^0$ හි අගය සොයාගත යුතු වේ.
- ඒ සඳහා ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත වගු භාවිත කළ හැකි ය.
- ලඝු ගණක වගු මඟින් අගයයන් ලබාගන්නා ආකාරයට ම ත්‍රිකෝණමිතික වගු මඟින්ද $0^0$ සිට $90^0$ දක්වා වූ කෝණවලට අනුරූප ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ලබාගත හැකි ය.

## 18.3 කෝණ සඳහා අංශක මිනුම

කෝණ මිනුම ලබන ඒකකය අංශකය බව දන්නෙමු. අංශකයක් ද සමාන කොටස් 60 කට බෙදූ විට ලැබෙන මිනුම " කලා 1 ක් ලෙස හැඳින්වේ. (1')

ඒ අනුව

$$60' = 1^0$$

$0^0$ සිට $90^0$ දක්වා වූ සියලු ම කෝණ සඳහා සයින,කෝසයින හා ටැංජන වගු පිළියෙල කොට ඇත.

## 18.4 ටැංජන වගුව

ටැංජන වගුව මෙම පොතේ අග, 169 හා 170 පිටුවල දැක්වේ.

- එම වගුව හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.
  tan $43^0$ හි අගය 0.9325 වේ.
  ඒ අනුව රූපයෙහි

$$\frac{h}{8} = \tan 43^0$$

$$\frac{h}{8} = 0.9325$$

$$h = 8 \times 0.9325 \text{ m}$$

$$h = 7.4600 \text{ m}$$

$\underline{\underline{h = 7.5 \text{ m}}}$ (ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට)

ටැංජන වගුව හොඳින් නිරීක්ෂණය කර පහත සඳහන් ප්‍රකාශන ඔබගේ නිරීක්ෂණ හා සසඳන්න.

- tan $0^0$ හි අගය 0 වේ.
- tan $45^0$ හි අගය 1 වේ.
- කෝණයෙහි අගය $0^o$ සිට $90^o$ තෙක් වැඩි වත් වත් ම එහි tan අගය ද වැඩිවේ.
- $45^0$ ට අඩු කෝණවල tan අගයයන් 0 සිට 1 තෙක් ක්‍රමයෙන් වැඩි වේ.
- $45^0$ ට වැඩි කෝණවල tan අගයයන් 1 ට වැඩි වේ.
- tan $90^0$ හි අගය ලබා ගත නොහැකි ය. (ඉතා ඉහළ අගයක් ගනී.)

කෝණ කීපයක ටැංජන අගයයන් ලබා ගනිමු.

**නිදසුන 2.**

(i) $22^0 30'$ හි tan අගය සොයන්න.

(ii) $54^0\ 27'$ හි tan අගය සොයන්න.

සටහන

- වගුවේ අදාළ කොටස මෙහි දක්වේ.
- සම්පූර්ණ වගුව නිරීක්ෂණය කරන්න.
- මධ්‍යන්‍ය අන්තර එකතු කරන්න.

ප්‍රකෘති ටැංජන
இயற்கைத் தான்கன்கள்
**NATURAL TANGENTS**

| | | | | | | | | | මධ්‍යන්‍ය අන්තරය<br>இடை வித்தியாசங்கள்<br>Mean Differences | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0′ | 10′ | 20′ | 30′ | 40′ | 50′ | 60′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |
| 20 | 0.3640 | 0.3673 | 0.3706 | 0.3739 | 0.3772 | 0.3805 | 0.3839 | 69 | 3 | 7 | 10 | 13 | 17 | 20 | 23 | 27 | 30 |
| 21 | .3839 | .3872 | .3906 | 3939 | .3973 | .4006 | .4040 | 68 | 3 | 7 | 10 | 13 | 17 | 20 | 24 | 27 | 30 |
| 22 | .4040 | .4074 | .4108 | .4142 | .4176 | .4210 | .4245 | 67 | 3 | 7 | 10 | 14 | 17 | 20 | 24 | 27 | 31 |
| 23 | .4245 | .4279 | .4314 | .4348 | .4383 | .4417 | .4452 | 66 | 3 | 7 | 10 | 14 | 17 | 21 | 24 | 28 | 31 |
| 24 | .4452 | .4487 | .4522 | .4557 | .4592 | .4628 | .4663 | 65 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 | 21 | 25 | 28 | 32 |
| 50 | 1.1918 | 1.1988 | 1.2059 | 1.2131 | 1.2203 | 1.2276 | 1.2349 | 39 | 7 | 14 | 22 | 29 | 36 | 43 | 50 | 58 | 65 |
| 51 | .2349 | .2423 | .2407 | .2572 | .2647 | .2723 | .2799 | 38 | 8 | 15 | 23 | 30 | 38 | 45 | 58 | 60 | 68 |
| 52 | .2799 | .2876 | .2954 | .3032 | .3111 | .3190 | .3270 | 37 | 8 | 16 | 24 | 31 | 39 | 47 | 55 | 63 | 71 |
| 53 | .3270 | .3351 | .3432 | .3514 | .3597 | .3680 | .3764 | 36 | 8 | 16 | 25 | 33 | 41 | 49 | 58 | 66 | 74 |
| 54 | .3764 | .3848 | .3934 | .4019 | .4106 | 4193 | .4284 | 35 + | 0 | 17 | 26 | 35 | 43 | 52 | 60 | 69 | 78 |

(i) $\tan 22^0 30^/ = 0.4142$

(ii) $\tan 54^0\, 27^/$ හි අගය $\tan 54^0\, 20^/$ හි අගයට වඩා වැඩි අගයක් විය යුතුයි.

නමුත් $\tan 54^0\, 20^/ = 1.3934$ වේ.

$54^0 27^/ = 54^0\, 20^/ + 7^/$

$\therefore\ \tan 54^0 27^/ \rightarrow 1.3934 + 0.0060$ (මෙය මධ්‍යන්‍ය අන්තරවලින් ලබාගෙන ඇත.)

$\therefore \tan 54^0 27^/ = \underline{\underline{1.3994}}$

## ටැංජන අගය දී ඇති විට අදාළ කෝණය සෙවීම

**නිදසුන 3.**

(iii) tan අගය 0.4568 වූ කෝණය සොයන්න.

සටහන

- වගුවේ අදාළ කොටස මෙහි දක්වේ.
- සම්පූර්ණ වගුව නිරීක්ෂණය කරන්න.
- මධ්‍යන්‍ය අන්තර එකතු කරන්න.

ප්‍රකෘති ටැංජන

இயற்கைத் தான்கன்கள்

**NATURAL TANGENTS**

| | 0′ | 10′ | 20′ | 30′ | 40′ | 50′ | 60′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | මධ්‍යන්‍ය අන්තරය / இடை வித்தியாசங்கள் / Mean Differences | | | | | | | | |
| 20 | 0.3640 | 0.3673 | 0.3706 | 0.3739 | 0.3772 | 0.3805 | 0.3839 | 69 | 3 | 7 | 10 | 13 | 17 | 20 | 23 | 27 | 30 |
| 21 | .3839 | .3872 | .3906 | 3939 | .3973 | .4006 | .4040 | 68 | 3 | 7 | 10 | 13 | 17 | 20 | 24 | 27 | 30 |
| 22 | .4040 | .4074 | .4108 | .4142 | .4176 | .4210 | .4245 | 67 | 3 | 7 | 10 | 14 | 17 | 20 | 24 | 27 | 31 |
| 23 | .4245 | .4279 | .4314 | .4348 | .4383 | .4417 | .4452 | 66 | 3 | 7 | 10 | 14 | 17 | 21 | 24 | 28 | 31 |
| 24 | .4452 | .4487 | .4522 | .4557 | .4592 | .4628 | .4663 | 65 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 | 21 | 25 | 28 | 32 |

මෙහි 0.4568 යනු 0.557 + 0.0011 වේ.

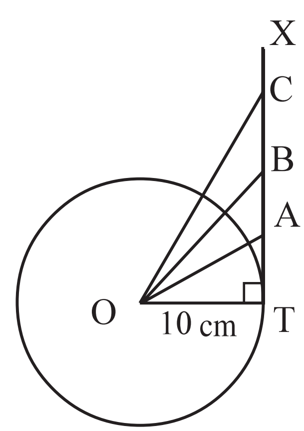
$$\begin{array}{r} 24^0\ 30^{/} \\ 3^{/} \\ \hline 24^0\ 33^{/} \end{array}$$

tan අගය 0.4568 වන කෝණය $24^0 33^{/}$ වේ.

(ඉහත නිදසුන්වල අගය ලබාගෙන ඇති ආකාරය ලඝුගණක වගුවකින් අගය ලබාගන්නා ආකාරය හා සසඳන්න.)

## 18.3 ක්‍රියාකාරකම

- අරය 10 cm වන වෘත්තයක් අඳින්න.
- OT අරයයක් අඳින්න. OT ට ලම්බක ව TX අඳින්න.
- A, B හා C ලක්ෂ්‍ය TX මත වන පරිදි $A\hat{O}T = 20^0$, $B\hat{O}T = 40^0$, $C\hat{O}T = 50^0$ වන පරිදි OA, OB, OC අඳින්න.
- AT දුර මැන එම අගය 10 න් බෙදීමෙන් ලැබෙන අගය ටැංජන වගුවේ $\tan 20^0$ හා සසඳන්න.
- BT හා CT සඳහා ද එම ක්‍රියාවලියෙහි යෙදෙන්න.
- තවත් කෝණ කීපයක් සඳහා ද මෙම ක්‍රියාවලියෙහි යෙදෙන්න.



## 18.2 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් කෝණයේ tan අගය සොයන්න.

| | | | |
|---|---|---|---|
| (i) $25^0 30^/$ | (ii) $23^0 40^/$ | (iii) $30^0 30^/$ | (iv) $42^0 58^/$ |
| (v) $45^0 58^/$ | (vi) $60^0 27^/$ | (vii) $46^0 36^/$ | (viii) $70^0 50^/$ |
| (ix) $10^0 54^/$ | (x) $40^0 47^/$ | | |

(2) පහත දැක්වෙන එක් එක් tan අගයට අනුරූප කෝණය සොයන්න.

| | | | |
|---|---|---|---|
| (i) 0.5216 | (ii) 1.7321 | (iii) 1.1785 | (iv) 7.3000 |
| (v) 0.5116 | (vi) 8.0281 | (vii) 57.29 | (viii) 20.45 |
| (ix) 2.0794 | (x) 2.1759 | | |

## 18.5 සයින වගුව

**ප්‍රකෘති සයින**

සයින වගුව හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.
පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශන ඔබගේ නිරීක්ෂණ හා සසඳන්න.

- $\sin 0^0$ හි අගය 0 වේ.
- $\sin 45^0$ හි අගය 0.7071 වේ.
- $\sin 90^0$ හි අගය 1.0000 වේ.
- $0^0$ සිට $90^0$ දක්වා කෝණවල sin අගයයන් 0 සිට 1.0000 දක්වා ක්‍රමෙන් වැඩි වේ.

කෝණ කීපයක සයින අගයයන් ලබා ගනිමු.

**නිදසුන 4.**

(i) $\sin 25^0 40^/$ සොයන්න.
(ii) $\sin 55^0 56^/$ සොයන්න.

සටහන

- වගුවේ අදාළ කොටස මෙහි දැක්වේ.
- සම්පූර්ණ වගුව නිරීක්ෂණය කරන්න.
- මධ්‍යන්‍ය අන්තර එකතු කරන්න.

ප්‍රකෘති සයින
இயற்கைச் சைன்கள்
**NATURAL SINES**

| | 0′ | 10′ | 20′ | 30′ | 40′ | 50′ | 60′ | | මධ්‍යන්‍ය අන්තරය / இடை வித்தியாசங்கள் / Mean Differences 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 25 | 0.4226 | 0.4253 | 0.4279 | 0.4305 | 0.4331 | 0.4358 | 0.4384 | 64 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 16 | 18 | 21 | 24 |
| 26 | .4348 | .4410 | .4436 | .4462 | .4488 | .4514 | .4540 | 63 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 16 | 18 | 21 | 23 |
| 55 | 0.8192 | 0.8208 | 0.8225 | 0.8241 | 0.8258 | 0.8274 | 0.8290 | 34 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 13 | 15 |
| 56 | .8290 | .8307 | .8323 | .8339 | .8355 | .8371 | .8387 | 33 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 |

(i) $\sin 25^0 40^/ = 0.4321$

(ii) $\sin 55^0 56^/ = 0.8274 + 0.0010$

$\therefore \sin 55^0 56^/ = \underline{\underline{0.8284}}$

## සයින අගය දී ඇති විට අදාළ කෝණය සෙවීම

**නිදසුන 5.**

සයින අගය 0.8864 වූ කෝණය සොයන්න.

සටහන

- අදාළ කොටස මෙහි දැක්වේ.
- සම්පූර්ණ වගුව නිරීක්ෂණය කරන්න.
- මධ්‍යන්‍ය අන්තරයට අදාළ තීරයේ උඩින් දැක්වෙන කලා සංඛ්‍යාව එකතු කරන්න.

ප්‍රකෘති සයින
இயற்கைச் சைன்கள்
**NATURAL SINES**

| | 0′ | 10′ | 20′ | 30′ | 40′ | 50′ | 60′ | | මධ්‍යන්‍ය අන්තරය / இடை வித்தியாசங்கள் / Mean Differences 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 57 | 0.8387 | 0.8403 | 0.8418 | 0.8434 | 0.8450 | 0.8465 | 0.8480 | 32 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 14 |
| 58 | .8480 | .8496 | .8511 | .8526 | .8542 | .8557 | .8572 | 31 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| 59 | .8572 | .8587 | .8601 | .8616 | .8631 | .8646 | .8660 | 30 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 |
| 60 | 0.8660 | 0.8675 | 0.8689 | 0.8704 | 0.8718 | 0.8732 | 0.8746 | 29 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 13 |
| 61 | .8746 | .8760 | .8774 | .8788 | .8802 | .8816 | .8829 | 28 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 |
| 62 | .8829 | .8843 | .8857 | .8870 | .8884 | .8897 | .8910 | 27 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 |
| 63 | .8910 | .8923 | .8936 | .8949 | .8962 | .8975 | .8988 | 26 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| 64 | .8988 | .9001 | .9013 | .9026 | .9038 | .9051 | .9063 | 25 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 |

$$0.8864 = 0.8857 + 0.0007$$
$$= 62^0\,20' + 5'$$
$$= 62^0\,25'$$

∴ සයින අගය 0.8864 වන කෝණය $62^0 25'$ වේ.
(කෝණය ලබා ගත් ආකාරය ලඝුගණක වගුවකින් ප්‍රතිලඝුගණක ලබා ගන්නා ආකාරය හා සසඳන්න.)

**18.3 අභ්‍යාසය**

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් කෝණයේ sin අගය සොයන්න.

(i) $26^0 36'$ (ii) $42^0 23'$ (iii) $30^0 54'$ (iv) $52^0 42'$ (v) $58^0 45'$

(vi) $62^0 7'$ (vii) $42^0 37'$ (viii) $72^0 50'$ (ix) $12^0 55'$ (x) $80^0 11'$

(2) පහත දැක්වෙන එක් එක් සයින අගයට අනුරූප කෝණ සොයන්න.

(i) 0.3717 (ii) 0.9643 (iii) 0.8225 (iv) 0.5555 (v) 0.2372

(vi) 0.7232 (vii) 0.5897 (viii) 0.3227 (ix) 0.4325 (x) 0.6767

## 18.6 කෝසයින වගුව

**ප්‍රකෘති කෝසයින**

සම්පූර්ණ කෝසයින වගුව හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.
පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශන හා ඔබගේ නිරීක්ෂණ සසඳන්න.

- $\cos 0^0$ හි අගය 1.0000 වේ.
- $\cos 45^0$ හි අගය 0.7071 වේ. ($\sin 45^0$ හි අගය හා සසඳන්න.)
- $\cos 90^0$ හි අගය 0.0000 වේ.
- $0^0$ සිට $90^0$ තෙක් කෝණය ක්‍රමයෙන් වැඩි වත් ම කොසයින අගය 1.0000 සිට 0 දක්වා ක්‍රමයෙන් අඩුවේ.
- කෝණය වැඩි වන විට කෝසයින අගයන් අඩු වන නිසා කෝසයින් අගයයන් ලබා ගැනීමේ දී වගුවේ අදාළ මධ්‍යන්‍ය අන්තර අගය අඩු කළ යුතු වේ. කෝණ කීපයක කෝසයින අගය ලබා ගනිමු.

**නිදසුන 6.**

(i) $28^0 20'$ හි කෝසයින අගය සොයන්න.
(ii) $63^0 45'$ හි කෝසයින අගය සොයන්න.

**සටහන**

- වගුවේ අදාළ කොටස මෙහි දැක්වේ.
- සම්පූර්ණ වගුව නිරීක්ෂණය කරන්න.
- මධ්‍යන්‍ය අන්තර අඩු කරන්න.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 25 | 0.4226 | 0.4253 | 0.4279 | 0.4305 | 0.4331 | 0.4358 | 0.4384 | 64 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 16 | 18 | 21 | 24 |
| 26 | .4348 | .4410 | .4436 | .4462 | .4488 | .4514 | .4540 | 63 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 16 | 18 | 21 | 23 |
| 27 | .4540 | .4566 | .4592 | .4617 | .4643 | .4669 | .4695 | 62 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 21 | 23 |
| 28 | .4695 | .4720 | .4746 | .4772 | .4797 | .4823 | .4848 | 61 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 20 | 23 |
| 29 | .4848 | .4874 | .4899 | .4924 | .4950 | .4975 | .5000 | 60 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 20 | 23 |
| 60 | 0.8660 | 0.8675 | 0.8689 | 0.8704 | 0.8718 | 0.8732 | 0.8746 | 29 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 13 |
| 61 | .8746 | .8760 | .8774 | .8788 | .8802 | .8816 | .8829 | 28 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 |
| 62 | .8829 | .8843 | .8857 | .8870 | .8884 | .8897 | .8810 | 27 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 |
| 63 | .8910 | .8923 | .8936 | .8949 | .8962 | .8975 | .8988 | 26 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| 64 | .8988 | .9001 | .9013 | .9026 | .9038 | .9051 | .9063 | 25 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| | 60′ | 50′ | 40′ | 30′ | 20′ | 10′ | 0′ | ↑ | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |

ප්‍රකෘති කෝසයින

இயற்கைக் கோசைன்கள்

**NATURAL COSINES**

(i) $\cos 28^0 20^/ = 0.8802$

(ii) $\cos 63^0 45^/ = 0.4436 - 0.0013$

$\therefore \cos 63^0 45^/ = \underline{\underline{0.4423}}$

## කෝසයින අගය දී ඇති විට අදාළ කෝණය සෙවීම

**නිදසුන 7.**

cos අගය 0.5698 වූ කෝණය සොයන්න.

- අදාළ කොටස මෙහි දක්වේ.
- සම්පූර්ණ වගුව නිරීක්ෂණය කරන්න.
- අගය ලබා ගෙන ඇති ආකාරය නිරීක්ෂණය කරන්න.
- මධ්‍යන්‍ය අන්තරයට අදාළ තීරයේ උඩින් දැක්වෙන කලා සංඛ්‍යාව අඩු කරන්න.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 33 | 0.5446 | 0.5471 | 0.5495 | 0.5519 | 0.5544 | 0.5568 | 0.5592 | 56 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 | 15 | 17 | 19 | 22 |
| 34 | .5592 | .5616 | .5640 | .5664 | .5688 | .5712 | .5736 | 55 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 | 14 | 17 | 19 | 22 |
| 35 | 0.5736 | 0.5760 | 0.5783 | 0.5807 | 0.5831 | 0.5854 | 0.5878 | 54 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 | 14 | 17 | 19 | 21 |
| 36 | .5878 | .5901 | .5925 | .5948 | .5972 | .5995 | .6018 | 53 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 | 14 | 16 | 19 | 21 |
| | 60′ | 50′ | 40′ | 30′ | 20′ | 10′ | 0′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |

ප්‍රකෘති කෝසයින

இயற்கைக் கோசைன்கள்

**NATURAL COSINES**

වගුවේ 0.5698 ට පූර්වාසන්න අගය .5688 වේ.

මධ්‍යන්‍ය අන්තරයට අදාළ කලා සංඛ්‍යාව අඩු කිරීමෙන්

කෝසයින අගය 0.5698 වන කෝණය $= 55^0 20^/ - 4^/$

$= \underline{\underline{55^0 16^/}}$

**18.4 අභ්‍යාසය**

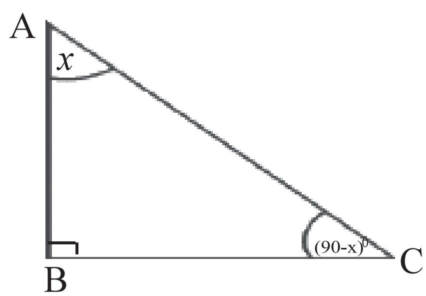
(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් කෝණයේ කෝසයිනය සොයන්න.

| | | | |
|---|---|---|---|
| (i) $36^0$ | (ii) $43^0\ 12^/$ | (iii) $74^0\ 42^/$ | (iv) $84^0\ 57^/$ |
| (v) $44^0\ 29^/$ | (vi) $55^0\ 18^/$ | (vii) $64^0\ 45^/$ | (viii) $37^0\ 27^/$ |
| (ix) $22^0\ 35^/$ | (x) $75^0\ 35^/$ | | |

(2) පහත දැක්වෙන එක් එක් කෝසයින අගයයන් අනුරූප කෝණය සොයන්න.

| | | | |
|---|---|---|---|
| (i) 0.1435 | (ii) 0.2346 | (iii) 0.6172 | (iv) 0.8457 |
| (v) 0.4428 | (vi) 0.5586 | (vii) 0.9928 | (viii) 0.4391 |
| (ix) 0.2251 | (x) 0.7743 | | |

## කෝණයක කෝසයින අගය, සයින වගුව භාවිතයෙන් සෙවීම




දී ඇති රූපයෙහි

ABC සෘජු කෝණික ත්‍රිකෝණයේ

$\hat{A} = x$ නම් $\hat{C} = (90 - x)^0$ වේ.

$\therefore \cos x = \dfrac{AB}{AC}$ හා $\sin(90 - x)^0 = \dfrac{AB}{AC}$ වේ.

$$\therefore \boxed{\cos x = \sin (90 - x)^0}$$

**නිදසුන 8.**

$x = 40^0$ විට,

$\cos 40^0 = \sin(90^0 - 40^0) = \sin 50^0$

$x = 60^0$ විට,

$\cos 60^0 = \sin(90^0 - 60^0) = \sin 30^0$

## 18.4 ක්‍රියාකාරකම

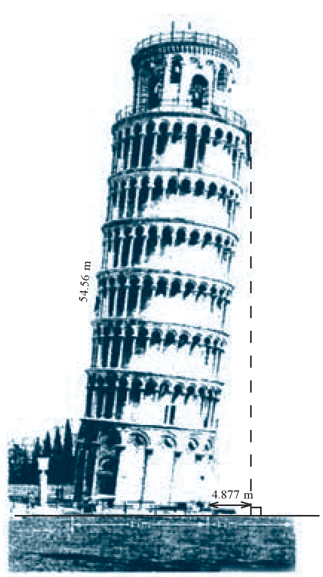
ඔබ කැමති ඕනෑ ම සුළු කෝණ තුනක කෝසයින අගය
- කෝසයින වගුව භාවිතයෙන් සොයන්න.
- සයින වගුව භාවිතයෙන් සොයන්න.
- ලැබූ පිළිතුරු එකිනෙක සසඳන්න.
- වෙනස්කම් ඇතොත් ඊට හේතු සොයන්න.
- සයින වගුව භාවිතයෙන් කෝණයක කෝසයින අගය ලබා ගන්නා ආකාරය මිතුරන් සමඟ සාකච්ඡා කරන්න.

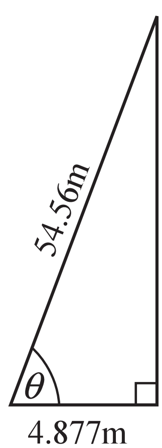
## 18.5 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් කෝසයින අගයට අනුරූප කෝණය
(a) කෝසයින වගුව භාවිතයෙන්
(b) සයින වගුව භාවිතයෙන් සොයන්න.
ඔබට ලැබුණ පිළිතුරු සසඳමින් වෙනස්කම් ඇතොත් ඊට හේතු පහදන්න

(i) 0.3145 (ii) 0.6127 (iii) 0.4795 (iv) 0.8527
(v) 0.5555 (vi) 0.9987 (vii) 0.3149 (viii) 0.1272

## 18.7 ත්‍රිකෝණමිතික වගු භාවිතය




ඉතාලියේ සුප්‍රසිද්ධ පීසා කුලුනේ චිත්‍රයක් මෙහි දැක්වේ. මනිනු ලැබූ එක්තරා අවස්ථාවක ලද මිනුම් මෙහි දැක්වේ. කුළුණ මෙම අවස්ථාවේ දී පොළොවට කොපමණ ආනතව ඇත්දැයි අපට සෙවිය නොහැකි ද?

එම මිනුම් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් ඇසුරෙන් මෙලෙස දැක්විය හැකි ය.

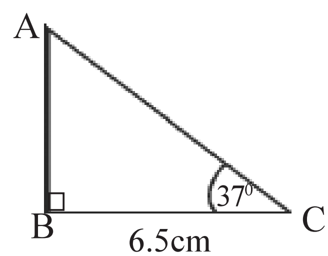
$\cos\theta = \frac{4.877}{54.56}$ නිසා

කෝසයින වගුව ඇසුරින් $\theta$ හි අගය සොයාගත හැකි ය. (මෙහි දැක්වෙන මිනුම් අනුව කුළුණ පොළවට දක්වන ආනතිය $85^0$ ක් පමණ වේ. ගණනය කොට එම පිළිතුර නිවැරදි දැයි පිරික්සන්න.

පහසුවෙන් ළඟාවිය නොහැකි, ස්ථානයකට ඇති දුරක් හෝ උසක් වැනි අගයයක් ත්‍රිකෝණමිතික ගණනය කිරීම් මගින් පහසුවෙන් ලබාගත හැකි ය. බොහෝ විට පරිමාණ රූප ඇඳ ලබාගත යුතු මිනුම් ද සරල ගණනය කිරීමකින් අපහසුවකින් තොර ව ලබා ගැනීමට ත්‍රිකෝණමිතික වගු උපකාරී වේ.

**නිදසුන 9.**

ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B} = 90^0$, $\hat{C} = 37^0$ හා $BC = 6.5cm$ වේ. AB හා AC පාදවල දිග සොයන්න.




$$\frac{AB}{BC} = \tan 37^0$$

$$\frac{AB}{6.5\,cm} = 0.7536$$

$$AB = 0.7536 \times 6.5cm$$

(ලඝුගණක භාවිතයෙන් විසඳුම ලබාගත හැකි ය.)

$$AB = 4.8984cm$$

$$\underline{\underline{AB = 4.9cm}}$$ (ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට)

ABC ත්‍රිකෝණයේ

$$\frac{BC}{AC} = \cos 37^0$$

$$\frac{6.5}{AC} = 0.7986$$

$$AC = \frac{6.5}{0.7986}$$ (ලඝුගණක භාවිතයෙන් අගය සෙවිය හැකි ය.)

$$\underline{\underline{AC = 8.14cm}}$$

- සයින වගුව භාවිතයෙන් ද AC සෙවිය හැකි ය.

$$\hat{A} = 90^0 - 37^0 = 53^0$$

$$\sin 53^0 = \frac{BC}{AC}$$

$$0.7986 = \frac{6.5\,cm}{AC}$$

$$\therefore AC = \frac{6.5}{0.7986}$$

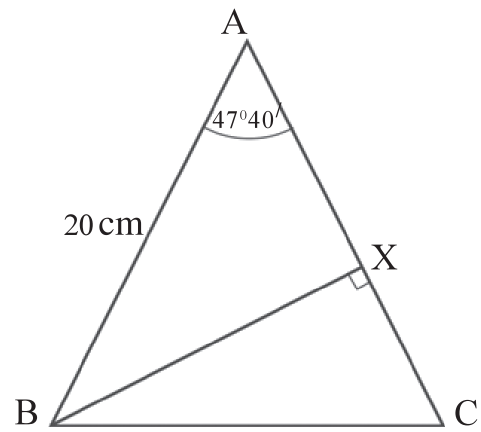
$$\underline{\underline{AC = 8.14\,cm}}$$

කෝණ සංකේතවත් කිරීමට යොදා ගන්නා ග්‍රීක අක්ෂර කිහිපයක්.

| | |
|---|---|
| තීටා | $\theta$ |
| ඇල්ෆා | $\alpha$ |
| බීටා | $\beta$ |
| ගැමා | $\gamma$ |

**නිදසුන 10.**

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC = 20\text{ cm}$, $\hat{A} = 47^0 40'$ B ලක්ෂ්‍යයෙන් AC මතට අඳිනු ලබන ලම්බකයේ දිග සොයන්න. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න. BC පාදයේ දිග ද සොයන්න.




$ABX\triangle$ යේ $A\hat{X}B = 90^0$

$$\frac{BX}{AB} = \sin 47^0 40'$$

$$\frac{BX}{20} = 0.7392$$

$$BX = 0.7392 \times 20\text{ cm}$$

$$BX = 14.7840\text{ cm}$$

$\underline{\underline{BX = 15\text{ cm}}}$ (ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට)

$ABC\triangle$ යේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 20 \times 14.784\text{ cm}^2$

$= 10 \times 14.784\text{ cm}^2$

$= 147.84\text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{148\text{ cm}^2}}$ (ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට)

$ABC\triangle$ යේ $\hat{C} = \dfrac{180^0 - 47^0 40'}{2} = 66^0 10'$

$BXC\triangle$ යේ $B\hat{X}C = 90^0$

$$\frac{BX}{BC} = \sin 66^0 10'$$

$$\frac{14.784}{BC} = 0.9148$$

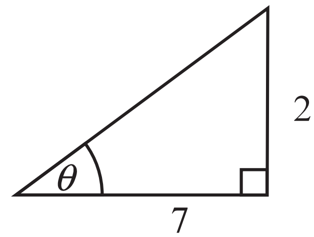
$$BC = \frac{14.784}{0.9148}\text{ cm}$$

$\underline{\underline{BC = 16.16\text{ cm}}}$ (ආසන්න දශමස්ථාන දෙකකට)

**නිදසුන 11.**

ඒකාකාර බෑවුමක් සහිත ඍජු මාර්ගයක ආනතිය $\frac{2}{7}$ වේ. මෙම මාර්ගය තිරස් පොළව සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

මාර්ගය හා තිරස් පොළව අතර කෝණය $\theta$ නම් ,




$\tan\theta = \frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$

$\tan\theta = 0.2857$ (ආසන්න ව)

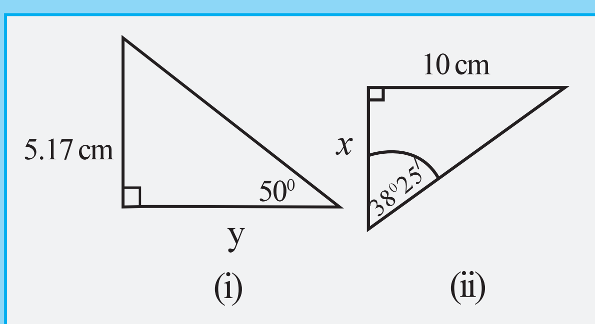
tan වගුවෙන්

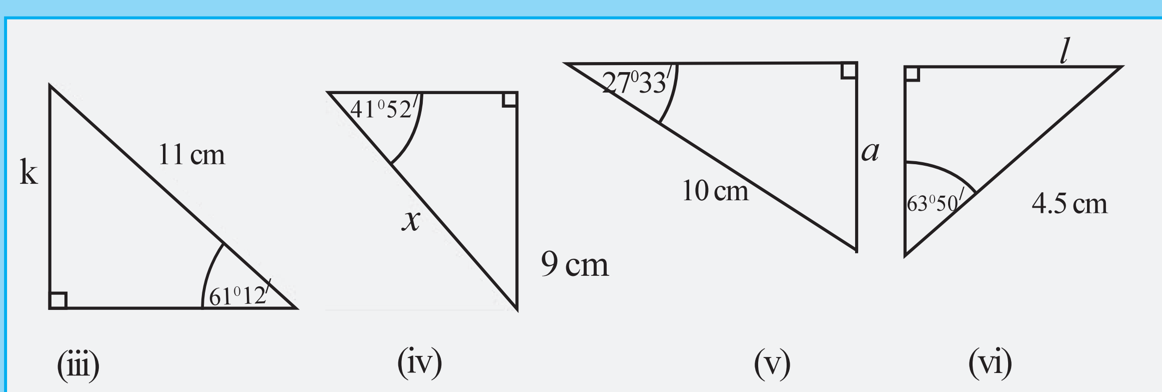
$$\underline{\underline{\theta = 15^{0}57^{\prime}}}$$

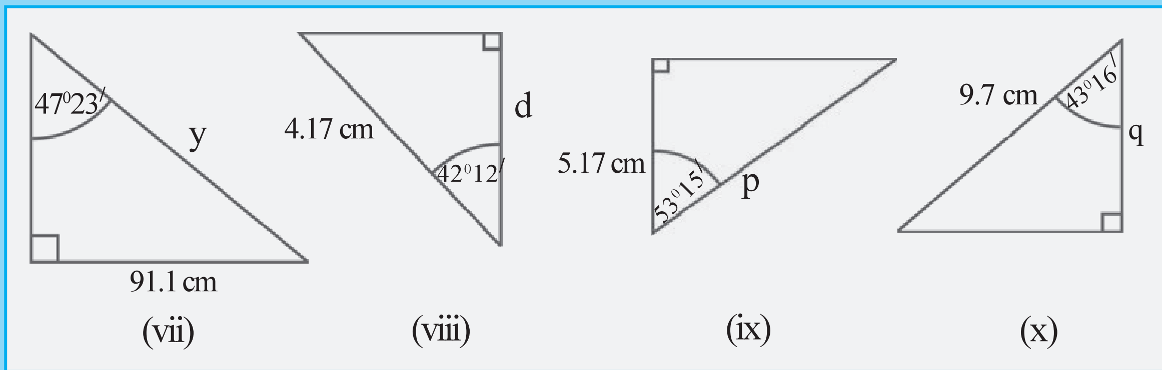
(ආනතිය $\frac{2}{7}$ රූපයේ සටහන් කර ඇති ආකාරය නිරීක්ෂණය කරන්න.)

## 18.6 අභ්‍යාසය

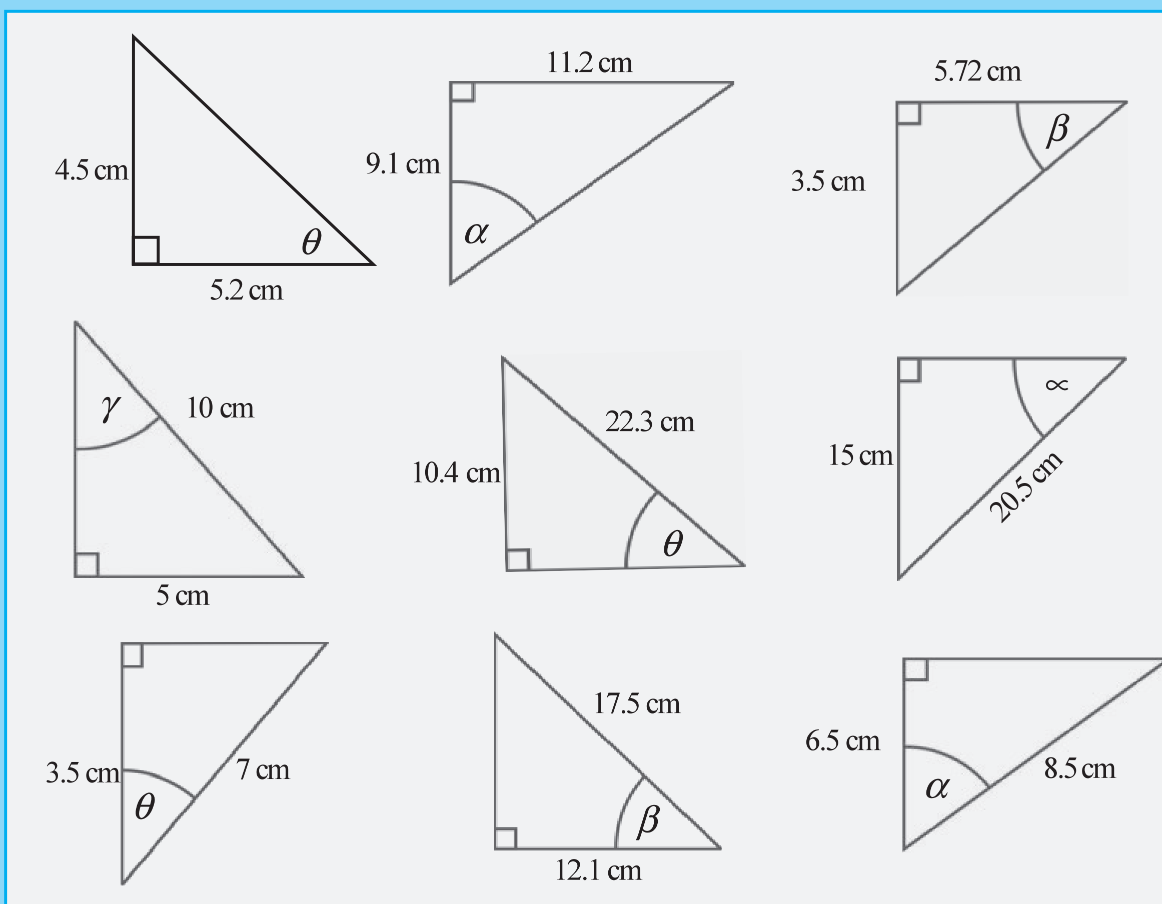
(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ ඉංග්‍රීසි අක්ෂරයකින් නම් කොට ඇති පාදයේ දිග සොයන්න.






(2) පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ ග්‍රීක අක්ෂරයකින් නම් කොට ඇති කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.




(3) ABC $\Delta$ යේ $\hat{B} = 90^0$ , BC = 4 cm , හා $\hat{C} = 40^0$ , AB දිග සොයන්න.

(4) DEF $\Delta$ යේ $\hat{E} = 90^0$ , $\hat{F} = 35^0 30'$ , DE = 7 cm , EF දිග සොයන්න.

(5) GHI $\Delta$ යේ $\hat{H} = 90^0$ , $\hat{I} = 70^0$ හා GI = 12 cm , IH සොයන්න.

(6) JKL $\Delta$ යේ $K = 90^0$ , $\hat{L} = 55^0 20'$ හා KL = 8.21 cm , JL සොයන්න.

(7) MNO $\Delta$ යේ $N = 90^0$ , $\hat{M} = 42^0 24'$ හා MO = 14.3 cm , ON සොයන්න.

(8) PQR $\Delta$ යේ $\hat{Q} = 90^0$ , $\hat{P} = 28^0 35'$ හා PR = 8.23 cm , QR සොයන්න.

(9) RST△ යේ $\hat{S} = 90^0$ , ST = 4.5 cm හා RT = 7.1 cm , $S\hat{R}T$ සොයන්න.

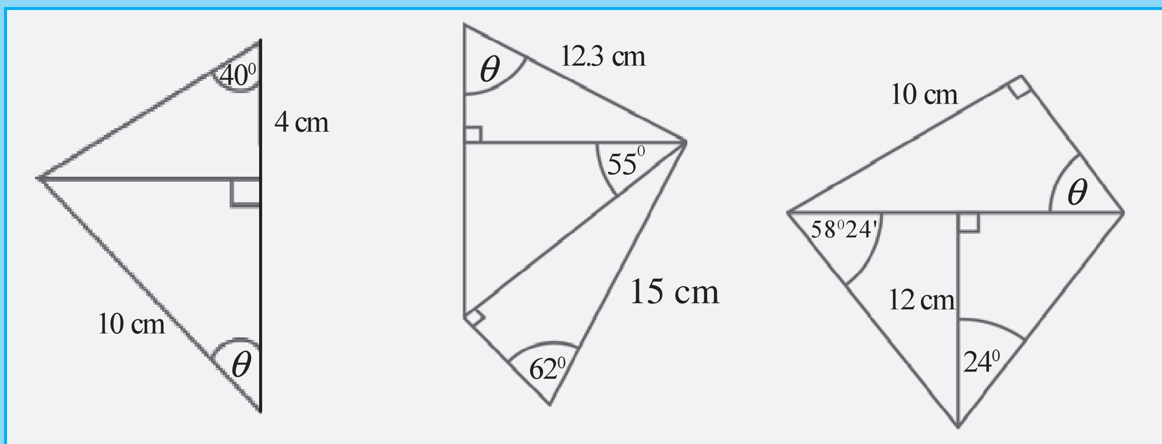
(10) UVW△ යේ $\hat{V} = 90^0$ , VW = 5.5 cm හා UW = 10 cm , $U\hat{W}V$ සොයන්න.

(11) XYZ△ යේ $\hat{Y} = 90^0$ , XY = 9 cm හා YZ = 10 cm , $X\hat{Z}Y$ සොයන්න.

(12) LMN△ යේ $\hat{M} = 90^0$ , LM = 3.4 cm හා LN = 15.2 cm , $M\hat{L}N$ සොයන්න.

පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ $\theta$ සොයන්න.

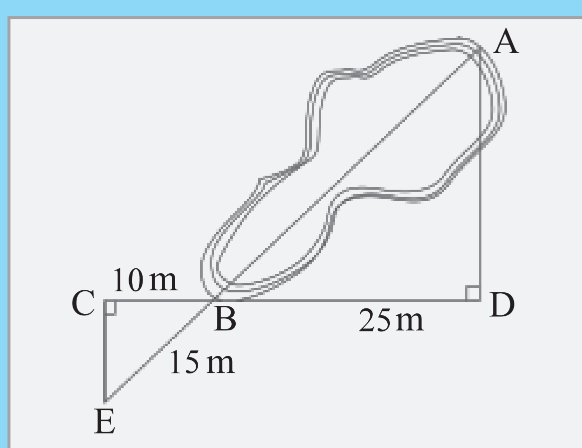
(13) (14) (15)




(16) සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ $66^0$, $66^0$ හා $48^0$ වේ. ත්‍රිකෝණයේ කෙටි ම පාදයේ දිග 8.4 cm ක් වේ. ත්‍රිකෝණයේ අනෙක් පාදවල දිග හා ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය ද සොයන්න.

(17) ABCD ත්‍රපීසියමේ AB හා DC පාද සමාන්තර වේ. AB = 14 cm, DC = 20 cm හා AD = BC = 6 cm වේ. $A\hat{D}C$ හි අගයද ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය ද සොයන්න.

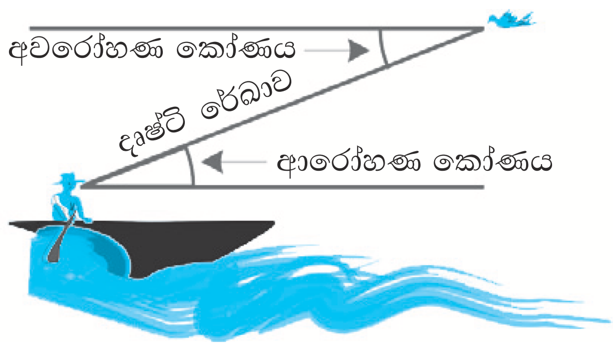
(18) විලක දිග මැනීම සඳහා මිනින්දෝරුවකු විසින් ලබා ගත් තොරතුරු රූපයෙ හි දැක්වේ. එම තොරතුරු ඇසුරින් විලේ දිග AB සොයන්න.



(19) කඳු බෑවුමක් මතින් දිවෙන සෘජු මාර්ගයක ආනතිය $\frac{4}{17}$ වේ. මෙම මාර්ගය තිරස් පොළව සමඟ සාදන කෝණය සොයන්න.

(20) තිරස් පොළවේ සිට කඳු මුදුනකට දිවෙන සෘජු පාරක් තිරසට $12^0$ කින් ආනත වේ. මෙම පාර දිගේ 250 m ගමන් කළ අයෙකු සිටිනුයේ ආරම්භක ස්ථානයට අනුව කොපමණ සිරස් උසකින් ද? මාර්ගයේ ආනතිය භාගයක් ලෙස දක්වන්න.

## 18.8 සිරස් තලයක දිශා දැක්වීම




**ආනතිමානය (ක්ලයිනෝ මීටරය)** මගින් ආරෝහණ හෝ අවරෝහණ කෝණ මැනගත හැකි ය.

මෙම රූපයේ තොරතුරු අනුව

- නිරීක්ෂකයාගේ ඇස් මට්ටමට ඉහළින් පිහිටි වස්තුවක් දෙස බැලීමේ දී දෘෂ්ටි රේඛාව තිරස සමඟ සාදන කෝණය එනම් මිනිසාට පක්ෂියා පෙනෙන කෝණය වැනි කෝණයක් **ආරෝහණ කෝණය** කි.

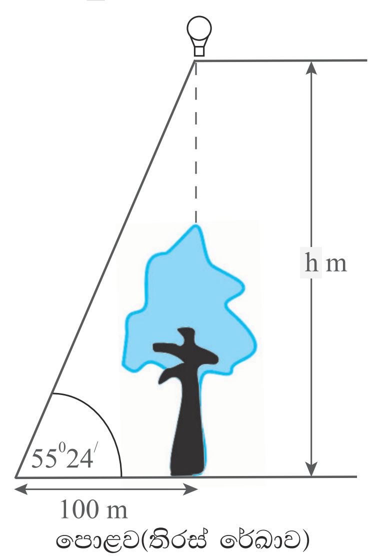
- නිරීක්ෂකයාගේ ඇස් මට්ටමට පහළින් පිහිටි වස්තුවක් දෙස බැලීමේ දී දෘෂ්ටි රේඛාව තිරස සමඟ සාදන කෝණය එනම් පක්ෂියාට මිනිසා පෙනෙන කෝණය වැනි කෝණයක් **අවරෝහණ කෝණය** කි.

**නිදසුන 12**

ගසක පාමුල සිට සම මට්ටමේ 100 m ඈතින් සිට බලන්නෙකුට හරියට ම ගසට ඉහළින් අහසේ පිහිටි කාලගුණය මනිනු ලබන බැලුනයක් පෙනෙනුයේ $55^0 24^/$ ආරෝහණ කෝණයකිනි. මෙම මොහොතේ දී මෙම බැලුනය පොළව මට්ටමෙන් කෙතරම් ඉහළකින් දිස් වේ ද?

$$\frac{h}{100} = \tan 55^0 24^/$$
$$h = 1.4496 \times 100$$
$$h = 144.9600$$
$$h = 144.96$$
$$h = \underline{\underline{145}}$$
$$\text{උස} = \underline{\underline{145\ m}}$$

(ආසන්න ව)



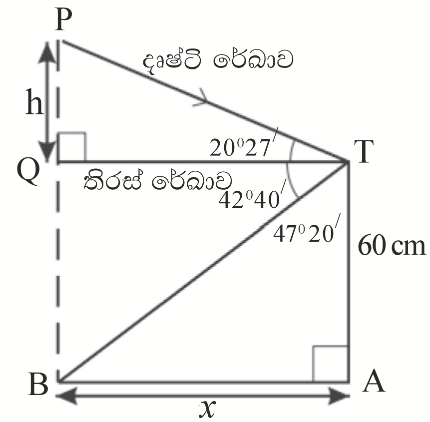



නොමිලේ බෙදා හැරීම පිණිසයි

නිදසුන 13.

60 m ක් උස ප්‍රදීපාගාරයක මුදුනේ සිට බලන නිරීක්ෂකයෙකුට මුහුදේ ඇත බෝට්ටුවක් $42^{0}40^{/}$ ක අවරෝහණ කෝණයකින් පෙනේ මේ මොහොතේ බෝට්ටුවට හරි ඉහළින් තිබුණු ගුවන් යානයක් ඔහු දකිනුයේ $20^{0}27^{/}$ ක ආරෝහණ කෝණයකිනි.

(i) බෝට්ටුවේ සිට ප්‍රදීපාගාරය පාමුලට දුර සොයන්න.
(ii) ගුවන් යානය ඇත්තේ පොළවට කොපමණ ඉහළින් දැයි ගණනය කරන්න.




බෝට්ටුවේ සිට ප්‍රදීපාගාරය පාමුලට දුර මීටර් $x$ නම්,

ABT $\Delta$ න් ,

$$\frac{x}{60} = \tan A\hat{T}B$$

$$\frac{x}{60} = \tan 47^{0}20^{/}$$ (අවරෝහණ කෝණයේ අනුපූරකය)

$$x = 1.0850 \times 60$$
$$= 65.1000$$

B සිට A ට දුර = 65.1 m

$\therefore$ බෝට්ටුවේ සිට ප්‍රදීපාගාරය පාමුලට දුර = 65 m (ආසන්න මීටරයට )

මෙසේ ම PQT $\Delta$ න්

$$\frac{h}{65.1\text{m}} = \tan 20^{0}27^{/}$$

$$h = 0.3729 \times 65.1$$

$$h = 24.28$$

$$BP = h + 60 = 24.28 + 60$$

$$BP = 84.28$$

$$\underline{\underline{BP = 84\,\text{m}}}$$ (ආසන්න මීටරයට )

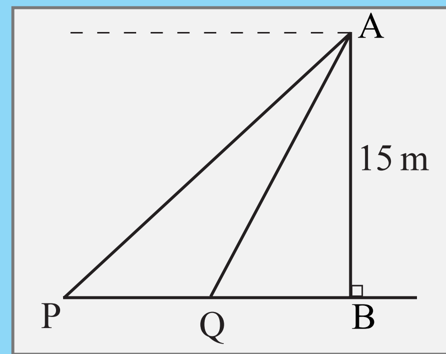
$\therefore$ ගුවන් යානය බෝට්ටුවට 84 m පමණ ඉහළ අහසේ තිබී ඇත.

## 18.7 අභ්‍යාසය

(1) තිරස් බිමක් මත කොඩි ගසක් සිටුවා ඇත. කොඩි ගස පාමුල සිට 20 m ක් ඈතින් වූ තිරස් බිමේ ලක්ෂ්‍යයක සිට බලන විට කොඩි ගස මුදුන පෙනෙනුයේ $50^{0}$ ක ආරෝහණ කෝණයකිනි. කොඩි ගසේ උස සොයන්න.


නොමිලේ බෙදා හැරීම පිණිසයි

(2) 15 m උස AB සිරස් කුලුණේ මුදුනේ සිට බලන අයෙකුට තිරස් පොළවේ P හා Q නම් ලක්ෂ්‍යවල සිටින ළමයින් දෙදෙනකු පෙනෙනුයේ $30^0$ හා $60^0$ ක අවරෝහණ කෝණවලිනි. ළමයින් දෙදෙනා එකිනෙකාට කොපමණ ඈතින් සිටීත් ද?
P,Q,B එකම තිරස් සරල රේඛාවක පිහිටයි.




(3) බිත්තියකට හේත්තු කර ඇති ඉණිමඟක ඉහළ කෙළවර බිත්තියේ මුදුන යාන්තමින් ස්පර්ශ කරයි. ඉණිමඟ පාමුල හා බිත්තිය අතර දුර 1.5 m කි. ඉණිමඟ පොළව සමඟ $60^0$ කෝණයක් සාදන්නේ නම්, ඉණිමගේ දිග හා බිත්තියේ උස සොයන්න.

(4) කුලුණක් මුදුනේ සිට බලන කළ සම මට්ටමේ පිහිටි 7 m උසැති ගොඩනැගිල්ලක මුදුනේ සහ පතුලේ අවරෝහණ කෝණ පිළිවෙළින් $45^0$ හා $60^0$ වේ. කුලුණේ උස සොයන්න.

(5) සූර්යයාගේ උන්නතාංශය (හිරු කිරණයක ආරෝහණ කෝණය) $45^0$ ක් වන විට සමතලා බිමක පිහිටි කුලුණක සෙවනැල්ල සූර්යයාගේ උන්නතාංශය $60^0$ ක් වන විට ඇති දිගට වඩා 10 m ක් දිග බව සොයා ගැණිනි නම් කුලුණේ උස ගණනය කරන්න.

(6) රොකට්ටුවක් ආරම්භයේ දී 10 km ක් සිරස් ව ඉහළ නගියි. අනතුරු ව සිරසට $15^0$ක් ආනත ව 20 km ක් ද ඉන් පසු සිරසට $26^0$ ක් ආනත ව 60 km ක් ද ගමන් කරයි. තුන්වැනි අවස්ථාව අවසානයේ දී රොකට්ටුව කොපමණ සිරස් උසකින් ඇත් ද?

(7) සමතලා පොළවේ A නම් ලක්ෂ්‍යයක දී මනිනු ලදු ව ගොඩනැගිල්ලක් මත පිහිටුවා ඇති කොඩි ගසක මුදුනේ සහ පාමුල අරෝහණ කෝණ පිළිවෙළින් $47^0$ හා $39^0$ ලෙස ලැබිණි. කොඩි ගසේ උස 15 m නම් ගොඩනැගිල්ලේ උස සොයන්න.

(8) ඒකාකාර වේගයෙන් සිරස් ව ඉහළ නගින හෙලිකොප්ටරයක් නිරීක්ෂණය කරන්නෙක් එක්තරා මොහොතක දී එහි ආරෝහණ කෝණය $48^{0}36^{/}$ ක් ද ඊට තත්පර 10 කට පසු $72^{0}24^{/}$ ක් ලෙස ද සටහන් කර ගනියි. හෙලිකොප්ටරය නවතා තිබූ ස්ථානයේ සිට 150 m ක තිරස් දුරක සිට මෙම නිරීක්ෂණය කරන ලද නම් හෙලිකොප්ටරය ඉහළ නැඟි වේගය ගණනය කරන්න.

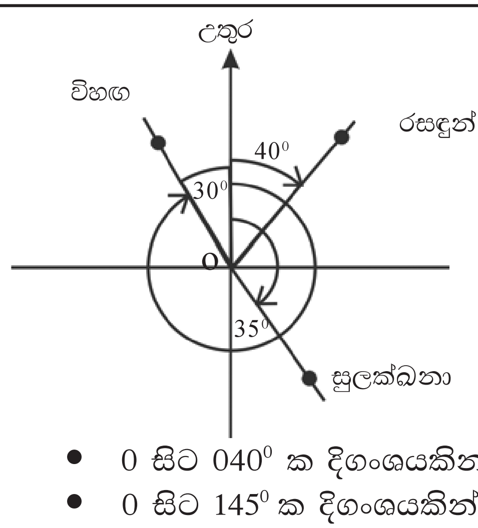
(9) ගුවන් විදුලි විකාශන කුළුණක් එක්තරා නිරීක්ෂණ ලක්ෂ්‍යයක සිට 42.5 m ක් දුරින් වූ 41 m ක් උස්වූ ගොඩනැගිල්ලක් මත පිහිටා ඇත. නිරීක්ෂණ ලක්ෂ්‍යයේ සිට කුලුණ මුදුනේ හා පාමුල ආරෝහණ කෝණ අතර පරතරය $15^{0}$ කි. කුලුණේ උස සොයන්න.

(10) බෝට්ටුවක සිටින්නෙක් ඊට 245 m ක් ඈතින් වෙරළ අයිනේ වූ ගල්පරයක මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය $4^{0}$ බව දනී. ගල්පරයේ උස සොයන්න. ඔහු එම ස්ථානයේ සිට එක එල්ලේ ම ගල්පරය දෙසට 65 m ක් යාත්‍රා කරයි. දැන් ඔහු සිටින ස්ථානයේ සිට ගල් පරයේ මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය සොයන්න.

(11) එක්තරා මොහොතක දී මුහුදේ ඇති P නම් බෝයාවක සිට 300 m ක් සිරස් ව ඉහළින් සිටින ගුවන් නියමුවකුට Q නම් වෙනත් බෝයාවක් පෙනෙනුයේ $65^{0}$ ක අවරෝහණ කෝණයකිනි. P හා Q අතර දුර සොයන්න. PQ රේඛාවේ ම Q සිට 150 m ක් PQ දිශාවට වූ R නම් තවත් බෝයාවක් ඔහුට පෙනෙනුයේ කුමන ආරෝහණ කෝණයකින් ද?

## 18.9 තිරස් තලයක දිශා දැක්වීම

**දිගංශය**



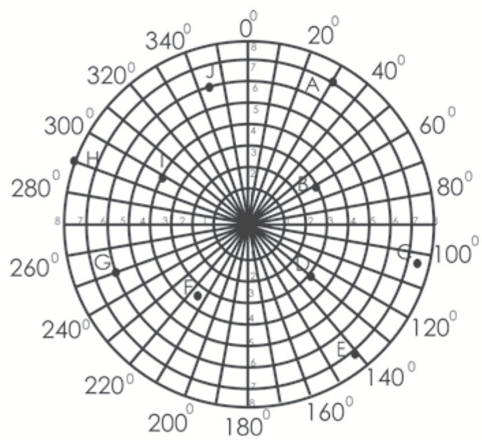

- 0 සිට $040^{0}$ ක දිගංශයකින් රසඳුන් සිටී.
- 0 සිට $145^{0}$ ක දිගංශයකින් සුලක්ඛනා සිටියි.
- 0 සිට $330^{0}$ ක දිගංශයකින් විහඟ සිටී.

- කෝණ මානුවක්, මාලිමාවක් මගින් දිගංශය මැනගත හැකි ය.
- උතුරේ සිට දක්ෂිණාවර්ත ව කෝණය මැන ඉලක්කම් තුනකින් දිගංශය සටහන් කරනු ලැබේ.
- දිගංශය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට ද ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත භාවිත කළ හැකි ය.

## 18.5 ක්‍රියාකාරකම

ලක්ෂ්‍යයක් හරහා අංශක 10න් 10ට රේඛා ඇඳ ඇති මෙම රූපයේ $0^0$ දක්වන රේඛාව උතුර දක්වන රේඛාව යැයි සලකා A සිට J දක්වා ලක්ෂ්‍යවල දිගංශය පහත දැක්වෙන ආකාරයට වගුගත කරන්න.

| ලක්ෂ්‍යය | දිගංශය |
| --- | --- |
| | |

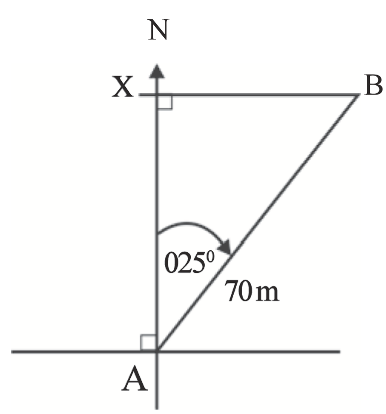



**නිදසුන 14.**

A සිට $025^0$ ක දිගංශයකින් ගමන් අරඹන කාව්‍යා එම දිශාවට 70 m ක් ගමන් කොට B වෙත පැමිණෙයි. කාව්‍යා දැන් සිටිනුයේ

(i) A සිට කොපමණ දුරක් උතුරින් ද?

(ii) A සිට කොපමණ දුරක් නැගෙනහිරින් ද?




(i) AXB$\Delta$ න් $\frac{AX}{70} = \cos 25^0$

$AX = 0.9063 \times 70$ m

$AX = 63.4410$ m

$\therefore$ කාව්‍යා A සිට 63 m ක් උතුරෙන් සිටී.

(ii) මෙසේ ම AXB$\Delta$ න් $\frac{BX}{70} = \sin 25^0$

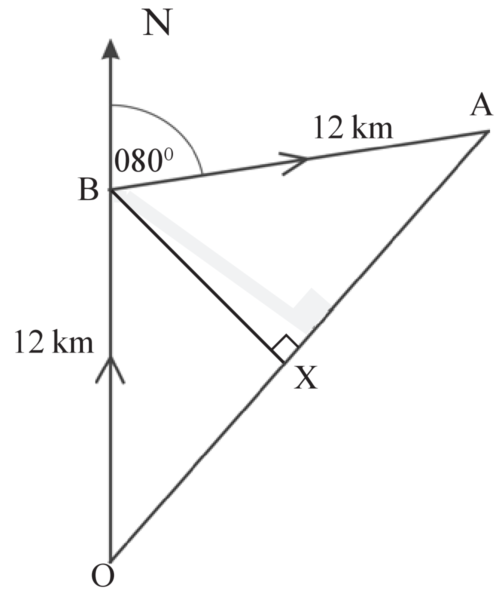
$BX = 0.4226 \times 70$ m

$BX = 29.5820$ m

$\therefore$ කාව්‍යා A සිට 29.6 m ක් නැගෙනහිරින් සිටියි.

**නිදසුන 15.**

වරායකින් පිටත් වන නැවක් උතුර දෙසට 12 km ක් යාත්‍රා කොට ඉන් පසු තවත් 12 km ක් $080^0$ ක දිගංශයකින් යාත්‍රා කරයි. නැව දැන් ඇත්තේ වරායේ සිට කොපමණ දුරකින් ද? කුමන දිගංශයකින් ද?




OBA$\Delta$ යේ OB = BA

$$\therefore B\hat{A}O = \frac{180^0 - O\hat{B}A}{2} = \frac{180^0 - 100^0}{2} = 40^0$$

ABX සෘජුකෝණික $\Delta$ යේ

$$\frac{AX}{12} = \cos 40^0$$

$$AX = 0.7660 \times 12 \text{ km}$$

$$AX = 9.1920 \text{ km}$$

$$OA = 9.1920 \times 2 \text{ km}$$

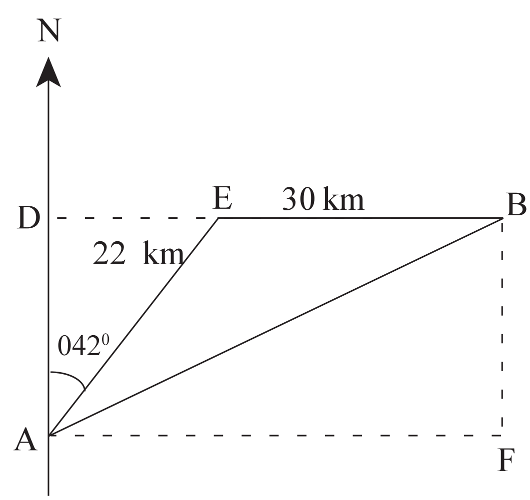
$$= 18.3840 \text{ km}$$

$$= \underline{\underline{18.4 \text{ km}}}$$

$\therefore$ දැන් නැව ඇත්තේ එය පිටත් වු ස්ථානයෙන් $40^0$ ක දිගංශයකින් ද 18.4 km දුරකින් ද වන සේ ය.

**නිදසුන 16.**

A නම් වරායක සිට පිටත් වන නැවක් $042^0$ ක දිගංශයකින් 22 km ක් යාත්‍රා කරයි. ඉන් පසු $090^0$ දිගංශයකින් 30 km යාත්‍රා කොට B වරායට ළඟා වෙයි. A සිට B හි දිගංශය හා වරාය දෙක අතර දුර සොයන්න.




ADE $\Delta$ න්

$$\frac{DE}{22} = \sin 42^0$$

$\therefore$ D හා E අතර දුර $= 0.6691 \times 22 \text{ km} = 14.72 \text{ km}$

මෙසේ ම ADE $\Delta$ න්

$$\frac{AD}{22} = \cos 42^0$$

$\therefore AD = 0.7431 \times 22 \text{ km} = 16.3482 \text{ km} = 16.35\text{km}$

ABF සෘජු කෝණික ත්‍රිකෝණයේ (පයිතගරස් නියමයෙන්), $AB^2 = AF^2 + BF^2$ වේ.

තව ද $AF = DE + BE = 14.72 + 30 = 44.72$ km

හා

$BF = AD = 16.35$ වේ.

$\therefore AB^2 = (44.72)^2 + (16.35)^2 = 2267.2$

$AB = \sqrt{2267.2}$

$\underline{\underline{AB = 47.6 \text{ km}}}$ (ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට)

$D\hat{A}B = A\hat{B}F$ (ඒකාන්තර කෝණ)

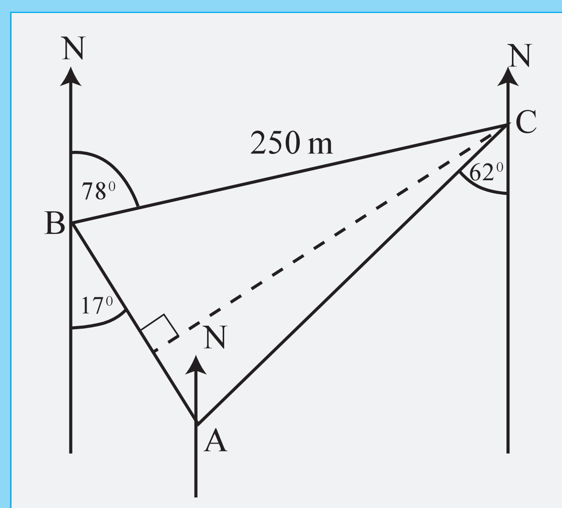
$\tan A\hat{B}F = \frac{AF}{BF} = \frac{44.72}{16.35} = 2.7352$

$\underline{\underline{\therefore A\hat{B}F = 69^0 55^/}}$

$\therefore$ B වරාය A වරායට 47.6 km දුරකින් හා $069^0 55^/$ (එනම් $070^0$) දිගංශයකින් පිහිටා ඇත.

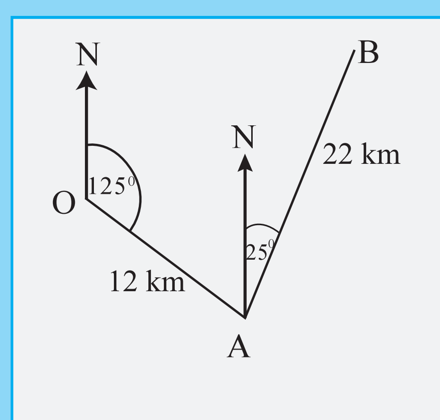
## 18.8 අභ්‍යාසය

(1). (a) රූපයේ දක්වෙන තොරතුරු අනුව පහත දක්වෙන දිගංශ සොයන්න.
(i) B සිට C (ii) B සිට A
(iii) A සිට B (iv) C සිට B
(b) ABC ත්‍රිකෝණයේ කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.
(c) ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාදවල දිග සොයන්න.




(2). මෝටර් රථයක් $125^0$ ක දිගංශයකින් 12 km ක් ගමන් කොට අනතුරු ව 22 km ක් $025^0$ ක දිගංශයකින් ගොස් නවතියි. මෝටර් රථය දැන් ඇත්තේ ආරම්භක ස්ථානයෙන්

(i) කොපමණ දුරක් නැගෙනහිරින් ද?
(ii) කොපමණ දුරක් උතුරින් ද?



(3). තැනිතලා බිමක C නම් ගසකට 225 m ක් හරි උතුරින් A නම් වූ ගසක් ඇත. B නම් ගස පිහිටා ඇත්තේ $C$ ට 375 m ක් හරි නැගෙනහිරිනි.

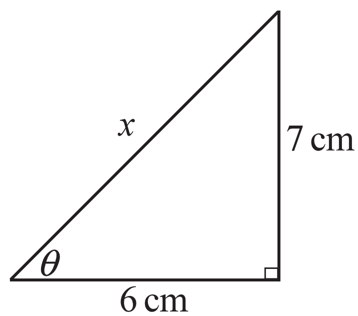
(a) A සිට B හි දිගංශය ද (b) B සිට A හි දිගංශය ද සොයන්න.

(4). එක්තරා අවස්ථාවක නැව් තුනක පිහිටීම පහත දැක්වෙන පරිද්දෙන් විය. A නැව C නැවට 25 km ක් හරි බටහිරිනි. B නැව C ට හරි දකුණු දිශාවෙනි. A නැවට $25^0 10^{/}$ නැගෙනහිරින් දකුණට B පිහිටියේ ය.

(i) A හා B අතර දුර සොයන්න.
(ii) B හා C අතර දුර සොයන්න.
(iii) B සිට A හි දිගංශය සොයන්න.

(5). P නම් වරායකින් පිටත් වන නැවක් $306^0$ ක දිගංශයකින් 7 km ක් යාත්‍රා කොට, ඉන් පසු $070^0$ ක දිගංශයකින් යුතු ව 11 km යාත්‍රා කරයි. මේ මොහොතේ දී නැවේ සිට P වරායට ඇති දුර ගණනය කරන්න.

## 18.9 මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

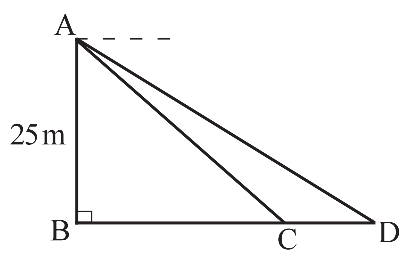



(1) රූපයෙහි දැක්වෙන තොරතුරු අනුව

(i) $\theta$ හි අගය ගණනය කරන්න.
(ii) $x$ හි අගය ගණනය කරන්න.

(2) රූපයෙහි A සිට C හි අවරෝහණ කෝණය $55^0$ ක් හා D හි අවරෝහණ කෝණය $36^0$ ක් ද වේ. AB = 25 m.

(a) BC
(b) DC
(c) AD සොයන්න.




(3) සෘජුකෝණාස්‍රයක විකර්ණයක් 27 cm ක් වේ. එහි එක් පාදයක් 24 cm ක් වේ. විකර්ණයක් හා එක් පාදයක් අතර කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

(4) ශාක්‍ය තම නිවසින් පිටත් ව $015^0$ ක දිගංශයකින් 50 m ක් ගමන් කොට එතැන් සිට $040^0$ ක දිගංශයකින් 70 m ක් ගමන් කරයි. අනතුරු ව $330^0$ ක දිගංශයකින් 100 m ක් ගමන් කොට සිය ගමන නිමා කරයි. දැන් ශාක්‍ය සිටින්නේ තම නිවසේ සිට කොපමණ උතුරින් දැයි සොයන්න.

(5) 320 m ක් දුරක සිට ප්‍රදීපාගාරයක් දෙසට බෝට්ටුවක් පදවන්නෙක් ප්‍රදීපාගාරය මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය $24^0\, 30^/$ ක් බව නිරීක්ෂණය කරයි. ප්‍රදීපාගාරයේ උස සොයන්න. ප්‍රදීපාගාරය දෙසට තවත් 120 m ක් යාත්‍රා කළ විට ප්‍රදීපාගාරයේ මුදුන ඔහු දකින්නේ කවර ආරෝහණ කෝණයකින් ද?

(6) එක්තරා දිනයක ප.ව. 3.30 වන විට ප්‍රදීපාගාරයකට 1 km ක් දකුණු දෙසින් A නම් ස්ථානයේ තිබුණු නැවක් නියත වේගයක් පවත්වා ගනිමින් $060^0$ ක දිගංශයකින් යාත්‍රා කොට ප.ව. 3.40 වන විට ප්‍රදීපාගාරයට හරි නැගෙනහිරින් වූ B නම් ස්ථානයක් වෙත ළඟා විය. ප්‍රදීපාගාරයේ සිට නැවේ ගමන් මාර්ගයට ඇති කෙටිම දුර LC වේ.

(a) ඉහත තොරතුරු දැක්වීම සඳහා රූප සටහනක් අඳින්න.

(b) LC දිග ගණනය කරන්න.

(c) AC දුර සොයන්න.

(d) නැව C වෙත ළඟා වන්නේ ප.ව. කීයට ද?

(7) බටහිර සිට නැගෙනහිර දිශාවට වෙරළක් දිගේ දිවෙන ඍජු මාර්ගයක A ට හරි නැගෙනහිරින් B පිහිටා ඇත. A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකේ සිට බලන විට මුහුදේ වූ නැවක් දිස්වෙන්නේ පිළිවෙළින් $060^0$ හා $330^0$ වූ දිගංශ වලිනි.
දළ රූප සටහනක් අඳින්න.
නැවේ පිහිටීම S ලෙස ලකුණු කරන්න.

(a) ASB කෝණය ඍජුකෝණයක් බවට හේතු දක්වන්න.
AB = 5 km නම්,

(b) AS දුර ගණනය කරන්න.

(c) BS දුර ගණනය කරන්න.