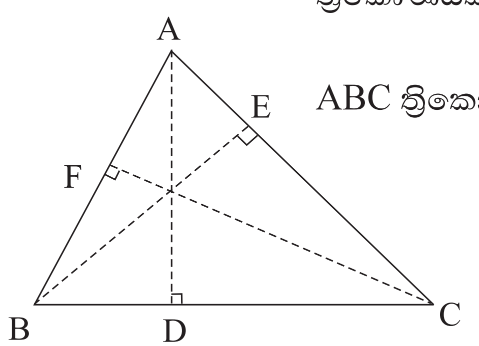
08 සමාන්තර රේඛා අතර තල රූපවල වර්ගඵලය

මෙම පාඩම උගනීමෙන් ඔබට

- එක ම ආධාරකය හා එක ම සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන බව
- එකම ආධාරකය හා එක ම සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටි ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන බව
- එකම ආධාරකය මත හා එක ම සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටි ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් හරි අඩක් බව
- ආධාරකය එකම රේඛාවේ පිහිටි පොදු ශීර්ෂයක් ඇති ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල ආධාරක අතර අනුපාතයට සමාන බව

පිළිබඳ අවබෝධයක් ලබාගත හැකි ය.

ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය සහ සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය පිළිබඳ ව පහත සඳහන් කරුණු පෙර පන්තිවල දී ඉදිරිපත් කර ඇත. ඒවා නැවත මතකයට නංවා ගනිමු.



ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}\times$ ආධාරකය $\times$ උච්චය.

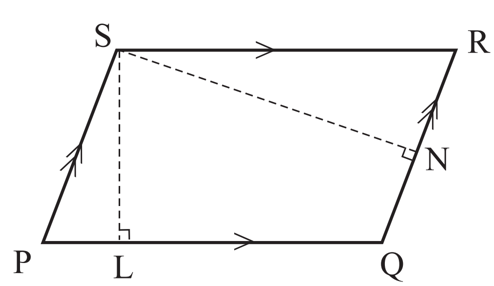
ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}\times BC\times AD$ හෝ

$= \frac{1}{2}\times AC\times BE$ හෝ

$= \frac{1}{2}\times AB\times CF$ හෝ වේ.

සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය $=$ ආධාරකය $\times$ උච්චය

PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= PQ\times SL$ හෝ

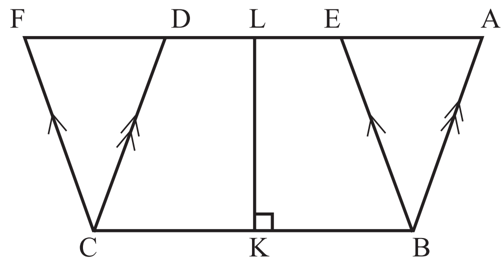


$= QR\times SN$ හෝ වේ.

8.1 සමාන්තරාස්‍රවල වර්ගඵල අතර සම්බන්ධතා

8.1 ක්‍රියාකාරකම

පහත වගන්ති පිටපත් කරගෙන හිස්තැන් පුරවන්න.



(1) රූපයේ --------- හා --------- යනුවෙන් සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් ඇත.

(2) එම සමාන්තරාස්‍ර දෙකට ම පොදු ආධාරකයක් ඇත. එය------ වේ.

(3) KL එම සමාන්තරාස්‍ර දෙකට ම පොදු--------- වේ.

(4) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= CB \times$ -------------

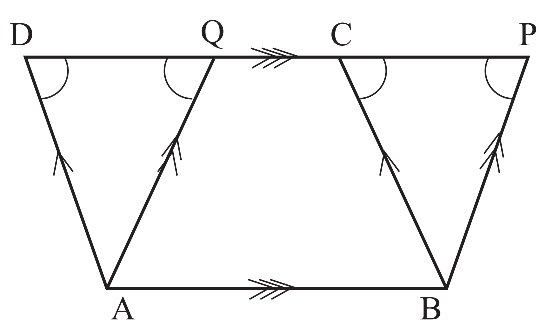
(5) CBEF සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = ------ $\times$ ---------

(6) ඉහත (4) හා (5) අනුව ABCD හා CBEF සමාන්තරාස්‍ර දෙකේ වර්ගඵලයන් ------------- වේ.

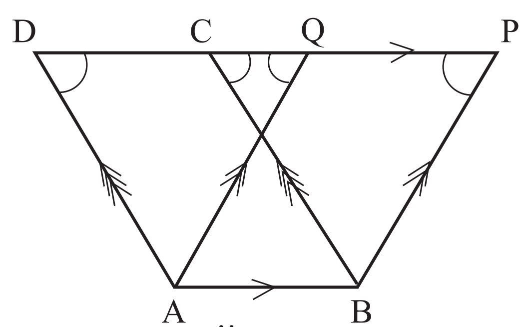
මෙම ක්‍රියාකාරකම අවසානයේ දී ඔබට ලැබී ඇත්තේ වැදගත් සම්බන්ධයකි. එය ජ්‍යාමිතියේ ප්‍රමේයයක් ලෙස ද මෙසේ ඉදිරිපත් කර ඇත.

ප්‍රමේයය :	එකම ආධාරකය මත හා එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

දැන් මෙම ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරන ආකාරය අධ්‍යයනය කරන්න.



i රූපය



ii රූපය

දත්තය : ABCD හා ABPQ සමාන්තරාස්‍ර දෙක එක ම AB ආධාරකයක් මත හා AB , DP සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටා ඇත.

සා.ක.යු : ABCD හා ABPQ සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන බව.

සාධනය : ADQ හා BCP ත්‍රිකෝණවල

$A\hat{D}Q = B\hat{C}P$ (අනුරූප කෝණ AD // BC)

$A\hat{Q}D = B\hat{P}C$ (අනුරූප කෝණ AQ // BP)

AD = BC (ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ පාද)

$\therefore$ ADQ $\triangle \equiv$ BCP $\triangle$ (කෝ . කෝ . පා .)

$\therefore$ ADQ $\triangle$ = BCP $\triangle$ (වර්ගඵලයෙන්)

i රූපය අනුව ABCQ චතුරස්‍රයට ඉහත ත්‍රිකෝණ එකතු කළ විට

ABCQ + ADQ $\triangle$ = ABCQ + BCP $\triangle$

ABCD = ABPQ

i රූපය හා ii රූපය අනුව

ABPD චතුරස්‍රයෙන් ඉහත එක් එක් ත්‍රිකෝණ අඩු කළ විට

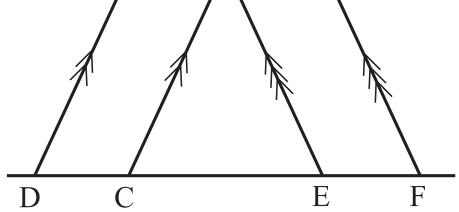
ABPD - ADQ = ABPD - BCP $\triangle$

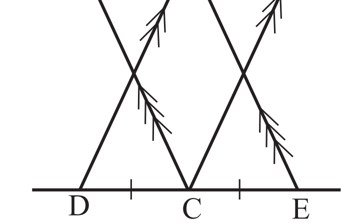
$\therefore$ ABPQ = ABCD

$\therefore$ ABCD හා ABPQ සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

විමසුම

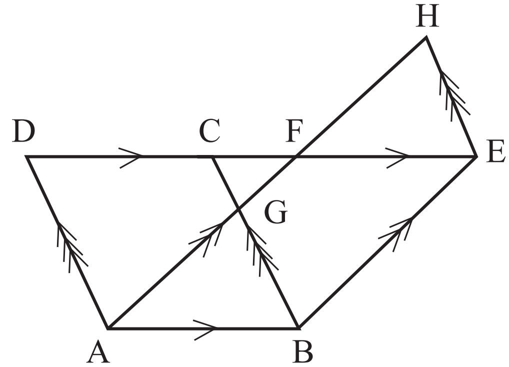
එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර පිහිටන සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් වර්ගඵලයෙන් සමාන වන්නේ ඒවා එක ම ආධාරකයක් මත පිහිටා ඇත්නම් පමණ ද?





නිදසුන 1.

රූපයේ DCFE සරල රේඛාවකි. ABCD හා ABEF සමාන්තරාස්‍ර වේ. දික් කල AF රේඛාව H හි දී හමු වන සේ BC ට සමාන්තරව EH ඇඳ තිබේ. BC හා AH රේඛා G හි දී ඡේදනය වේ. ABCD හා BGHE සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන බව සාධනය කරන්න.



දත්තය : ABCD හා ABEF සමාන්තරාස්‍ර දෙක එක ම AB ආධාරකයක් මත හා AB, DE සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටා ඇත.

සා. ක. යු. : ABCD හා BGHE වර්ගඵලයෙන් සමාන බව

සාධනය : ABCD හා ABEF සමාන්තරාස්‍ර වේ. (දත්තය)

∴ ABCD = ABEF (AB එක ම ආධාරකය හා AB // DE නිසා)

BGHE චතුරස්‍රයේ

BE // GH (BE // AF නිසා)

BG // EH (BC // EH බව දී ඇති නිසා)

∴ BGHE සමාන්තරාස්‍රක් වේ.

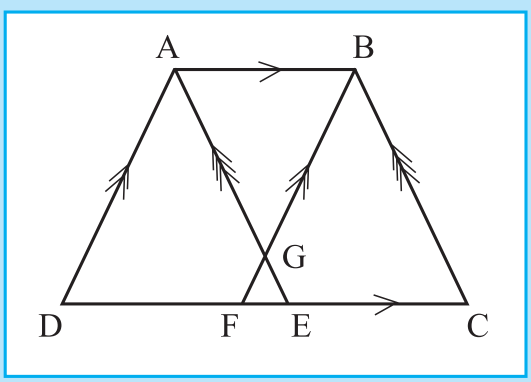
BGHE = ABEF (BE එකම ආධාරකය හා BE // AH නිසා)

ABCD = ABEF (ඔප්පු කර ඇත.)

∴ ABCD හා BGHE වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

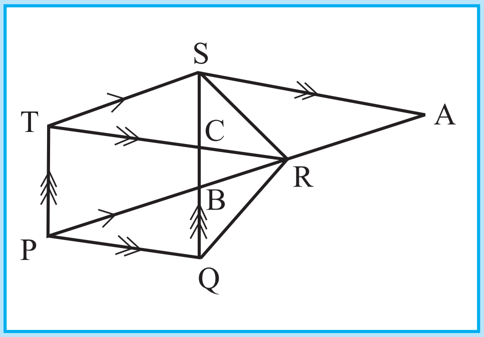
8.1 අභ්‍යාසය

(1)



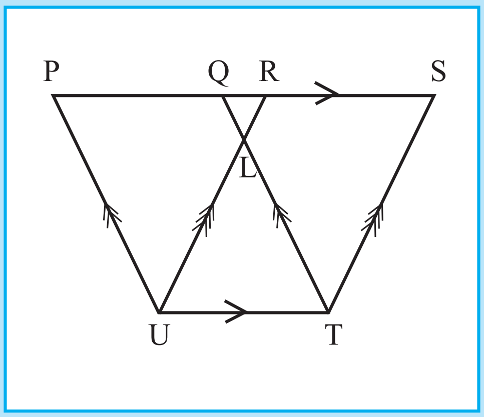
මෙම රූපයේ සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් නම් කරන්න. එම සමාන්තරාස්‍ර දෙක වර්ගඵලයෙන් සමාන ද?

(2)



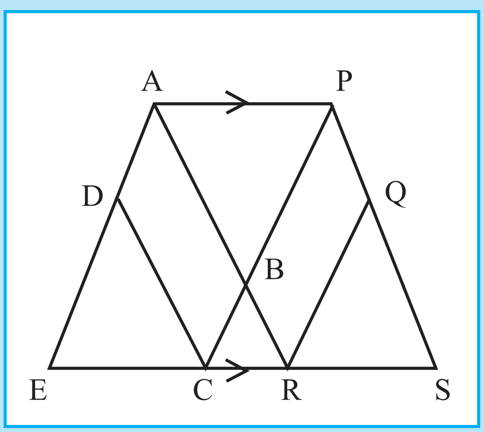
රූපයේ දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් PBST සමාන්තරාස්‍රයට වර්ගඵලයෙන් සමාන වන සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් නම් කරන්න.

(3)



රූපයේ PS // UT ද PU // QT ද RU // ST ද වේ. රූපය පිටපත් කරගෙන දී ඇති දත්ත ලකුණු කරන්න. PQLU හා RSTL චතුරස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන බව පෙන්වා දෙන්න.

(4)



රූපයේ ABCD හා PQRB සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. ES // AP වේ. ADE , PBC , ABR හා PQS සරල රේඛා වේ.

(i) රූපය පිටපත් කර ගෙන දී ඇති දත්ත ලකුණු කරන්න.

(ii) APCE හා APSR වර්ගඵලයෙන් සමාන බවත්

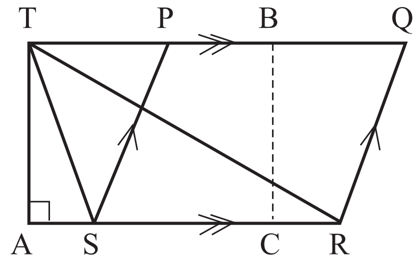
(iii) CDE $\triangle \equiv$ QRS $\triangle$ බවත්

(iv) ABCD හා PQRB සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන බවත් සාධනය කරන්න.

8.2 එක ම සමාන්තර රේඛා යුගල අතර හා එක ම ආධාරකය මත පිහිටි සමාන්තරාස්‍රයක හා ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵල අතර සම්බන්ධතා

8.2 ක්‍රියාකාරකම

හිස්තැන් පුරවන්න.



(1) රූපයේ SRT ත්‍රිකෝණයකි.
PQRS ------------------ කි.

(2) එම ත්‍රිකෝණයට හා සමාන්තරාස්‍රයට පොදු ආධාරකයක් ඇත.
එය -------- වේ.

(3) SRT ත්‍රිකෝණයේ උච්චය TA ද, PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ උච්චය -------- ද වේ.

(4) SRT ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times SR \times$ --------

(5) PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ -------- $\times BC$

(6) TQ // AR නිසා TA = -------- වේ. එවිට

PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= SR \times TA$

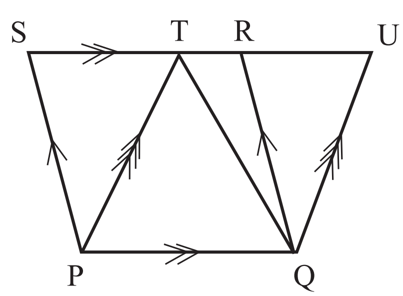
SRT ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times SR \times$ --------

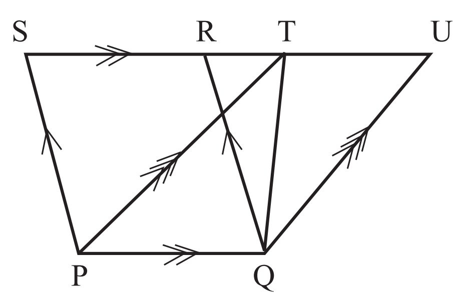
(7) ඉහත (6) අනුව SRT ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් -------- වේ.

මෙම ක්‍රියාකාරකම අවසානයේ ඔබට ලැබී ඇති සම්බන්ධය ද ජ්‍යාමිතියේ ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ ඉදිරිපත් කර ඇත.

ප්‍රමේයය	ත්‍රිකෝණයක් ද, සමාන්තරාස්‍රයක් ද එක ම ආධාරකයක් මත හා එක ම සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටා ඇත් නම් එම ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් හරි අඩකට සමාන වේ.

මෙම ප්‍රමේයයෙන් දැක්වෙන සම්බන්ධය ඔබට තවදුරටත් තහවුරු කර ගැනීම සඳහා පහත දැක්වෙන එහි විධිමත් සාධනය අධ්‍යයනය කරන්න.





දත්තය : PQRS සමාන්තරාස්‍රය හා PQT ත්‍රිකෝණය එක ම PQ ආධාරකය මත හා PQ , SR සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටා ඇත.

සා.ක.යු. : PQT $\triangle$ හි වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය බව

නිර්මාණය : PQUT සමාන්තරාස්‍රය සම්පූර්ණ කිරීම.

සාධනය :

$$PQT \triangle = \frac{1}{2} PQUT$$

(TQ යනු PQUT සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණයක් නිසා)

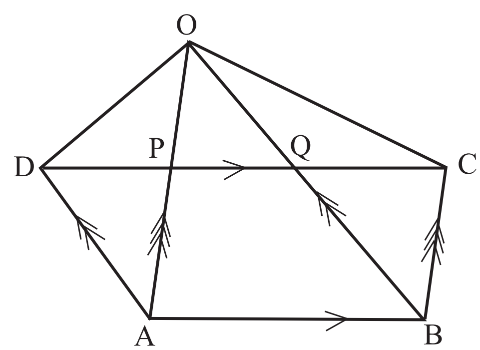
නමුත් PQRS = PQUT (PQ එක ම ආධාරකය හා PQ // SU නිසා)

$$\underline{\underline{PQT\Delta = \frac{1}{2} PQRS}} \text{ (වර්ගඵලයෙන්)}$$

විමසුම	එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර ත්‍රිකෝණයක් හා සමාන්තරාස්‍රයක් පිහිටා ඇති විට එම ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් හරි අඩකට සමාන වීම සඳහා එම ත්‍රිකෝණය හා සමාන්තරාස්‍රය එක ම ආධාරකය මත පිහිටා තිබිය යුතු ම ද?

නිදසුන 2.

ABCD ත්‍රපීසියමේ AB // DC ද DC > AB ද වේ. BC ට සමාන්තර ව A හරහා A හි දී ඇඳි රේඛාවත් AD ට සමාන්තර ව B හරහා B හි දී ඇඳි රේඛාවත් O හි දී හමු වේ. ADO $\triangle$ ත් BCO $\triangle$ ත් වර්ගඵලයෙන් සමාන වන බව සාධනය කරන්න.



දත්තය : ABCD ත්‍රපීසියමේ AB // DC ද DC > AB ද වේ. BC ට සමාන්තර ව A හරහා ඇඳි රේඛාවත් AD ට සමාන්තර ව B හරහා ඇඳි රේඛාවත් O හි දී හමු වේ.

AO හා BO මගින් DC ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P හා Q වේ.

සා.ක.යු. : ADO △හි වර්ගඵලය = BCO △ හි වර්ගඵලය බව.

සාධනය : ABQD චතුරස්‍රයේ

AB // DQ (AB // DC නිසා)

AD // BQ (AD // BO නිසා)

$\therefore$ ABQD සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

එසේම ABCP ද සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

$\therefore$ ABQD = ABCP (එක ම AB ආධාරකයක් හා AB // DC නිසා)

එවිට $\frac{1}{2}$ ABQD = $\frac{1}{2}$ ABCP

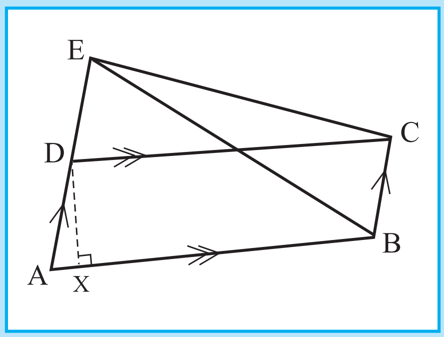
එහෙත් ADO △ = $\frac{1}{2}$ ABQD (එක මAD ආධාරකය හා AD // BO නිසා)

BCO △ = $\frac{1}{2}$ ABCP (එක ම BC ආධාරකය හා BC // AO නිසා)

$\therefore$ ADO △ = BCO △ (වර්ගඵලයෙන්)

8.2 අභ්‍යාසය

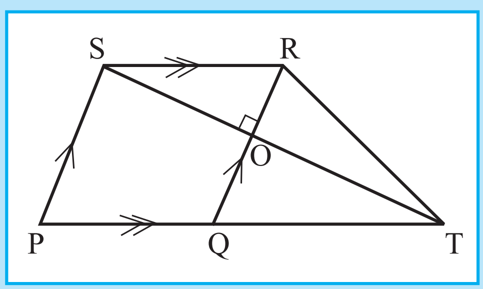
(1) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AD පාදය E තෙක් දිගු කර ඇත. AB = 7.5 cm ද , DX = 6 cm , DX ⊥ AB ද වේ.



(i) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) BCE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(2) PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ QR ට ලම්බ ව S සිට ඇඳි රේඛාවක් දික් කළ PQ පාදය T හි දී හමුවේ. ST හා QR රේඛා O හි දි ඡේදනය වේ.

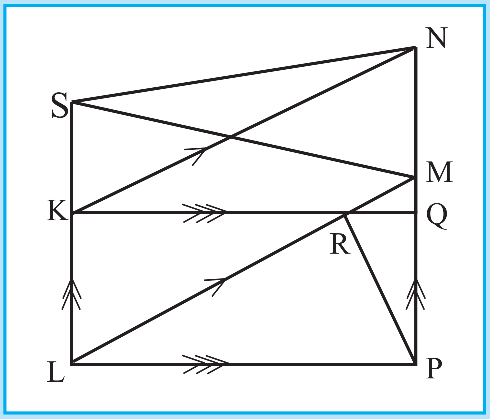


(i) RST ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයත් PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයත් අතර සම්බන්ධය ලියා හේතු දක්වන්න.

(ii) PS = 6 cm හා SO = 8 cm නම් RST ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(3) $AB = 5cm$, $A\hat{B}C = 105^0$, $BC = 4.5$ cm වූ ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න. CD = 3 cm වන සේ ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය මෙන් දෙගුණයක වර්ගඵලයක් ඇති ABDE සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කරන්න.

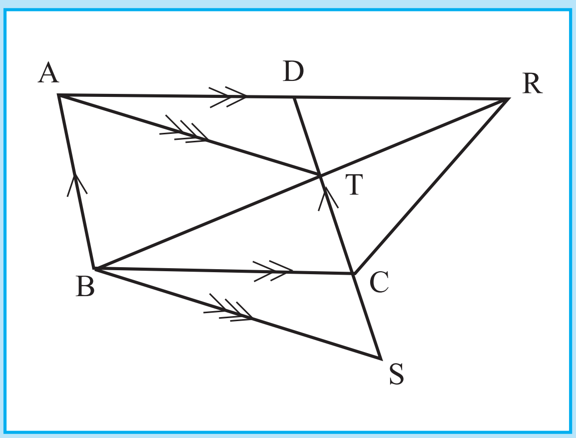
(4) රූපයේ KLMN හා KLPQ සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. PQMN සරල රේඛාවකි. LM හා KQ රේඛා R හි දී ඡේදනය වේ. LK පාදය S තෙක් දිගු කර ඇත.



(i) රූපය පිටපත් කරගෙන දී ඇති දත්ත එහි ලකුණු කරන්න.

(ii) SMN △ හි වර්ගඵලය =LPR △හි වර්ගඵලය බව සාධනය කරන්න.

(5)



රූපයේ ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ DC පාදය මත T පිහිටා ඇත. දික් කළ AD හා BT රේඛා R හි දී හමු වේ. දික් කළ DC රේඛාව S හි දී හමු වන සේ AT ට සමාන්තර ව BS ඇඳ තිබේ.

(i) රූපය පිටපත් කර ගෙන දී ඇති දත්ත ලකුණු කරන්න.

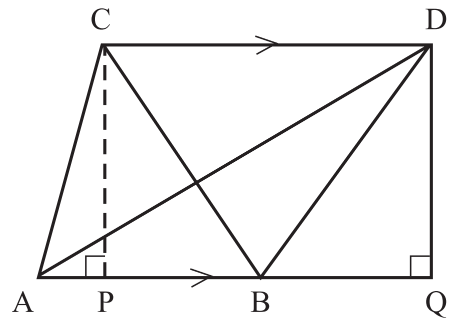
(ii) BCR △හා ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵල අතර සම්බන්ධය ලියන්න. හේතු දක්වන්න.

(iii) BSC △ හි වර්ගඵලය = CTR △ හි වර්ගඵලය බව සාධනය කරන්න.

8.3 එක ම ආධාරකය මත හා එක ම සමාන්තර රේඛා යුගල අතර පිහිටි ත්‍රිකෝණ දෙකක වර්ගඵල අතර සම්බන්ධතාව

8.3 ක්‍රියාකාරකම.

හිස්තැන් පුරවන්න.



(1) රූපයේ ABC ත්‍රිකෝණයට හා ABD ත්‍රිකෝණයට පොදු ආධාරකයක් ඇත. එය --------- වේ.

(2) ABC ත්‍රිකෝණයේ උච්චය -------- ද, ABD ත්‍රිකෝණයේ උච්චය DQ ද වේ.

(3) AQ // CD නිසා CP හා DQ උච්චයන් -------- වේ.

(4) ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times AB \times$ ---------

(5) ABD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ------- $\times DQ$

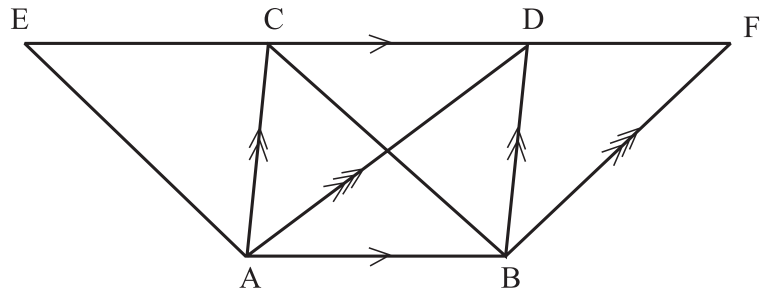
(6) CP = DQ නිසා $\frac{1}{2} \times AB \times$ ------- $= \frac{1}{2} \times$ ------ $\times DQ$ වේ.

(7) ඒ අනුව ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයත් ------ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයත් ------- වේ.

මෙම ක්‍රියාකාරකම අවසානයේ ඔබට ලැබී ඇති සම්බන්ධය ද ජ්‍යාමිතියේ වැදගත් ප්‍රමේයයකි. එය පහත දැක්වේ.

> ප්‍රමේයය : එක ම ආධාරකය මත හා එක ම සමාන්තර රේඛා යුගල අතර පිහිටි ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

මෙම ප්‍රමේයයේ විධිමත් සාධනය පහත දැක්වේ.



දත්තය : ABC හා ABD ත්‍රිකෝණ එක ම AB ආධාරකය මත හා AB , CD සමාන්තර රේඛා යුගලය අතර පිහිටා ඇත.

සා.ක.යු. : ABC $\triangle$ හි වර්ගඵලය = ABD $\triangle$ හි වර්ගඵලය බව

නිර්මාණය : ABCE හා ABFD සමාන්තරාස්‍ර සම්පූර්ණ කිරීම.

සාධනය : ABCE = ABFD (එක ම AB ආධාරකය හා AB //EF නිසා)

$$\therefore \frac{1}{2} \text{ ABCE} = \frac{1}{2} \text{ ABFD}$$

එහෙත් ABC $\triangle$ $= \frac{1}{2}$ ABCE (එකම AB ආධාරකය හා AB // EF නිසා)

එසේම ABD $\triangle$ $= \frac{1}{2}$ ABFD

$\therefore$ ABC $\triangle$ = ABD $\triangle$ (වර්ගඵලයෙන්)

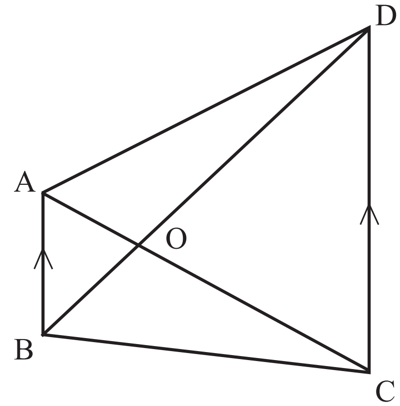
විමසුම : එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර පිහිටා ඇති ත්‍රිකෝණ දෙකක් වර්ගඵලයෙන් සමාන වන්නේ ඒවා එක ම ආධාරකය මත පිහිටා ඇත්නම් පමණක් ද?

මෙම පාඩමේ මුල සිට මේ වන තෙක් විමසුම් තුනක් ඉදිරිපත් කර තිබුණි. ඒවායින් පහත සඳහන් නිගමනවලට එළඹීමට හැකි වී දැයි බලන්න.

1. එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර සමාන ආධාරක මත පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.
2. එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර සමාන ආධාරක මත ත්‍රිකෝණයක් ද සමාන්තරාස්‍රයක් ද පිහිටා ඇත්නම් එම ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් හරි අඩකට සමාන වේ.
3. එක ම සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අතර සමාන ආධාරක මත පිහිටි ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

නිදසුන 3.

රූපයේ AB // DC වේ.



(i) ABC ත්‍රිකෝණයට වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණයක් නම් කරන්න.

(ii) ACD ත්‍රිකෝණයට වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණයක් නම් කර හේතු දක්වන්න.

(iii) BOC $\triangle$ හි වර්ගඵලය = AOD $\triangle$ හි වර්ගඵලය බව සාධනය කරන්න.

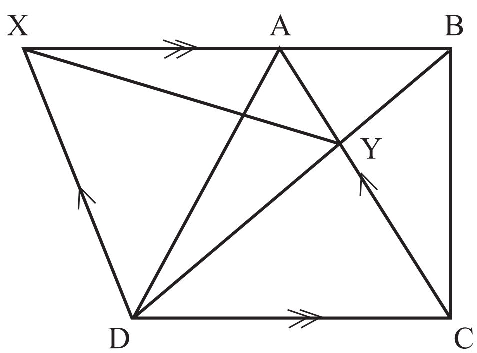
විසඳුම

(i) ABC$\triangle$ = ABD $\triangle$ (AB එක ම ආධාරකය හා AB//DC නිසා)
(ii) ACD $\triangle$ = BCD $\triangle$ (DC එක ම ආධාරකය හා AB//DC නිසා)
(iii) ABC$\triangle$ = ABD $\triangle$ (ඉහත සාධනය කර ඇත.)

$\therefore$ ABC$\triangle$ – AOB$\triangle$ = ABD $\triangle$ – AOB$\triangle$

$\therefore$ BOC$\triangle$ = AOD$\triangle$ (වර්ගඵලයෙන්)

නිදසුන 4.



රූපයේ ABCD ත්‍රපීසියමේ AB//DC වේ. දික්කළ BA පාදය X හි දී හමු වන සේ CA ට // ව DX ඇඳ තිබේ. AC හා BD විකර්ණ Y හි දි ඡේදනය වේ.

(i) BYX $\triangle$ = ABD$\triangle$ බව සාධනය කරන්න.

(ii) BYX $\triangle$ = ABC$\triangle$ බව සාධනය කරන්න.

දත්තය : ABCD ත්‍රපීසියමේ AB // DC වේ. දික් කළ BA පාදය X හි දී හමු වන සේ CA ට // ව DX ඇඳ තිබේ. AC හා BD විකර්ණ Y හි දී ඡේදනය වේ.

සා.ක.යු. : (i) BYX $\triangle$ = ABD$\triangle$ බව
(ii) BYX $\triangle$ = ABC$\triangle$ බව

සාධනය

(i) $AYX\triangle = AYD\triangle$ (AY එක ම ආධාරකය හා AY// XD නිසා)

$\therefore AYX\triangle + ABY\triangle = AYD\triangle + ABY\triangle$

$\therefore \underline{\underline{BYX\triangle = ABD\triangle}}$

(ii) $BYX\triangle = ABD\triangle$ (සාධනය කර ඇත.)

$ABC\triangle = ABD\triangle$ (AB එක ම ආධාරකය හා AB//DC නිසා)

$\therefore \underline{\underline{BYX\triangle = ABC\triangle}}$

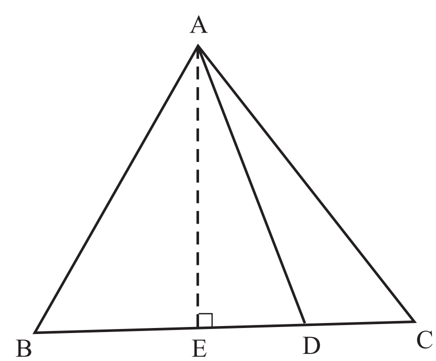
ඉහත ප්‍රමේයය යටතේ වර්ගඵලයෙන් සමාන වන ත්‍රිකෝණ දෙකක

1. එක ම ආධාරකය නැත හොත් සමාන ආධාරක, සමාන්තර රේඛා දෙකෙන් එකක් මත තිබිය යුතු ය.
2. එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි ශීර්ෂය ආධාරකයට සමාන්තර වූ රේඛාව මත තිබිය යුතු ය.

8.4 එක ම උච්චය සහිත ත්‍රිකෝණ දෙකක වර්ගඵල අතර සම්බන්ධයක්

8.4 ක්‍රියාකාරකම

හිස්තැන් පුරවන්න.



(1) රූපයේ දැක්වෙන ABD හා ADC ත්‍රිකෝණ දෙකට ම එක ම උච්චයක් ඇත. එය -------- වේ.

(2) ABD හා ADC ත්‍රිකෝණ දෙකේ ම ආධාරක එක ම -------- සරල රේඛාව මත පිහිටා ඇත.

(3) ABD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times BD \times$ --------

(4) ADC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ------- $\times AE$

(5) ABD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය ADC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයෙන් බෙදූ විට

$$\frac{\text{ABD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය}}{\text{ADC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය}} = \frac{\frac{1}{2} \times BD \times \text{------}}{\frac{1}{2} \times \text{-------} \times AE}$$

$$\therefore \frac{ABD\ \Delta}{ADC\ \Delta} = \frac{BD}{---}$$

මේ අනුව ABD$\triangle$: ADC$\triangle$ = BD : -------

මෙයින් කියවෙන්නේ ABD හා ADC ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල එම ත්‍රිකෝණ දෙකේ ආධාරකවල දිගට සමානුපාතික වන බවයි. මෙම සම්බන්ධය ද ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ ඉදිරිපත් කර ඇත.

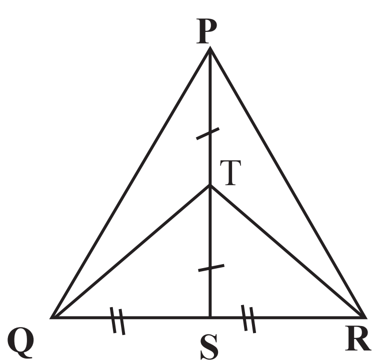
> **ප්‍රමේයය :** ආධාරක එක ම සරල රේඛාවක පිහිටි පොදු ශීර්ෂයක් ඇති ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල ආධාරකවල දිගට සමානුපාතික වේ.

ඉහත ලක්ෂණ සහිත ත්‍රිකෝණ දෙකක ආධාරක සමාන වුවවොත් එම ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල සමාන වේ. මේ අනුව

> සමාන ආධාරක සහ එක ම උච්චය සහිත ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

නිදසුන 5.

PQR ත්‍රිකෝණයේ QR පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය S වේ. PS හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය T වේ. PQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 60 cm^2 නම් PQT ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



QS = SR නිසා

PQS $\triangle$ ව.ඵ = PSR$\triangle$ ව.ඵ

$\therefore$ PQS $\triangle = \frac{60}{2}$

$= 30\ cm^2$

PT = TS නිසා

PQT$\triangle$ ව.ඵ = TQS$\triangle$ ව.ඵ

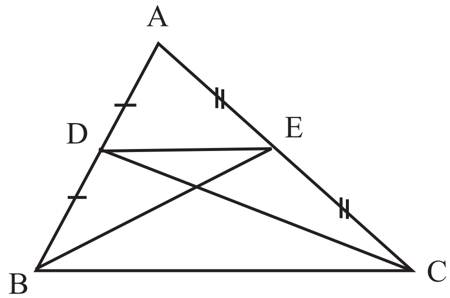
$\therefore$ PQT $\triangle$ ව.ඵ $= \frac{30}{2}\ cm^2 = \underline{\underline{15\ cm^2}}$

නිදසුන 6.

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් D හා E වේ.

(i) BCD $\triangle$ = BCE $\triangle$ බව සාධනය කරන්න.

(ii) එනයින් DE // BC බව පෙන්වා දෙන්න.



දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් D හා E වේ.

සා.ක.යු. : (i) BCD $\triangle$ = BCE $\triangle$ බව

(ii) DE // BC බව

සාධනය :

(i) BD = AD (දත්තය)

$$\therefore BD = \frac{1}{2} AB$$

$\therefore$ BCD $\triangle$ = $\frac{1}{2}$ ABC $\triangle$ (වර්ගඵල ආධාරකවලට සමානුපාතික නිසා)

එසේම BCE $\triangle$ = $\frac{1}{2}$ ABC $\triangle$

$\therefore$ BCD $\triangle$ = BCE $\triangle$

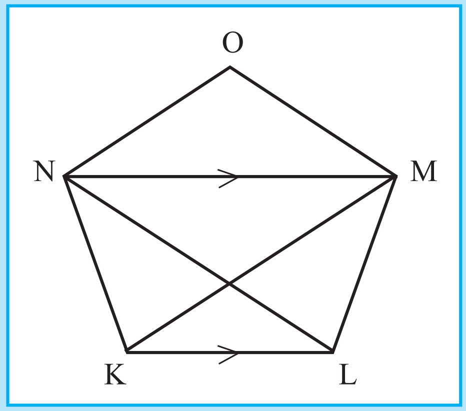
(ii) BCD $\triangle$ = BCE $\triangle$ (සාධිතයි.)

BCD $\triangle$ හා BCE $\triangle$ එක ම BC ආධාරකය මත පිහිටා ඇත.

$\therefore$ DE // BC

8.3 අභ්‍යාසය

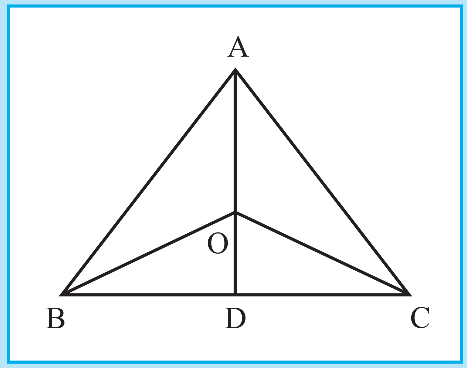
(1) රූපයේ KLMN ත්‍රපීසියමේ KL//MN වේ.



(i) KLN ත්‍රිකෝණයට වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණයක් නම් කර හේතු දක්වන්න.

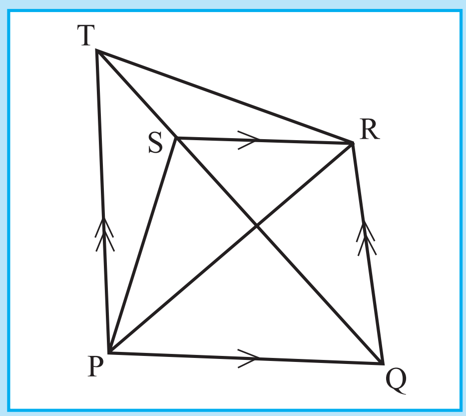
(ii) ඒ නයින් LMON හා KMON චතුරස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන බව පෙන්වා දෙන්න.

(2) ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වේ. AD මධ්‍යස්ථය මත O ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත.
AOB△ හි වර්ගඵලය = AOC△ හි වර්ගඵලය බව සාධනය කරන්න.



(3) රූපයේ PQRS චතුරස්‍රයේ PQ//SR වේ. QR ට සමාන්තරව P සිට ඇඳි රේඛාවට දික් කළ QS විකර්ණය T හි දී හමු වේ.

PQS△ හි වර්ගඵලය = TQR△ හි වර්ගඵලය බව සාධනය කරන්න.



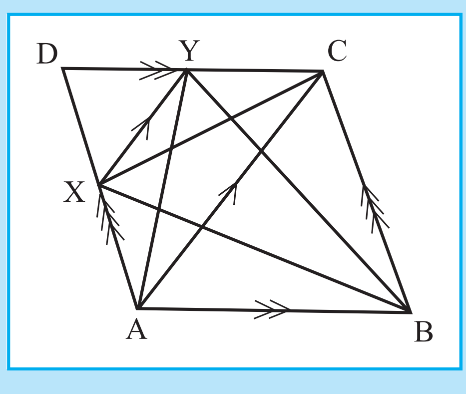
(4) රූපයේ ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AC විකර්ණයට සමාන්තරව XY ඇඳ තිබේ.

(i) රූපය පිටපත් කරගෙන දී ඇති දත්ත ලකුණු කරන්න.

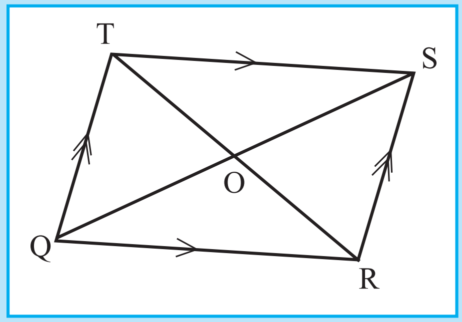
(ii) BCY△ ට වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණයක් නම් කර හේතු දක්වන්න.

(iii) AXB△ට වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණයක් නම් කර හේතු දක්වන්න.

(iv) BCY△ හි වර්ගඵලය = AXB△ හි වර්ගඵලය බව පෙන්වා දෙන්න.



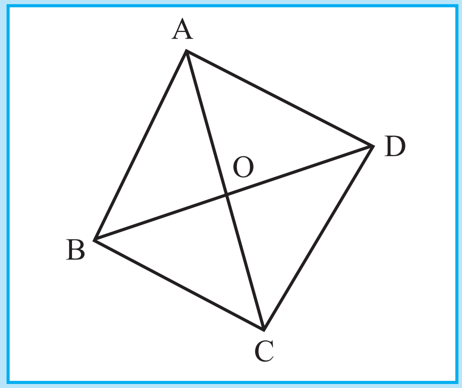
(5) QRST සමාන්තරාස්‍රයේ QS හා RT විකර්ණ O හි දී ඡේදනය වේ. QOR$\triangle$, ROS $\triangle$, SOT $\triangle$ හා QOT $\triangle$ වර්ගඵලයෙන් සමාන බැව් සාධනය කරන්න.



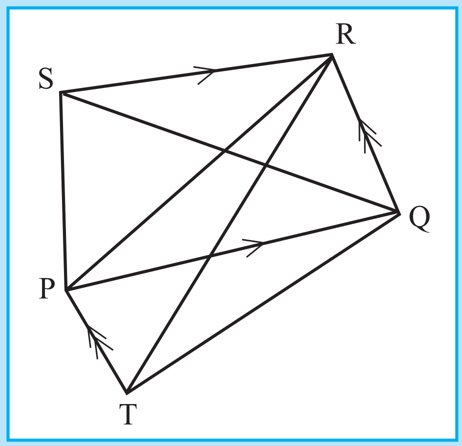
(6) ABCD චතුරස්‍රයේ AC විකර්ණය BD මගින් O හි දී සමච්ඡේදනය වේ. දී ඇති දත්ත රූපයේ ලකුණු කරන්න.

(i) AOB$\triangle$ට වර්ගඵලයෙන් සමාන ත්‍රිකෝණයක් නම් කර හේතු දක්වන්න.

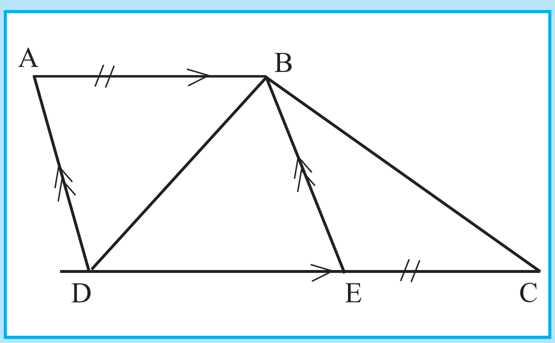
(ii) BD මගින් ABCD චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වන බව සාධනය කරන්න.



(7) රූපයේ PQ//SR ද RQ//PT ද වේ. PQS$\triangle$ හා RQT$\triangle$ වර්ගඵලයෙන් සමාන වන බව සාධනය කරන්න.



(8) රූපයේ AB//DC ද, AD//BE ද, හා AB=EC ද, වේ.

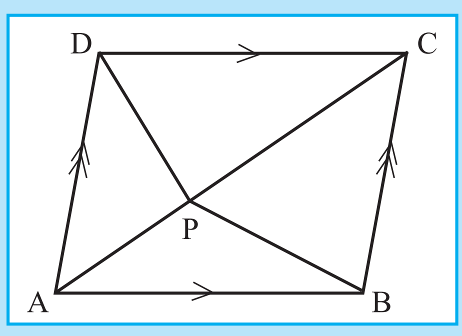


(i) ABD$\triangle$ සහ BCE$\triangle$ වර්ගඵලයෙන් සමාන බවත්

(ii) ABD$\triangle$ $= \frac{1}{2}$ BCD$\triangle$ බවත්

සාධනය කරන්න.

(9) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AC විකර්ණය මත P ලක්ෂ්‍යය පිහිටා තිබේ.
ABP$\triangle$ = APD$\triangle$ බව සාධනය කරන්න.
(ඉඟිය BD විකර්ණය ඇඳගන්න.)



(10) $PQ = 4$ cm, $QR = 3$ cm, $PR = 6$ cm, $P\hat{R}S = 60^0$, $RS = 4.5$ cm වන පරිදි PQRS චතුරස්‍රය නිර්මාණය කරන්න. එහි දික් කළ SR පාදය T හි දී හමුවන සේ PR ට සමාන්තර ව QT රේඛාව නිර්මාණය කරන්න. PT යා කරන්න.

(a) ඔබේ නිර්මාණය භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශවල හිස්තැන් පුරවා ලියන්න.

(i) PR//QT නිසා

PQR $\triangle$ = ---------

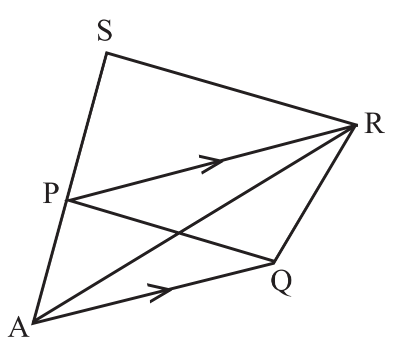
දෙපසට ම PRS $\triangle$ එකතු කළ විට

PQR $\triangle$+ PRS $\triangle$ = -------- + PRS $\triangle$

$\therefore$ PQRS = ------------

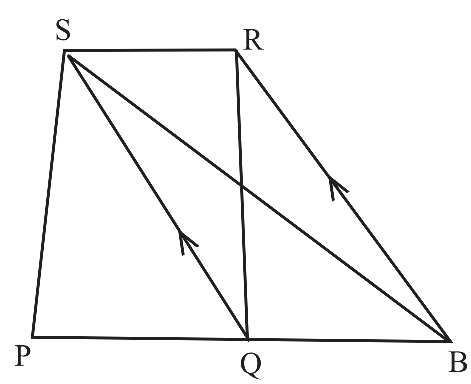
(b) ඉහත නිර්මාණයෙහි ඔබ විසින් කර ඇත්තේ PQRS චතුරස්‍රයට වර්ගඵලයෙන් සමාන වූ ත්‍රිකෝණයක් (PST$\triangle$) නිර්මාණය කිරීමයි. මෙම නිර්මාණය නැවත හොඳින් අධ්‍යයනය කර PQRS චතුරස්‍රයට වර්ගඵලයෙන් සමාන වන සේ මෙවැනි ත්‍රිකෝණ කීයක් නිර්මාණය කළ හැකි දැයි සොයන්න.

ඔබේ පහසුව සඳහා තවත් එවැනි නිර්මාණ දෙකක දළ සටහන් මෙහි දක්වා ඇත.



PQRS = ASR $\triangle$

දික් කළ SP රේඛාව A හි දී හමුවන සේ PR ට සමාන්තර ව QA ඇඳීම.



PQRS = PBS $\triangle$

දික් කළ PQ රේඛාව B හි දී හමු වන සේ R හරහා SQ ට සමාන්තර ව RB ඇඳීම.