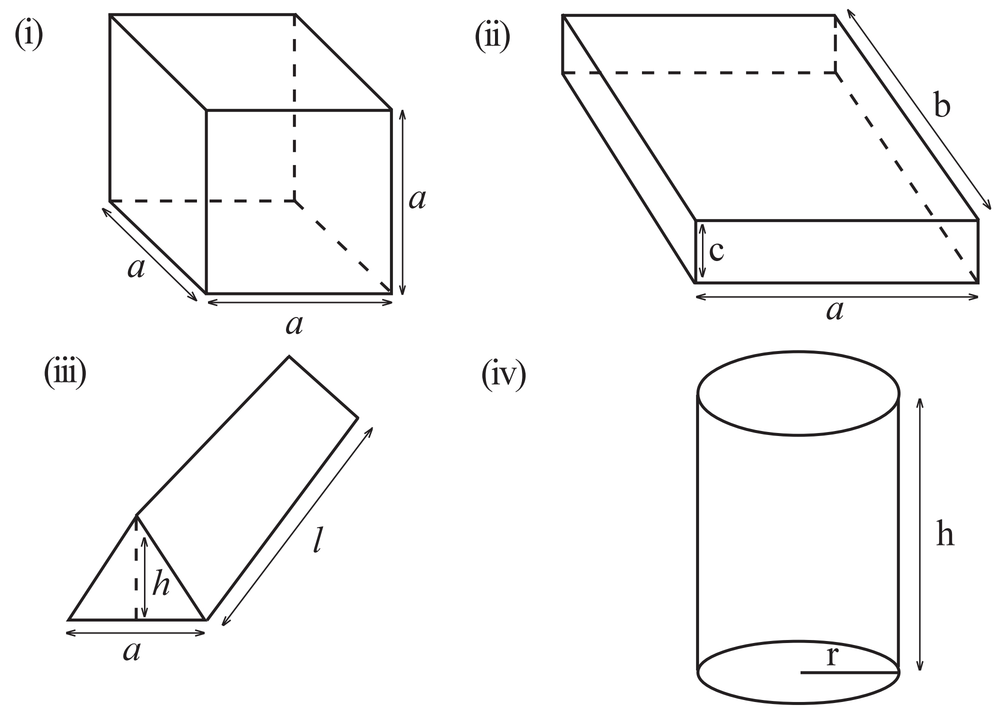
05 ඝන වස්තුවල පරිමාව

මෙම පාඩම උගනීමෙන් ඔබට

- පතුල සමචතුරස්‍ර වූ පිරමීඩයක
- කේතුවක
- ගෝලයක

පරිමාව පිළිබඳ මනා අවබෝධයක් ලබා ගත හැකි ය.

ඝන වස්තුවල පරිමාව සෙවීමේ දී මීට පෙර උගෙන ඇති ඝනකයේ, ඝනකාභයේ, ප්‍රිස්මයේ හා සිලින්ඩරයේ පරිමාව සොයන ආකාරය සිහිපත් කර ගනිමු.



ඒකාකාර හරස්කඩක් ඇති ඝනවස්තුවක පරිමාව හරස්කඩ වර්ගඵලය හා දිග ඇසුරින් දැක්විය හැකි ය.

ඉහත දැක්වෙන ඝනවස්තුවල පරිමාව, ඒ එක එකෙහි හරස්කඩ වර්ගඵලය × දිග යනුවෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

- ඝනකය : හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස $= (a \times a) \times a$ ඝන ඒකක
  $= a^2 \times a$ ඝන ඒකක
  $= a^3$ ඝන ඒකක
- ඝනකාභය : හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස $= (a \times b) \times c$ ඝන ඒකක
  $= ab \times c$ ඝන ඒකක
  $= abc$ ඝන ඒකක

- ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මය : හරස්කඩ වර්ගඵලය × දිග $= \frac{1}{2} ah \times l$ ඝන ඒකක

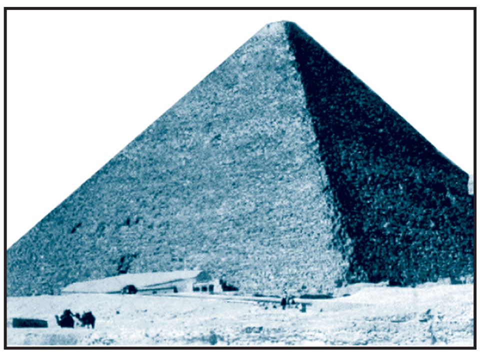
  $= \frac{1}{2} ahl$ ඝන ඒකක

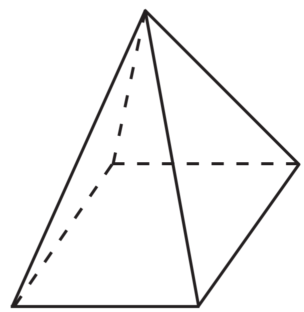
- සිලින්ඩරය : හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස $= \pi r^2 \times h$ ඝන ඒකක

  $= \pi r^2 h$ ඝන ඒකක

ඒකාකාර හරස්කඩක් ඇති ඝනවස්තුවක පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × දිග

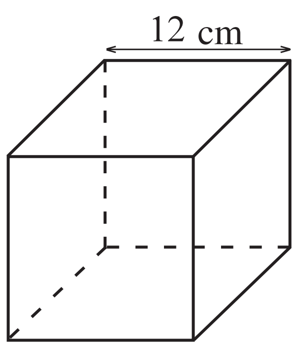
5 1 ආධාරකය සමචතුරස්‍රයක් වූ පිරමිඩයක පරිමාව



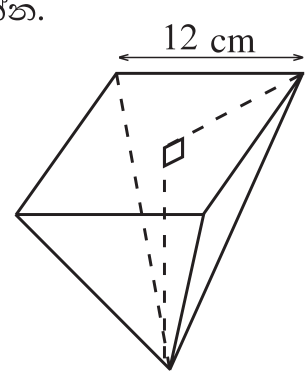


5.1 ක්‍රියාකාරකම

පාදයක දිග 12 cm වන පියන රහිත ඝනකය හැඩැති භාජනයක් පාදයක දිග 12 cm වූ සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් සහිත ඍජු උස 12 cm වූ කුහර සහිත සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයක හැඩැති බඳුනක් ද ඝන කඩදාසිවලින් සාදගන්න.



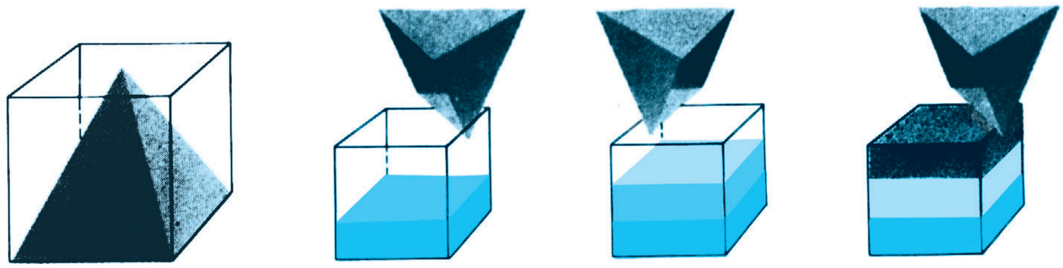
ඝනකය



පිරමීඩය

- සාදගත් පිරමීඩ හැඩැති බඳුන සිහින් වැලිවලින් පුරවා, එම වැලි ඝනක හැඩැති බඳුනට දමන්න. ඝනක හැඩැති බඳුන සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට පිරමීඩ හැඩැති බඳුනින් වැලි කී වාරයක් දැමිය යුතු දැයි සොයන්න.

- 3 න් වාරයක් වැලි එසේ දැමිය යුතු බව ඔබට පෙනෙනු ඇත.

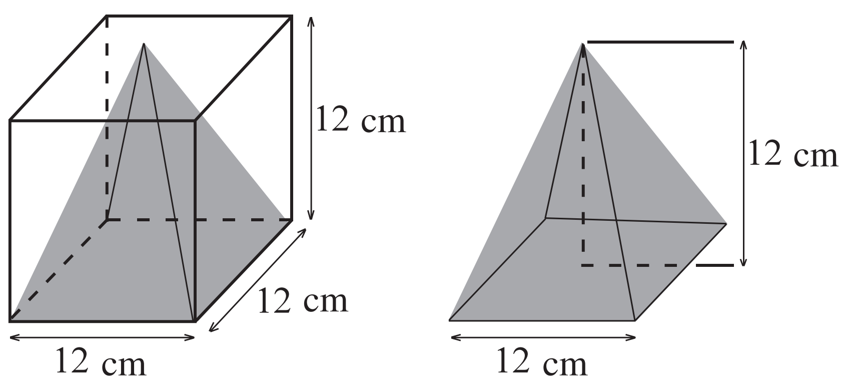


∴ පිරමිඩයේ පරිමාව × 3 = ඝනකයේ පරිමාව

පිරමිඩයේ පරිමාව = $\frac{1}{3}$ × ඝනකයේ පරිමාව

පිරමිඩයේ පරිමාව = $\frac{1}{3}$ × ආධාරකයේ වර්ගඵලය × ලම්බ උස

නිදසුන 1. ආධාරකයේ පැත්තක දිග 12 cm වූ ද උස 12 cm වූ ද ඍජු පිරමිඩයක පරිමාව සොයන්න.



පිරමිඩයේ පරිමාව = $\frac{1}{3}$ × ආධාරකයේ වර්ගඵලය × උස

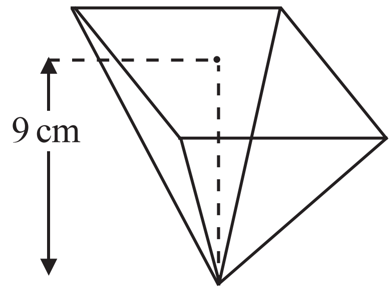
$= \frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 12 \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{576 \text{ cm}^3}}$

නොමිලේ බෙදා හැරීම පිණිසයි

නිදසුන 2.

සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකය සහිත පිරමිඩයක පරිමාව 588 cm^3 වේ. එහි ලම්බ උස 9 cm වේ. එහි ආධාරකයේ පාදයක දිග සොයන්න.



සමචතුරස්‍ර ආධාරකය සහිත පිරමිඩයේ පරිමාව $= 588\ cm^3$

$\frac{1}{3} \times$ ආධාරක පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $\times$ ලම්බ උස $= 588\ cm^3$

$\frac{1}{3} \times$ ආධාරක පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $\times 9\ cm = 588\ cm^3$

ආධාරක පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \frac{588 \times 3}{9}\ cm^2$

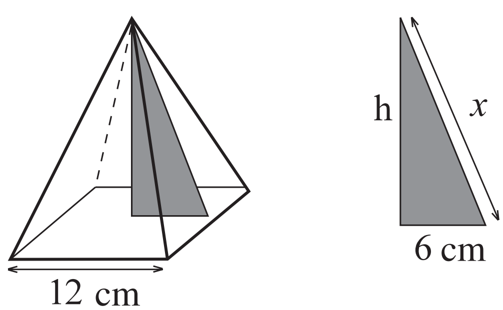
$= 196\ cm^2$

පාදයක දිග $= \sqrt{196}\ cm$

$= \underline{\underline{14\ cm}}$

නිදසුන 3.

සමචතුරස්‍ර ආධාරකය සහිත පිරමිඩයක ආධාරකයේ පාදයක දිග 12 cm වේ. එහි පරිමාව 384 cm^3 වේ. පිරමීඩයේ ලම්බ උස සොයන්න. එම පිරමිඩයේ ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස සොයන්න.



සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකය සහිත පිරමිඩයේ පරිමාව $= 384\text{ cm}^3$

$\frac{1}{3} \times$ ආධාරක පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $\times$ ලම්බ උස $= 384\text{ cm}^3$

$$\frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times h = 384$$

$$h = \frac{384 \times 3}{12 \times 12}$$

$$h = 8$$

$\therefore$ පිරමිඩයේ ලම්බ උස $= 8\text{ cm}$

රූපයට අනුව ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතේ ලම්බ උස සෙන්ටිමීටර් x නම්,

පයිතගරස් සම්බන්ධයෙන් $x^2 = 8^2 + 6^2$

$$x^2 = 64 + 36$$

$$x^2 = 100$$

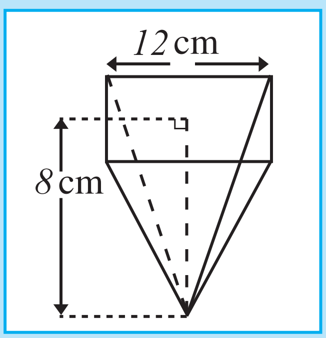
$$x = 10$$

$\therefore$ ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතේ ලම්බ උස $= \underline{\underline{10\text{ cm}}}$

5.1 අභ්‍යාසය

(1) පැත්තක දිග 6 cm වූ සමචතුරස්‍ර ආධාරකය සහිත පිරමිඩයක ලම්බ උස 4 cm වේ. එහි පරිමාව සොයන්න.

(2) රූපයේ දැක්වෙනුයේ සිහිවටන පලකයක ආකෘතියකි. එය සමචතුරස්‍ර පිරමිඩයක හැඩය ගනී. එහි ලම්බ උස 8 cm ද, පිරමිඩයේ සමචතුරස්‍ර මුහුණතේ පැත්තක දිග 12 cm ද වේ. මෙම පිරමිඩයේ පරිමාව සොයන්න.

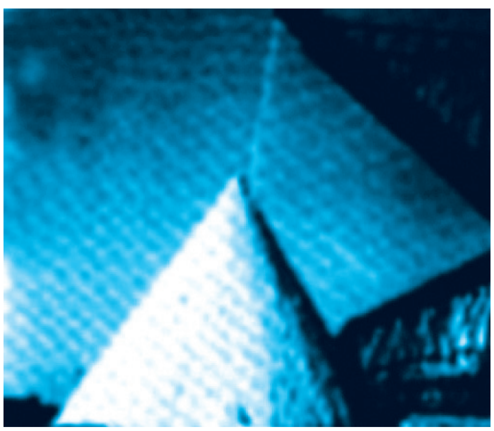


(3) පාදයක දිග 10 cm වූ සමචතුරස්‍ර ආධාරකය සහිත ඍජු පිරමීඩයක් වීදුරුවලින් තනා ඇත. එහි ලම්බ උස 12 cm කි. එහි ඇති වීදුරු පරිමාව සොයන්න.

(4) සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයක් ඇති ඍජු පිරමීඩයක ආධාරකයේ පාදයක දිග $8\sqrt{3}$ cm වේ. එහි ලම්බ උස 9 cm වේ. පිරමීඩයේ පරිමාව සොයන්න.

(5) සමචතුරස්‍ර ආධාරකයක් ඇති පිරමීඩයක ලම්බ උස 12 cm එහි පරිමාව 256 cm^3 වේ. ආධාරකයේ පැත්තක දිග සොයන්න.

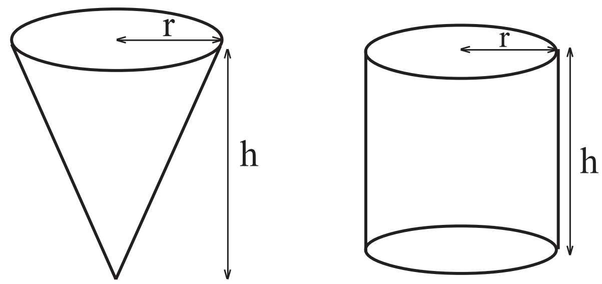
5.2 කේතුව



5.2 ක්‍රියාකාරකම

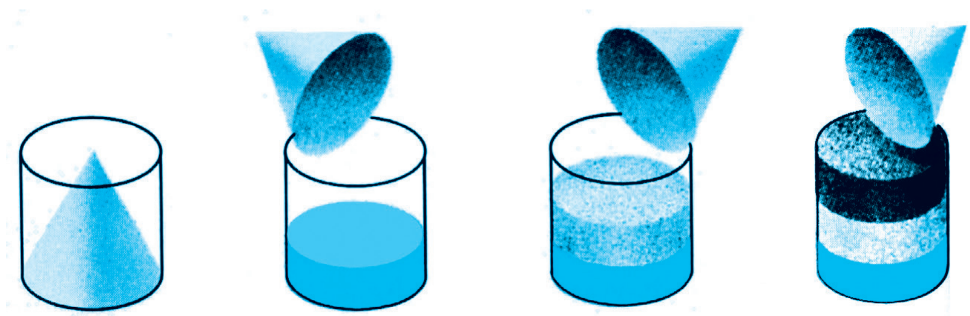
කැමති අරයක් ඇති ව පියන රහිත කේතු ආකාර කඩදාසි බඳුනක් පිළියෙල කරගන්න. එම අරයට සමාන වූ ආධාරකය සහිත සිලින්ඩරාකාර කඩදාසි බඳුනක් ඝන කඩදාසිවලින් සකස් කර ගන්න. සාදාගත් කේතු ආකාර භාජනය සිහින් වැලිවලින් පුරවන්න. එම වැලි ප්‍රමාණය සිලින්ඩරාකාර භාජනයට දමන්න. සිලින්ඩරාකාර භාජනය සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට කේතු ආකාර භාජනයෙන් කොපමණ ප්‍රමාණයක් දැමිය යුතු දැයි සොයන්න.

- කේතු ආකාර භාජනයෙන් තුන් වාරයක් වැලි දැමූ විට සිලින්ඩරාකාර භාජනය සම්පූර්ණයෙන් වැලිවලින් පිරෙන බව ඔබට පෙනෙනු ඇත.



කේතුවේ පරිමාව $\times$ 3 = සිලින්ඩරයේ පරිමාව

කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3} \times$ කේතුවේ උස හා කේතුවේ ආධාරකයේ අරයට සමාන අරය සහිත සිලින්ඩරයක පරිමාව

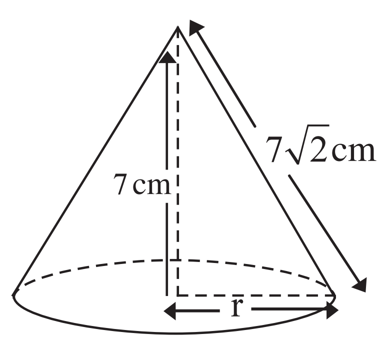


කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3} \times$ ආධාරක පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $\times$ උස

කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$ (ඝන ඒකක)

නිදසුන 4.

ඇල උස $7\sqrt{2}$ cm වූ ද ලම්බ උස 7 cm වූ ද කේතුවක පරිමාව සොයන්න.



මෙහි දී පළමු ව කේතුවේ ආධාරකයේ අරය සෙවිය යුතු ය. ඒ සඳහා පයිතගරස් සම්බන්ධය භාවිත කරමු.

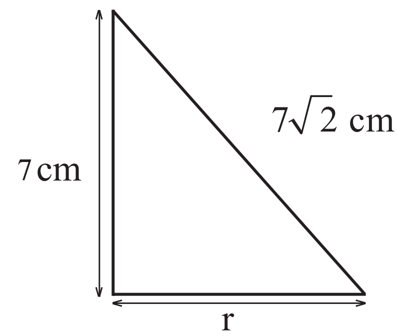
ඒ අනුව $(7\sqrt{2})^2 = 7^2 + r^2$

$98 = 49 + r^2$

$r^2 = 49$

$r = 7$

අරය $= 7\text{ cm}$



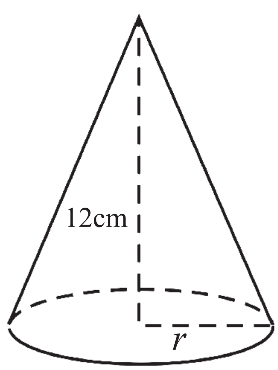
කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7\text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{359.33\text{ cm}^3}}$

නිදසුන 5.

කේතුවක ආධාරකයේ පරිධිය 22 cm වේ. ලම්බ උස 12 cm වේ. පරිමාව සොයන්න.



ආධාරකයේ පරිධිය $= 22\text{ cm}$

$2\pi r = 22$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 22$

$r = \frac{22\times 7}{2\times 22}$

$r = 3.5$

අරය $= 3.5\text{ cm}$

කේතුවෙහි පරිමාව $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 12\text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{154\text{ cm}^3}}$

නිදසුන 6.

පරිමාව 1540 cm^3 වූ ද ලම්බ උස 10 cm වූ ද කේතුවක ආධාරකයේ අරය සොයන්න.

$$\text{කේතුවේ පරිමාව} = 1540\ cm^3$$

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = 1540$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 10 = 1540$$

$$r^2 = \frac{1540 \times 7 \times 3}{22 \times 10}$$

$$r^2 = 49 \times 3$$

$$r = 7\sqrt{3}$$

$$\text{ආධාරකයේ අරය} = \underline{\underline{7\sqrt{3}\ cm}}$$

5.2 අභ්‍යාසය

(1) පතුලේ අරය 7cm හා ලම්බ උස 10 cm වූ කේතුවක පරිමාව සොයන්න.

(2) පතුලේ අරය $\frac{7}{2}$ cm හා ලම්බ උස 15cm වූ කේතුවක පරිමාව සොයන්න.

(3) කේතුවක පරිමාව 616 cm^3 කි. එහි ලම්බ උස 12 cm නම් ආධාරකයේ අරය සොයන්න.

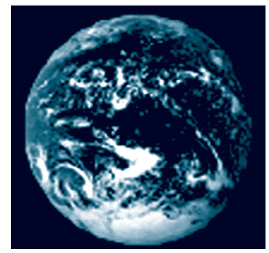
(4) ඝන කේතුවක ආධාරකයේ පරිධිය 66 cm නම් ආධාරකයේ අරය සොයන්න. කේතුවෙහි ලම්බ උස 9 cm නම් එහි පරිමාව සොයන්න.

(5) කේතුවක ආධාරකයේ පරිධිය 44 cm වේ. එහි ඇල උස $\sqrt{58}$ cm නම් පරිමාව සොයන්න.

(6). ආධාරකයේ අරය 21 cm හා ඇල උස 35 cm වූ කේතු ආකාර භාජනයකට සියුම් වැලි පිරවීමට අවශ්‍යව ඇත. එයට අල්ලන වැලි පරිමාව සොයන්න. (කේතුව සෑදී ඇති තහඩුවේ ඝනකම නොසලකන්න.)

5.3 ගෝලය

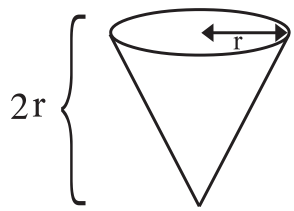
සන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම යටතේ සාකච්ඡා කළ පරිදි ගෝලය හා පරිසිලින්ඩරය ඇසුරින් ගෝලයේ පරිමාව සොයා ගනිමු.



5.3 ක්‍රියාකාරකම

මේ සඳහා කුඩා ගෝලයක් ගෙන එහි විෂ්කම්භය සොයා එම විෂ්කම්භයට සමාන උසක් හා එහි අරයට සමාන අරයක් ඇති හා දෙපස ම විවෘත සිලින්ඩරයක් කඩදාසියෙන් තනා ගන්න. ගෝලය පරිසිලින්ඩරය තුළට සීරුවෙන් ඇතුළු කර ගත් විට රූපයේ ආකාරයට පෙනෙනු ඇත.

එම රූපයට අනුව ගෝලය පරිසිලින්ඩරය තුළ මුළු අවකාශය ම අයත් කර නොගන්නා බව පැහැදිලි වේ. ඒ අනුව ගෝලයේ පරිමාව සොයා ගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙමු.



රූපය 2

අඳුරු කළ කොටසේ පරිමාව සොයා ගැනීමට සිලින්ඩරයේ උසට හා ආධාරකයේ අරයට සමාන අරය ඇති කුහර කේතුවක් සාදා ගනිමු. (රූපය 2) දැන් මෙම කුහර කේතුවට සියුම් වැලි පුරවා පරිසිලින්ඩරය තුළ ඇති ගෝලය මතට සීරුවෙන් දමා සම්පූර්ණයෙන් පිරුණු පසු සන කාඩ්බෝඩයක් ගෙන පරිසිලින්ඩරයේ ඉහල පැත්ත ආවරණය වන සේ තබා එය සීරුවෙන් අනිත් පැත්ත හරවා එම පැත්තට ද කේතුවේ ඉතිරි වැලි දමන්න.

මෙසේ කේතුවේ වැලි ඉවර වනතුරු ඉහත ක්‍රියාකාරකම කීප විටක් කළ පසු පරිසිලින්ඩරය තුළ ගෝලය ඇති විට ගෝලයට අයත් නොවන අවකාශයේ පරිමාව, කේතුවේ පරිමාවට සමාන බව ඔබට පෙනෙනු ඇත. ඒ අනුව,

ගෝලයේ පරිමාව = පරිසිලින්ඩරයේ පරිමාව - කේතුවේ පරිමාව

$$= \pi r^2 \times 2r - \frac{1}{3} \pi r^2 \times 2r \quad (h = 2r \text{ නිසා })$$

$$= 2\pi r^3 - \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= 2\pi r^3 \left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

$$= 2\pi r^3 \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ඝන ඒකක}$$

ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{4}{3} \pi r^3$ ඝන ඒකක

නිදසුන 7.

අරය $7\sqrt{3}$ cm වූ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න. පිළිතුර කරණි ආකාරයෙන් දෙන්න. ($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)

ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{4}{3} \pi r^3$

ගෝලයේ අරය $= 7\sqrt{3}$ cm

ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7\sqrt{3} \times 7\sqrt{3} \times 7\sqrt{3} \text{ cm}^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 \times 3\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

$$= 4 \times 22 \times 7 \times 7\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

$$= 88 \times 49\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

$$= \underline{\underline{4312\sqrt{3} \text{ cm}^3}}$$

නිදසුන 8.

අරය 14 cm වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක පරිමාව ඝන සෙන්ටිමීටර්වලින් දශමස්ථාන දෙකකට සොයන්න. ($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)

අර්ධ ගෝලයේ අරය $= 14 \text{ cm}$

අර්ධ ගෝලයක පරිමාව $= \dfrac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2} = \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\pi r^3$

අර්ධ ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times 14 \times 14 \times 14 \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{5749.33 \text{ cm}^3}}$

නිදසුන 9.

ගෝලයක පරිමාව 4851 cm^3 වේ. එහි අරය සොයන්න. ($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)

ගෝලයක පරිමාව $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4851$

$\frac{4}{3}\times\frac{22}{7} r^3 = 4851$

$r^3 = 4851 \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{22}$

$r^3 = 441 \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{2}$

$r^3 = \frac{441 \times 21}{8}$

$r^3 = \left(\frac{21}{2}\right)^3$

$r = \frac{21}{2}$

ගෝලයේ අරය $= \underline{\underline{10.5 \text{ cm}}}$

5.3 අභ්‍යාසය

(1) ගෝල කිහිපයක අරයන් දී ඇත. එක් එක් ගෝලයේ පරිමාව සොයන්න.

(i) 7 cm

(ii) 3.5 cm

(iii) 10.5 cm

(iv) 4.2 cm

(2) පරිමාව $38808\ cm^3$ වූ ගෝලයේ අරය සොයන්න.

(3) අරය $\frac{7}{2}$ cm වූ අර්ධ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.

(4) අර්ධ ගෝලයක පරිමාව $\frac{44\sqrt{3}}{7}\ cm^3$ වේ. එහි අරය සොයන්න.

(5) ඝන ගෝලයක අරය 10.5 cm වේ. එය තනා ඇති ලෝහයේ $1cm^3$ ක ස්කන්ධය 12 g නම් ගෝලයේ ස්කන්ධය ග්‍රෑම්වලින් සොයන්න.

(6) වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $616\ cm^2$ වූ ගෝලයක අරය සොයන්න. එහි පරිමාව සොයන්න.

5.4 මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

(1) අරය r හා උස 2r වූ කේතුවක පරිමාව (V_1) සොයන්න.
අරය r වූ ගෝලයක පරිමාව (V_2) සොයන්න.

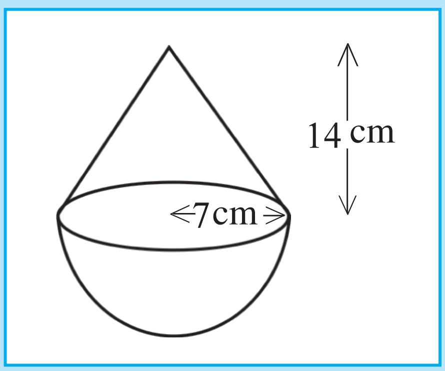
$\frac{V_1}{V_2}$ සොයන්න.

(2) ඇල උස හා ලම්බ උස අතර අනුපාතය $5:4$ වන කේතුවක ආධාරකයේ විෂ්කම්භය 12 cm ක් වේ.

(i) කේතුවේ ඇල උස සොයන්න.
(ii) කේතුවේ පරිමාව සොයන්න.

(3) ගෝලයේ වක්‍රපෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $154\ cm^2$ නම් එහි පරිමාව සොයන්න.

(4) අර්ධගෝලයකට කේතුවක් රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට සම්බන්ධ කර ඇත. එහි අරය 7 cm කේතුවේ උස 14 cm වේ.



(i) කේතුවේ පරිමාව සොයන්න.
(ii) අර්ධ ගෝලයේ පරිමාව සොයන්න.
(iii) සංයෝජිත වස්තුවේ පරිමාව සොයන්න.
(iv) කේතුවේ පරිමාව හා අර්ධ ගෝලයේ පරිමා අතර අනුපාතය සොයන්න.

(5) අරය 14 cm වූ අර්ධ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න. අර්ධ ගෝලය සෑදී ඇති ද්‍රව්‍යයේ $1\ cm^3$ ක පරිමාවක ස්කන්ධය 5g නම් එහි ස්කන්ධය සොයන්න.