# 04 ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

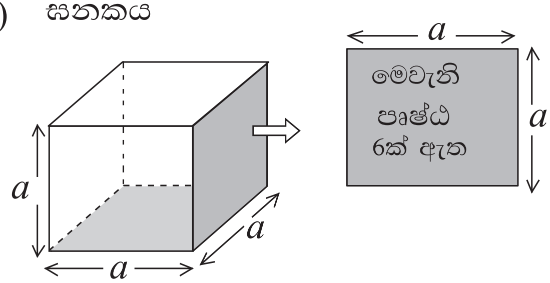
***මෙම පාඩම උගනීමෙන් ඔබට***

- ආධාරකය සමචතුරස්‍ර ඍජු පිරමීඩයක
- කේතුවක
- ගෝලයක

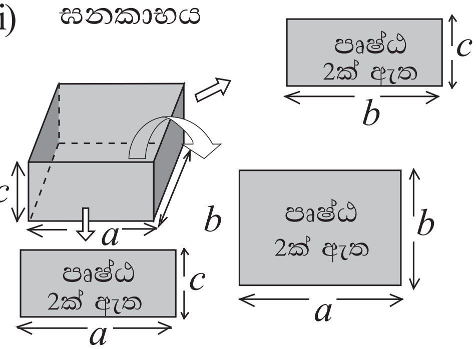
***පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය පිළිබඳව මනා අවබෝධයක් ලබා ගත හැකි වනු ඇත.***

පහත දැක්වෙන ඝන වස්තුවල රූප සටහන් දෙස බලන්න. ඒවා ඔබ මීට ඉහත දැක ඇත. එම ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන ආකාරය නැවත සිහිපත් කර ගනිමු. ඝන වස්තුවකට ඇත්තේ එක් පෘෂ්ඨයකි. එහි ඇති එක් එක් පෘෂ්ඨ කොටස් වෙන් කරගත හැකි ය. පහත ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨවල හැඩය වෙන් වෙන් වශයෙන් ඇඳ ඇත.

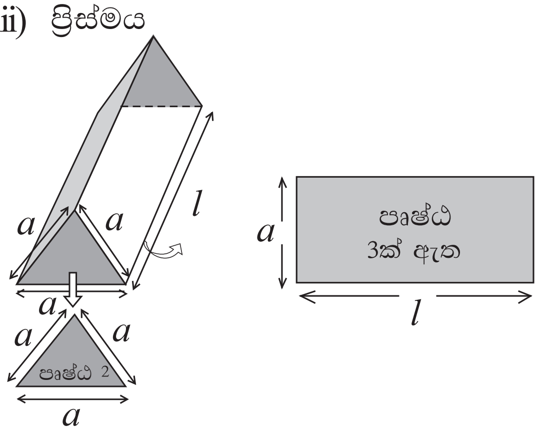
(i) ඝනකය



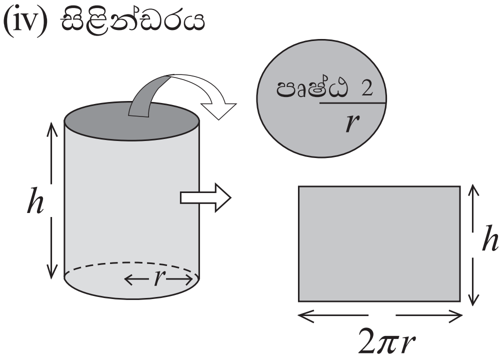

(ii) ඝනකාභය




(iii) ප්‍රිස්මය



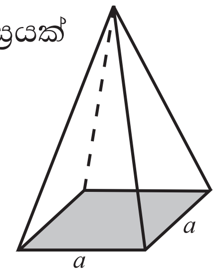

(iv) සිලින්ඩරය

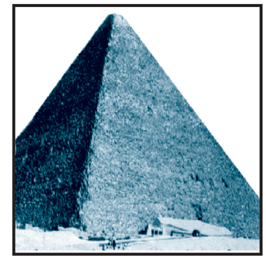



ඝන වස්තුවේ එක් එක් පෘෂ්ඨ කොටසේ (මුහුණතේ) වර්ගඵලය වෙන වෙන ම සෙවීමෙන් ඝන වස්තුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයාගත හැකි ය.

## 4.1 ආධාරකය සමචතුරස්‍රාකාර සෘජු පිරමීඩයන්හි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

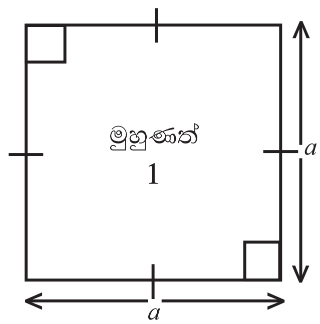
රූපයේ දැක්වෙන්නේ ආධාරකය සමචතුරස්‍රයක් වූ සෘජු පිරමීඩයකි. මෙහි ආධාරකය හැර තවත් පෘෂ්ඨ කොටස් 4ක් ඇත. ඒවා ත්‍රිකෝණාකාර වේ.



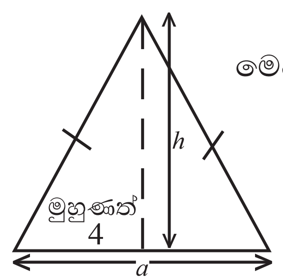



සෘජු පිරමීඩයක ශීර්ෂය ආධාරකයේ හරි මැදට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටා ඇත. ඒ නිසා ශීර්ෂයේ දී හමු වන දාර සියල්ල දිගින් එක සමාන ය. ඉහත දැක්වෙන පිරමීඩයේ පෘෂ්ඨ වෙන් කර මෙසේ ඇඳ දැක්විය හැකි ය.

ආධාරකය



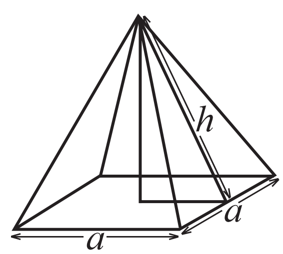

රූපය 1




රූපය 2

මෙවැනි පෘෂ්ඨ කොටස් 4 කි.

රූපය 2 ආකාරයේ මුහුණත් 4ක් ඇත. දී ඇති මිනුම් අනුව පෘෂ්ඨ කොටස්වල වර්ගඵලය මෙසේ ගණනය කළ හැකි ය.




පිරමීඩයේ ආධාරකයේ වර්ගඵලය $= a \times a$

$= a^2$

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times a \times \mathrm{h}$

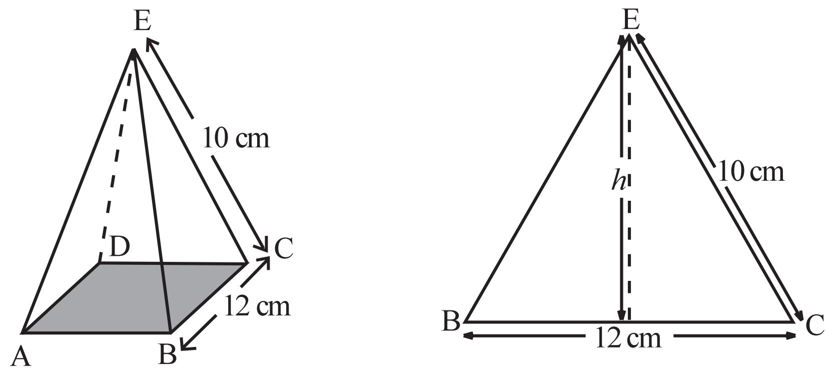
ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් 4 වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} a \times \mathrm{h} \times 4$

$= 2a\mathrm{h}$

| | |
|---|---|
| මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය | $= a^2 + 2a\mathrm{h}$ |
| | $= a(a + 2\mathrm{h})$ |

**නිදසුන 1.**

ආධාරකය සමචතුරස්‍රාකාර වන සෘජු පිරමිඩයක් රූපයේ දැක්වේ. එහි පතුලේ දාරයක දිග 12 cm වේ. සෙසු දාර 10 cm බැගින් වේ. සෘජු පිරමිඩයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.




EBC $\Delta$ යේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීමට එහි ලම්බ උස සොයා ගනිමු.

පයිතගරස් සම්බන්ධය අනුව

$$h^2 + 6^2 = 10^2$$
$$h^2 = 10^2 - 6^2$$
$$= (10 - 6)(10 + 6)$$
$$h^2 = 4 \times 16$$
$$h = \sqrt{4 \times 16}$$
$$h = 2 \times 4$$

$\therefore$ ලම්බ උස $= 8\,\text{cm}$

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 12\,\text{cm} \times 8\,\text{cm}$

$= 48\,\text{cm}^2$

ත්‍රිකෝණ 4 වර්ගඵලය $= 48 \times 4\ \text{cm}^2$

$= 192\,\text{cm}^2$

ආධාරකයේ පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= 12 \times 12\,\text{cm}^2$

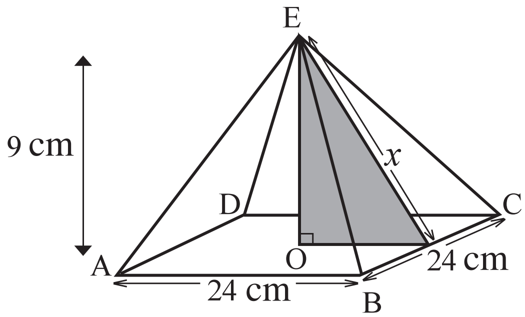
$= 144\,\text{cm}^2$

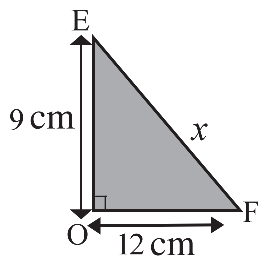
$\therefore$ පිරමිඩයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 192\,\text{cm}^2 + 144\,\text{cm}^2$

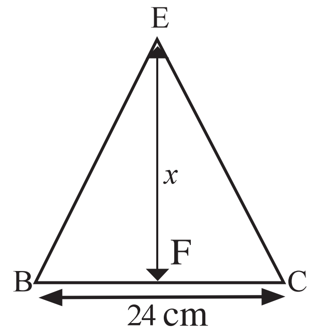
$= \underline{\underline{336\,\text{cm}^2}}$

**නිදසුන 2.**

සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකය සහිත පිරමිඩයේ ලම්බ උස 9 cm වේ. ආධාරකයේ පාදයක දිග 24 cm වේ. එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.








$x^2 = 9^2 + 12^2$ (පයිතගරස් සම්බන්ධයෙන්)

$= 81 + 144$

$x^2 = 225$

$x = \underline{\underline{15 \text{ cm}}}$

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 24 \times 15 \text{ cm}^2$

$= 180 \text{ cm}^2$

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් 4 වර්ගඵලය $= 180 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}^2$

$= 720 \text{ cm}^2$

ආධාරක මුහුණතේ වර්ගඵලය $= 24 \times 24 \text{ cm}^2$

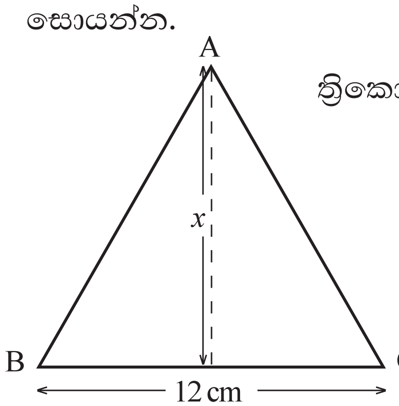
$= 576 \text{ cm}^2$

මුළු පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= 576 \text{ cm}^2 + 720 \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{1296 \text{ cm}^2}}$

**නිදසුන 3.**

සමචතුරස්‍ර ආධාරකය සහිත පිරමිඩයක ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත්වල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 240 $\text{cm}^2$. එහි ආධාරකය 12 cm නම් ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතේ ලම්බ උස සොයන්න.




ත්‍රිකෝණාකාර එක් මුහුණතක වර්ගඵලය $= 240 \times \frac{1}{4} \text{ cm}^2$

$= 60 \text{ cm}^2$

ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 12 \times x \text{ cm}^2$

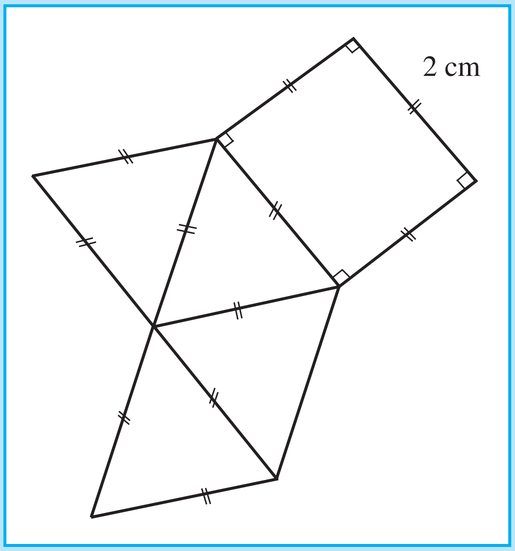
$\frac{1}{2} \times 12 \text{ cm} \times x = 60$

$x = 10$

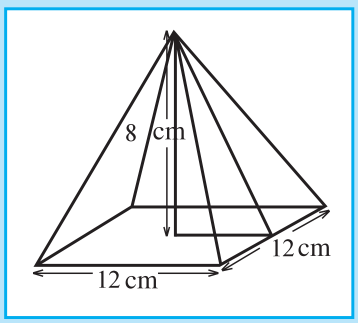
$\therefore$ ලම්බ උස $= \underline{\underline{10 \text{ cm}}}$

## 4.1 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන සෘජු පිරමිඩ පතරොමකි. පිරමීඩයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න. ($\sqrt{3} = 1.732$ ලෙස ගන්න.)




(2) පැත්තක් 12 cm වූ සමචතුරස්‍ර ආධාරකයක් සහිත සෘජු පිරමිඩයක ලම්බ උස 8 cm නම් පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.



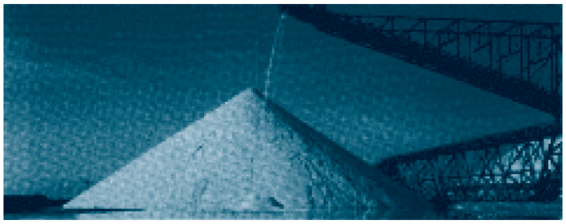

(3) ආධාරකයේ පැත්තක දිග 6 cm වන සමචතුරස්‍රයක් වන සෘජු පිරමිඩයක ඇල දාරයක දිග 5 cm කි. ආධාරකය හැර ඉතිරි මුහුණත්වල වර්ගඵලය සොයන්න.

(4) අජිත් සමචතුරස්‍ර ආධාරකයක් ඇති පිරමිඩයක් හැඩැති කුඩාරමක් තැනීමට අදහස් කරයි. ඒ සඳහා 6m දිග දඬු 4 ක් හා 5m දිග දඬු 4 ක් යොදා ගනී, ආධාරකයේ පාදයක දිග 6m කි. කුඩාරම ආවරණය කිරීමට අවශ්‍ය කැන්වස් රෙදිවල වර්ගඵලය සොයන්න. (අපතේ ගිය කොටස නොසලකා හරින්න.)

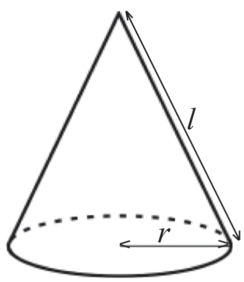
(5) සමචතුරස්‍ර ආධාරකය සහිත සෘජු පිරමිඩයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 340 $cm^2$ වේ. ආධාරක පාදයක දිග 10 cm වේ.

1. ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස සොයන්න.
2. ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ඇල දරයේ දිග සොයන්න.

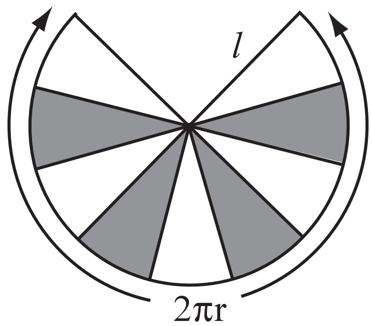
## 4.2 කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය



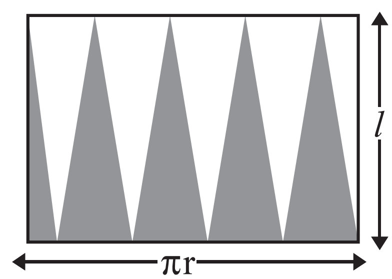
ආධාරකය වෘත්තයක් වූ ශීර්ෂය ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයට හරි ඉහළින් පිහිටි ඝන වස්තුවක් ඍජුවෘත්ත කේතුවක් ලෙස හැඳින්වේ.




රූපය 1




රූපය 2




රූපය 3

රූපය 1 කඩදාසියෙන් තනාගත් ආධාරකයක් නොමැති කේතුවක් (හිස්) ලෙස සලකන්න. එසේ කඩදාසියෙන් තනාගත් කේතුව ශීර්ෂයේ සිට ආධාරකයට සරල රේඛාවක් දිගේ කපාගෙන දිග හැරිය විට රූපය 2 වැන්නක් ලැබෙනු ඇත.

දැන් මෙම හැඩය කුඩා තීරුවලට වෙන් කර රූපයක් 3හි දක්වෙන ආකාරයට මාරුවෙන් මාරුවට අලවා ගත හොත් එවිට ආසන්නව ඍජුකෝණාස්‍ර හැඩයක් ලැබේ. එම

ඍජුකෝණාස්‍රයේ දිග $\frac{2\pi r}{2}$ ද පළල $l$ ද වේ.

$\therefore$ ඍජු කොණාස්‍රයේ දිග $=$ ඒකක $\pi$r

ඍජු කෝණාස්‍රයේ පළල $=$ ඒකක $l$

$\therefore$ වර්ගඵලය $=$ වර්ග ඒකක $\pi$r$l$

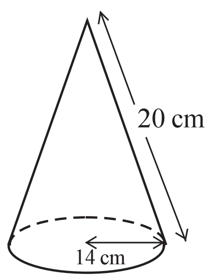
කේතුවේ වක්‍රපෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $=$ වර්ග ඒකක $\pi$r$l$

| |
|---|
| අරය r වූ ද, ඇල උස $l$ වූ ද<br>කේතුවක වක්‍රපෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය A $=$ වර්ග ඒකක $\pi$r$l$ |

| | | |
|---|---|---|
| කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය | = | වෘත්තාකාර ආධාරකයේ වර්ගඵලය + වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය |
| | = | $\pi r^2 + \pi r l$ වර්ග ඒකක |
| | = | $\pi r(r + l)$ |

**නිදසුන 4.**

ඝන කේතුවක රූප සටහනක් පහත දැක්වේ. එහි ඇති තොරතුරුවලට අනුව පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න. ( $\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න)




කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 20\,\text{cm}^2$

$= 880\,\text{cm}^2$

වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14\,\text{cm}^2$

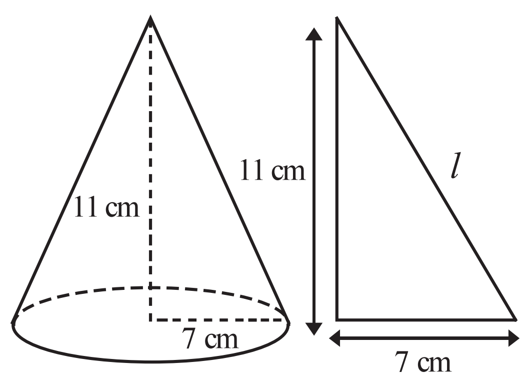
$= 616\,\text{cm}^2$

කේතුවේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 880\,\text{cm}^2 + 616\,\text{cm}^2$

$= \underline{\underline{1496\,\text{cm}^2}}$

**නිදසුන 5.**

රූපසටහනේ ලකුණුකර ඇති තොරතුරුවලට අනුව කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.




ආධාරකයේ අරය = 7 cm

ඇල උස = $l$

ලම්බ උස = 11cm

$l^2 = 11^2 + 7^2$ (පයිතගරස් සම්බන්ධයෙන්)

$= 121 + 49$

$= 170$

$$l = \sqrt{170}\text{ cm} = 13.04\text{ cm}$$

කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times \sqrt{170}\text{ cm}^2$$

$$= 22\sqrt{170}\text{ cm}^2$$

$$= 22 \times 13.04\text{ cm}^2$$

$$= \underline{\underline{286.88\text{ cm}^2}}$$

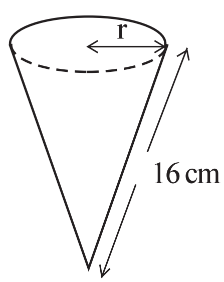
**නිදසුන 6.**

පරිධිය 66 cm වන කේතුවක ඇල උස 16 cm නම් එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

$$l = 16\text{ cm}$$

$$r = \ ?$$

කේතුවේ ආධාරකයේ අරය සොයමු.




වෘත්තයේ පරිධිය $= 2\pi r$

$$= 66\text{ cm}$$

$$2\pi r = 66\text{ cm}$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 66$$

$$r = \frac{66 \times 7}{22 \times 2}$$

$$r = \frac{21}{2}$$

අරය $= \underline{\underline{10.5\text{ cm}}}$

ඝන කේතුවේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= \pi r l + \pi r^2\text{ cm}^2$

$$= \pi r(l + r)\text{ cm}^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 10.5(16 + 10.5)\text{ cm}^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 10.5 \times 26.5\text{ cm}^2$$

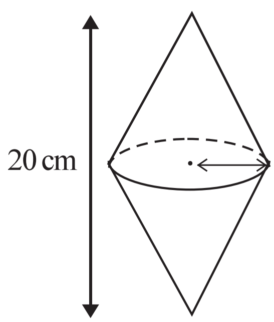
$$= \underline{\underline{874.5\text{ cm}^2}}$$

**නිදසුන 7.**

කේතුවක වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය 440 $cm^2$ කි. එහි ඇල උස 20 cm නම්, පතුලේ පරිධිය සොයන්න.

$$\text{වක්‍ර පෘෂයයේ වර්ගඵලය} = \pi r l$$
$$= 440\ cm^2$$
$$\pi r l = 440\ cm^2$$
$$\frac{22}{7} \times r \times 20 = 440$$
$$r = \frac{440 \times 7}{22 \times 20}\ cm$$
$$\underline{\underline{r = 7\ cm}}$$

$$\text{කේතුවේ පරිධිය} = 2\pi r$$
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7\ cm$$
$$= \underline{\underline{44\ cm}}$$




එක එකෙහි අරය 7 cm බැගින් වන කේතු 2 ක් එකට සම්බන්ධ කිරීමෙන් සාද ඇති වස්තුවක රූප සටහනක් මෙහි දක්වේ. එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

## 4.2 අභ්‍යාසය

(1) සෘජු කේතුවක ආධාරකයේ අරය 7 cm ද, ඇල උස 12 cm ද නම් එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

(2) සෘජු කේතුවක් හැඩැති වැලි ගොඩක ආධාරකය වූ වෘත්තයේ අරය සෙවීමට නිමල්ට අවශ්‍ය වී ඇත. ඒ සඳහා ක්‍රමයක් යෝජනා කරන්න.

(3)

කුඩා කෘමීන් ඇල්ලීමට භාවිත කරන ගොටුවක රූප සටහන මෙහි දැක්වේ. එහි කම්බි රවුමේ අරය 7 cm ද, ලම්බ උස 24 cm ද වේ. කේතු ආකාර ගොටුව සෑදීමට යොදා ගත් රෙදිවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.
(මූට්ටු සඳහා වැය වූ ප්‍රමාණය නොසලකන්න)

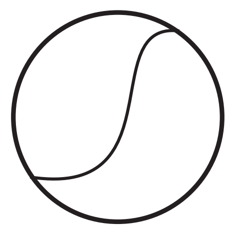
(4) සෘජු කේතුවක් හැඩැති වැලි ගොඩක පතුලේ පරිධිය 528 cm වේ. එහි ඇල උස 140 cm වේ. වැලි ගොඩේ වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න. වැලි ගොඩ කොපමණ ඉඩ ප්‍රමාණයක් පුරා පැතිර තිබේ ද?

(5) කමල් කේතු හැඩැති කුඩාරමක් තැනීමට අදහස් කරයි. එහි ලම්බ උස 2 m බව තීරණය කරයි. පතුලේ අරය 1.5 m කි. එය වැසීමට අවශ්‍ය කැන්වස් රෙදිවල වර්ගඵලය සොයන්න. (මූට්ටු සඳහා වැය වූ ප්‍රමාණය නොසලකන්න)

## 4.3 ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

ලෝක ගෝලය

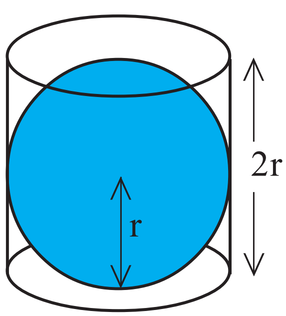
පාපන්දුව



බෝලය

ගෝල හැඩැති වස්තු කීපයක රූප සටහන් මෙහි දැක්වේ.

ගෝලයේ අරයට සමාන අරය ඇති ගෝලයේ විෂ්කම්භයට සමාන උස ඇති සිලින්ඩරයක වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලයට සමාන බව ආකිමිඩිස් නම් ගණිතඥයා විසින් සොයා ගන්නා ලදී.

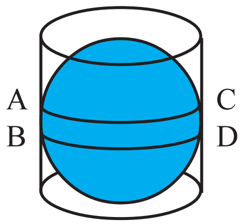



සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= 2\pi r \times 2r$
$=$ වර්ග ඒකක $4\pi r^2$

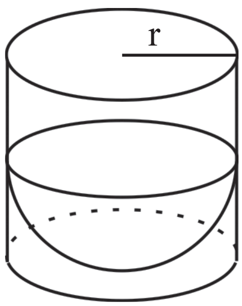
ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය (A) $=$ වර්ග ඒකක $4\pi r^2$

- ගෝලයේ මතුපිට පෘෂ්ඨ වර්ගඵලයට සමාන වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ඇති සිලින්ඩරය එම ගෝලයේ පරිසිලින්ඩරය ලෙස හැඳින් වේ.

- **දන්නවා ද?**




ගෝලයක් පරිසිලින්ඩරය තුළ රූපයේ දැක්වෙන අන්දමට ඇතැයි සිතමු. සිලින්ඩරයේ වෘත්තාකාර හරස්කඩට සමාන්තර ව BAC හා BD මගින් වෙන් වන කොටසේ වර්ගඵලය ගෝලයේ අනුරූප කොටසේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලයට සමාන වේ.




**අර්ධ ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය**

අර්ධ ගෝලයක වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= 2\pi r \times r$

අර්ධ ගෝලයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය = වර්ග ඒකක $2 \pi r^2$

∴ අර්ධ ගෝලයක මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= \pi r^2 + 2\pi r^2$

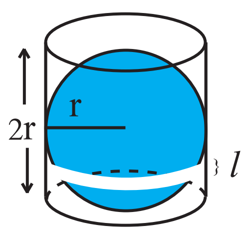
= වර්ග ඒකක $\underline{\underline{3\pi r^2}}$

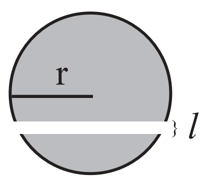
(මෙහි $\pi r^2$ යනු අර්ධ ගෝලයේ තල පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලයයි)

- ගෝලයේ ඕනෑ ම කොටසක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය එහි පරිසිලින්ඩරය ඇසුරින් සෙවිය හැකි ය.

- **විමසන්න**

මෙම රූප දෙකේ අඳුරු නොකළ පෘෂ්ඨ වර්ගඵල සමාන ය.




**නිදසුන 8.**

අරය 14 cm වූ ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.
($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)

ගෝලයක අරය $= 14$ cm

පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{2464 \text{ cm}^2}}$

**නිදසුන 9.**

ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 154 $cm^2$ වේ. මෙහි අරය සොයන්න.

( $\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස ගන්න.)

ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 4\pi r^2$

දී ඇති ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 154\ cm^2$

$\therefore\ 4\pi r^2 = 154$

$$r^2 = \frac{154}{4\pi} = \frac{154}{4 \times \frac{22}{7}}$$

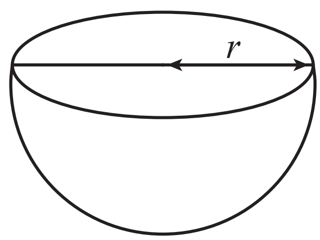
$$r^2 = \frac{154 \times 7}{22 \times 4} = \frac{7 \times 7}{4}$$

$$r = \frac{7}{2}$$

$\therefore$ අරය $= \underline{\underline{3.5\ cm}}$

**නිදසුන 10.**

අර්ධ ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 462 $cm^2$ වේ. එහි අරය සොයන්න.




අර්ධ ගෝලයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= 2\pi r^2$

වෘත්තාකාර කොටසේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 3\pi r^2$

$= 462\ cm^2$

එවිට, $3\pi r^2 = 462$

$$3 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 462$$

$$r^2 = \frac{462 \times 7}{3 \times 22}$$

$$r^2 = 49$$

$$r = \sqrt{49}$$

$$r = 7$$

$\therefore$ අරය $= \underline{\underline{7\ cm}}$

**නිදසුන 11.**

දිග 280 cm හා පළල 220 cm වු තුනී තඹ තහඩුවක් සම්පූර්ණයෙන් භාවිත කර අරය 7 cm වූ කුහර සහිත ගෝල කීයක් සෑදිය හැකි ද ? (වාත්තු කිරීමේ දී ලෝහ කිසිවක් අපතේ නොයන ලදැයි සලකන්න. $\pi = \frac{22}{7}$ )

අරය r වු ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7\,cm^2$

$= 616\,cm^2$

තහඩුවේ වර්ගඵලය $= 280 \times 220\,cm^2$

ගෝල සංඛ්‍යාව $= \frac{280 \times 220}{616}$

$= \underline{\underline{100}}$

### 4.3 අභ්‍යාසය

(1) ගෝලයක අරය 14 cm වේ. එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

(2) අරය 7 cm වන ඝන අර්ධ ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

(3) ගෝලයක අරය 10.5 cm වේ. එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

(4) අරය 7 cm වූ අර්ධ ගෝලාකාර වස්තුවක පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(5) ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 616 $cm^2$ එහි අරය සොයන්න.