06 ද්විපද ප්‍රකාශන

මෙම පාඩම උගනීමෙන් ඔබට

- $(a+b)^3$ හි ප්‍රසාරණය
- $(a-b)^3$ හි ප්‍රසාරණය
- ඝනායිතවල ප්‍රසාරණය භාවිතය

පිළිබඳ මනා අවබෝධයක් ලබා ගත හැකි ය.

6.1 $(a+b)^3$ හි ප්‍රසාරණය

පැත්තක දිග a cm වූ ඝනකයක හැඩය ඇති භාණ්ඩ ඇසුරුම් පෙට්ටියක දිග, පළල හා උස යන එක එකක් b cm ප්‍රමාණයකින් විශාල කරන ලදී. මෙසේ ප්‍රමාණය වෙනස් කිරීමෙන් පසු පරිමාව සොයමු.

මුලින් තිබූ පරිමාව $= a \times a \times a \text{ cm}^3$

$= a^3 \text{ cm}^3$

ප්‍රමාණය විශාල කිරීමෙන් පසු පැත්තක දිග $= (a+b)$

ප්‍රමාණය විශාල කිරීමෙන් පසු පරිමාව $= (a+b)(a+b)(a+b) \text{ cm}^3$

$= (a+b)^3 \text{ cm}^3$

මෙය $(a+b)$ හි ඝනායිතයයි. එහි අගය ලබාගැනීමට $(a+b)^3$ ප්‍රසාරණය කළ යුතු ය.

$(a+b)$ හි තුන්වන බලයේ එනම් ඝනායිතයේ ප්‍රසාරණය ලබා ගනිමු.

$$(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$$

$$= (a^2+2ab+b^2)(a+b)$$

$$= a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3$$

$$= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$\boxed{(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$$

මේ අනුව,

$$(x+a)^3 = x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$$

6.2 $(a - b)^3$හි ප්‍රසාරණය

ඉහත ආකාරයට ම $(a-b)^3$ හි ප්‍රසාරණය ලබා ගනිමු.

$$(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b)$$
$$= (a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$$
$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3$$
$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\boxed{(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

මේ අනුව $(y-n)^3 = y^3 - 3y^2n + 3yn^2 - n^3$ වේ.

6.1 අභ්‍යාසය

(1) පහත වගුව පිටපත් කරගෙන සම්පූර්ණ කරන්න.

	$(a+b)^3$ ප්‍රසාරණය	$(a-b)^3$ හි ප්‍රසාරණය
පද ගණන		
a හි වැඩිම බලය		
b හි වැඩිම බලය		
a^3 හි සංගුණකය		
b^3 හි සංගුණකය		
a^2b හි සංගුණකය		
ab^2 හි සංගුණකය		

(2) හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) $(a+b)^3 = a^3 + ... + ... + b^3$

(ii) $(x+y)^3 = ... + 3x^2y + 3xy^2 + ...$

(iii) $(p+q)^3 = ... + ... + 3pq^2 + ...$

(iv) $(m+n)^3 = ... + 3m^2n + ... + ...$

(v) $(l-m)^3 = l^3 - 3l^2m + ... - m^3$

(vi) $(x-y)^3 = ... - ... + 3xy^2 - ...$

(3) ප්‍රසාරණය කර ලියන්න.

(i) $(x+p)^3$ (ii) $(t+k)^3$ (iii) $(r+s)^3$

(iv) $(p-q)^3$ (v) $(c-d)^3$ (vi) $(u-v)^3$

(4) $(x+y)^3$ හි ප්‍රසාරණයේ y වෙනුවට $-y$ යෙදීමෙන් $(x-y)^3$ හි ප්‍රසාරණය ලබාගන්න.

(5) පැත්තක දිග p cm වූ ඝනකයක හැඩයට ඇති භාණ්ඩ ඇසුරුම් පෙට්ටියක දිග පළල හා උස එක එකක් q cm ප්‍රමාණයකින් විශාල කරන ලදී. මෙසේ වෙනස් කිරීම නිසා වැඩි වන පරිමාව සොයන්න.

6.3 $(a+b)^3$ හි හා $(a-b)^3$ හි ප්‍රසාරණයේ භාවිතය

ඉහත ඔබ හඳුනාගත් ප්‍රසාරණ භාවිත කර දෙන ලද ඕනෑම ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතය ප්‍රසාරණය කර දැක්විය හැකි ය.

නිදසුන 1.

$(x+2)^3$ ප්‍රසාරණය කරන්න.

$$(x+2)^3 = x^3 + 3x^2 \times 2 + 3x \times 2^2 + 2^3$$
$$= \underline{\underline{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}}$$

නිදසුන 2.

$(a-3)^3$ ප්‍රසාරණය කරන්න.

$$(a-3)^3 = a^3 - 3a^2 \times 3 + 3 \times a \times 3^2 - 3^3$$
$$= \underline{\underline{a^3 - 9a^2 + 27a - 27}}$$

නිදසුන 3.

$(1\text{-}y)^3$ ප්‍රසාරණය කරන්න.

$(1\text{-}y)^3 = 1^3 - 3 \times 1^2 \times y + 3 \times 1\, y^2 - y^3$

$= \underline{\underline{1 - 3y + 3y^2 - y^3}}$

ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතයේ ප්‍රසාරණය භාවිත කර ඇතැම් සංඛ්‍යාවල තුන්වන බලයේ එනම් ඝනායිතයේ අගය සෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 4.

104^3 හි අගය සොයන්න.

$104^3 = (100 + 4)^3$

$= 100^3 + 3 \times 100^2 \times 4 + 3 \times 100 \times 4^2 + 4^3$

$= 1\,000\,000 + 3 \times 10\,000 \times 4 + 3 \times 100 \times 16 + 64$

$= 1\,000\,000 + 120\,000 + 4\,800 + 64$

$= \underline{\underline{1\,124\,864}}$

නිදසුන 5.

47^3 හි අගය සොයන්න.

$47^3 = (50\text{-}3)^3$

$= 50^3 - 3 \times 50^2 \times 3 + 3 \times 50 \times 3^2 - 3^3$

$= 125\,000 - 3 \times 2\,500 \times 3 + 3 \times 50 \times 9 - 27$

$= 125000 - 22500 + 1350 - 27$

$= 12\,6350 - 22\,527$

$= \underline{\underline{103\,823}}$

6.2 අභ්‍යාසය

(1) එක් එක් ඝනායිතය ප්‍රසාරණය කරන්න.

(i) $(x + 3)^3$ (ii) $(a - 2)^3$ (iii) $(b - 5)^3$

(iv) $(4 + t)^3$ (v) $(5 - y)^3$ (vi) $(1 + x)^3$

(vii) $(10 - r)^3$ (viii) $(1 - mn)^3$

(2) ප්‍රසාරණය කරන්න.

(i) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^3$ (ii) $\left(n-\frac{1}{n}\right)^3$ iii $\left(1-\frac{1}{a}\right)^3$

(3) ද්විපද ප්‍රකාශනයක ඝනායිතයේ ප්‍රසාරණය භාවිත කර අගය සොයන්න.

(i) 102^3

(ii) 95^3

(iii) 53^3

(iv) 96^3

(4) $a = 5$ ද, $b = 2$ ද නම්,

(i) $a - b$ හි අගය සොයන්න.

(ii) $(a^2 + ab + b^2)$ හි අගය සොයන්න.

(iii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ හි අගය සොයන්න.

(iv) $a^3 - b^3$ හි අගය සොයන්න.

(v) (iv) හි අගය (iii) හි අගයට සමාන ද?

(vi) $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ හි අගය සොයන්න.

(vii) $a^3 + b^3$ හි අගය සොයන්න.

(viii) (vi) හි අගය (vii) හි අගයට සමාන ද?

(5) (i) $(a + b) = 5$ හා $ab = 6$ නම් $a^3 + b^3$ හි අගය සොයන්න.

(ii) $(a - b) = 6$ හා $ab = 7$ නම් $a^3 - b^3$ හි අගය සොයන්න.

(iii) $x-\frac{1}{x}=\frac{8}{3}$ නම් $x^3-\frac{1}{x^3}$ හි අගය සොයන්න.

ගවේශනයට...

- පහත දැක්වෙන්නේ $(x+a)$ හි පිළිවෙළින් ගත් බල කිහිපයක ප්‍රසාරණය හා ඊට අනුරූප සංගුණක රටාවයි. එය අධ්‍යනය කරන්න.

$(x + a)$ හි බලවල ප්‍රසාරණය			සංගුණක රටාව
$(x+a)^0$	=	1	1
$(x+a)^1$	=	$x+a$	1 1
$(x+a)^2$	=	$x^2+2ax+a^2$	1 2 1
$(x+a)^3$	=	$x^3+3ax^2+3a^2x+a^3$	1 3 3 1

ඉහත සංගුණක රටාවට පැස්කල් ත්‍රිකෝණය යැයි කියනු ලැබේ.

දකුණු පසින් දැක්වෙන සංගුණක රටාවේ ඊළඟ පියවර ලිවීමෙන්

(i) $(x+a)^4$ හි ප්‍රසාරණය ලියා දක්වන්න.

(ii) $(x+a)^5$ හි ප්‍රසාරණය ලියා දක්වන්න.

- පහත දැක්වෙන සාධක සෙවීම අධ්‍යනය කරන්න.

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= (a+b)^3 - 3a^2b - 3ab^2 \\ &= (a+b)^3 - 3ab\,(a+b) \\ &= (a+b)\,[(a+b)^2 - 3ab] \\ &= (a+b)\,[a^2 + 2ab + b^2 - 3ab] \\ &= (a+b)\,(a^2 - ab + b^2) \end{aligned}$$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ භාවිත කර $a^3 - b^3 = (a-b)\,(a^2+ab+b^2)$ බව පෙන්විය හැකි ද?