01 තාත්ත්වික සංඛ්‍යා

ග්‍රීක දාර්ශනිකයෙක් හා ගණිතඥයෙකු වූ ආකිමිඩීස් ක්‍රි. පූ. 287 - 212 ජීවත් විය. π හි අගය

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

බව ඔහු හඳුන්වා දුන් අතර මෙහි මධ්‍යන්‍යය අගය π ලෙස යොදා ගත්තේ ය.

අන්තර්ජාලයෙනි

මෙම පාඩම උගනීමෙන් ඔබට

- සංඛ්‍යා වර්ග, ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා, නිඛිල, පරිමේය සංඛ්‍යා හා අපරිමේය සංඛ්‍යා හා තාත්ත්වික සංඛ්‍යා
- කරණි, අඛිලකරණි හඳුනාගැනීම
- අපරිමේය හරයන් ඇති භාග පරිමේය හරයන් ඇති භාග බවට පත් කිරීම

පිළිබඳ මනා අවබෝධයක් ලබා ගත හැකි ය.

1.1 තාත්ත්වික සංඛ්‍යා

ළමයි : ආයුබෝවන් සර්!

ගුරුතුමා : ආයුබෝවන් ළමයි!

ගුරුතුමා : අද අපි කථා කරන පාඩම ගැන ඔබ දන්නවා. ඊට අවශ්‍ය කරුණු කාරණා සොයාගෙන එන්න කියා මම ඔබව කලින් දැනුවත් කළා. මම හිතනවා ඔබ සූදානම් ඇති කියලා. ඔබ සූදානම් වෙලා තිබෙන විදිහට එක් එක් කණ්ඩායම පන්තියට කරුණු ඉදිරිපත් කරන්න ඕනෑ. මුලින් ම නිලුපුලී ඔබ සොයාගත් සංඛ්‍යා වර්ග පිළිබඳ ව කරුණු ඉදිරිපත් කරන්න.

නිලුපුලී : අපි මුලින් ම ඉගෙනගත් සංඛ්‍යා **ගණින සංඛ්‍යායි.** ගණින සංඛ්‍යා ලෙස හැඳින්වූයේ ඒවා ගණන් කිරීමට උපයෝගී කරගත් නිසයි. මෙම සංඛ්‍යා 1, 2, 3, 4, ... වේ. නමුත් ගණින සංඛ්‍යා කුලකයට ශූන්‍යය අයත් වන්නේ නැහැ. මෙසේ ම ගණින සංඛ්‍යා කුලකය ශූන්‍යය සමඟ ගත් විට **ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා** කුලකය ලෙස හඳුන්වනවා. මෙය $\mathbb{N}$ මගින් සංකේතවත් වේ. එනම් $\mathbb{N} = \{0,1,2, ...\}$. ඊට පසු ව හඳුනාගත්තේ **ඔත්තේ සංඛ්‍යා** සහ **ඉරට්ටේ සංඛ්‍යායි.** 2 න් ඉතිරි නැති ව බෙදෙන සංඛ්‍යා ඉරට්ටේ සංඛ්‍යා ලෙසත්, 2 න් බෙදූ විට 1 ක් ඉතිරි වන සංඛ්‍යා ඔත්තේ ලෙසත් හඳුන්වනවා. මේ සියලු ම සංඛ්‍යා කුලක අපරිමිත වෙනවා.

නිසාම් : ඒ විතරක් නොවෙයි ඊට පස්සේ අපි ඉගෙන ගත්තා තවත් සංඛ්‍යා රටා ගැන, ඉන් එකක් නම්, **ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා** රටාවයි.
1, 3, 6, 10, 15, ... ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා රටාවට අයත් වුණා.
1, 4, 9, 16, 25, ... වැනි සංඛ්‍යා රටාවට අපි කිව්වේ **සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යා** කියලායි. ඒවාට **වර්ග සංඛ්‍යා** කියලත් කියනවා.

නිලුපුලී : ඒ විතරක් නෙමෙයි. **ප්‍රථමක සංඛ්‍යා, සංයුක්ත සංඛ්‍යා** ගැනත් අපි ඉගෙන ගත්තා. එකිනෙකට වෙනස් සාධක යුගලයක් පමණක් ඇති සංඛ්‍යා ප්‍රථමක සංඛ්‍යා ලෙස නම් කළා.

ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක සාධක යුගලයෙන් එක් සාධකයක් 1 වන අතර අනෙක් සාධකය එම සංඛ්‍යාව ම වේ. එනම්,

- 2 හි සාධක 1 හා 2 පමණි.
- 5 හි සාධක 1 හා 5 පමණි.

මේ අනුව 2 සහ 5 ප්‍රථමක සංඛ්‍යා වේ. 1 හි සාධක වන්නේ 1 පමණි. ඒ අනුව 1 ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් නො වේ.

ප්‍රථමක නොවන, සාධක දෙකකට වඩා ඇති සංඛ්‍යා අපි **සංයුක්ත සංඛ්‍යා** හෝ සසාධක සංඛ්‍යා නමින් හැඳින්වුවා. උදාහරණයක් ලෙස 1, 2, 3 සහ 6 ලෙස 6 හි සාධක 4ක් තිබෙන බැවින් 6 සංයුක්ත සංඛ්‍යාවකි. ඒවා **සසාධක සංඛ්‍යා** නමින් ද හඳුන්වනවා.

යසංගි : අපි මීට කලින් උගත් සංඛ්‍යා වර්ගයක් ලෙස **භාග** හඳුන්වාදිය හැකිය. ලවය එකක් වූ භාග **ඒකක භාග** ලෙස නම් කළා.
$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{100}$ වැනි භාග මෙයට උදාහරණ වේ.
ලවය එකකට වැඩි එහෙත් හරයට වඩා අඩු භාග හැඳින්වූයේ **නියම භාග** නමිනි. $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{5}{9}, \frac{7}{12}$ වැනි භාග මෙයට උදාහරණ වේ.
ලවය හරයට සමාන හෝ ලවය හරයට වඩා විශාල භාග **විෂම භාග** ලෙස හැඳින්වේ.
$\frac{11}{6}, \frac{7}{5}, \frac{8}{8}, \frac{17}{9}, \frac{15}{15}$ වැනි භාග උදාහාරණ වේ.
පූර්ණ සංඛ්‍යාවකින් හා භාගයකින් නිරූපිත සංඛ්‍යා **මිශ්‍ර සංඛ්‍යා** නම් වේ.
උදාහරණ ලෙස $1\frac{2}{3}, 4\frac{3}{5}, 12\frac{1}{8}$ දැක්විය හැකි ය.

නුවන් : +1, +2, +3, +4... වැනි ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා ධන නිඛිල ලෙසත් −1, −2, −3... වැනි සංඛ්‍යා සෘණ නිඛිල ලෙසත් හැඳින්වේ. මේ ධන හා සෘණ නිඛිල සියල්ල ශූන්‍යය ද සමඟ ගත් විට **නිඛිල කුලකය** ලෙස නම් කරනු ලැබේ. එය $\mathbb{Z}$ මගින් දැක්වේ. ඒ වගේ ම භාග සංඛ්‍යා, දශම ලෙසත් ලිවිය හැකි ය.

$\frac{3}{4}$ දශමයක් ලෙස 0.75 ලෙසත්, $\frac{9}{8}$ දශමයක් ලෙස 1.125 ලෙසත් ලියා දැක්විය හැකියි.

$\frac{2}{7}$ වැනි භාග 0.285714285714... ආදී වශයෙන් එක ම සංඛ්‍යා පෙළක් පුන පුනා ලැබෙන දශමයන් ලෙස ලියා දැක්විය හැකි අතර,
ඒවා **සමාවර්ත දශම** නමින් නම් කරනු ලැබේ.

$\frac{1}{4}$ දශමයක් ලෙස ලියූ විට 0.25 ලෙස ලියා නිම කළ හැකියි.

$\frac{3}{8}$ දශම ලෙස ලියූ විට 0.375 ලෙස ලියා නිම කළ හැකියි. එවැනි ලියා නිම කළ හැකි දශම **අන්ත දශම** ලෙස නම් කළා. එබැවින් **සමාවර්ත දශම** හා **අන්ත දශම** අනුපාතයක් ලෙස හෝ භාගයක් ලෙස හෝ ලියන්න පුළුවනි.

ගුරුතුමා : හොඳයි ඔබ හැම දෙනා ම හොඳයි. දැන් මම ඔබට සංඛ්‍යා ගැන තවත් තොරතුරු කියා දෙනවා.

නිඛිල කුලකය $\mathbb{Z}$ සංකේතයෙන් දක්වමු.

$$\mathbb{Z}^+ = \{+1, +2, +3 ---\}$$
$$\mathbb{Z}^- = \{---, -3, -2, -1\}$$
$$\mathbb{Z} = \{---,-3, -2, -1, 0,+1, +2, +3 .....\}$$

p හා q නිඛිල කුලකයේ අවයව දෙකක් නම් ද, $q \neq o$ ද වන විට $\frac{p}{q}$ ආකාරයට නිරූපණය කළ හැකි සංඛ්‍යා **පරිමේය සංඛ්‍යා** ලෙස හැඳින්වේ. පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය $\mathbb{Q}$ සංකේතයෙන් දක්වමු. ඒ අනුව

$\mathbb{Q} = \left\{ x : x = \frac{p}{q};\ p, q \in \mathbb{Z}, q \neq o \right\}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

එසේ ම නිඛිල කුලකය පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකයේ උප කුලකයක් වේ. එනම් $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ වේ.

පරිමේය සංඛ්‍යාවක් සෑම විට ම සමාවර්ත දශමයක් හෝ අන්ත දශමයක් ද විය හැකියි. $2,\ -8,\ \frac{3}{5},\ 0.4,\ -\frac{7}{8},\ \sqrt{25},\ 3\sqrt{9},\ 6\sqrt{64}$ වැනි සංඛ්‍යා පරිමේය සංඛ්‍යා ය.

එහෙත් $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{33}$ වැනි සංඛ්‍යා නිඛිල දෙකක අනුපාතයක් ලෙස නිරූපණය කළ නොහැකි ය.

$\sqrt{3}$ දශමයක් ලෙස ලියූ විට 1.732050808... මෙම දශම සංඛ්‍යාවේ නිමාවක් හෝ රටාවක් නැත. එම නිසා සමාවර්ත දශමයක් නො වේ.

$\sqrt{33}$ = 5.744562647... ද එවැන්නකි. මේ ආකාරයේ නිඛිල දෙකක අනුපාතයක් ලෙස දැක්විය නොහැකි අන්ත දශම හෝ සමාවර්ත දශම ද නොවන සංඛ්‍යා **අපරිමේය සංඛ්‍යා** ලෙස නම් කෙරේ.
අපරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය $\mathbb{Q}'$ වලින් දැක්වේ.

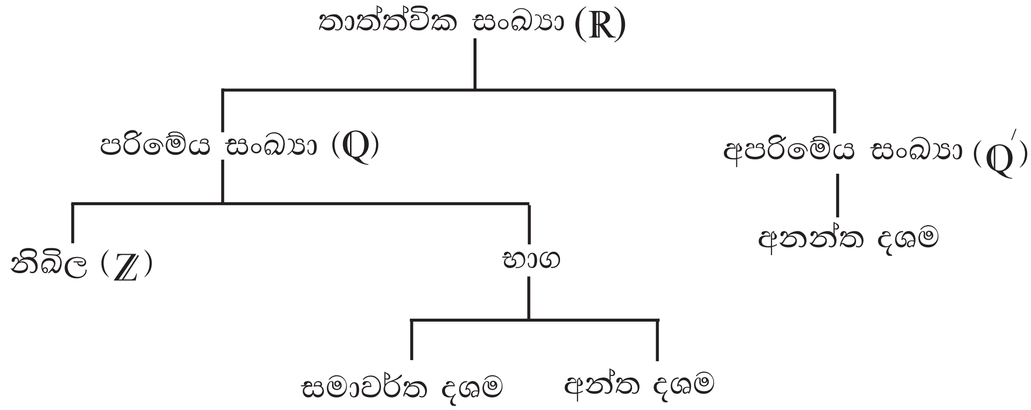
එසේම පරිමේය සංඛ්‍යා හා අපරිමේය සංඛ්‍යා දෙක ම අඩංගු කුලකය **තාත්ත්වික සංඛ්‍යා** කුලකය ලෙස හැඳින්වේ. තාත්ත්වික සංඛ්‍යා කුලකය දක්වන සංකේතය $\mathbb{R}$ වේ. තාත්ත්වික සංඛ්‍යා කුලකය පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකයේ හා අපරිමේය සංඛ්‍යා කුලකයේ මේලය ලෙස දැක්විය හැකි වේ.

π හි අගය පරිමේය ද අපරිමේය ද යන්න සොයා බලමු.

π හි අගය වෘත්තයක පරිධියේත්, විෂ්කම්භයේත් අනුපාතයක් ලෙස, ඔබ මීට ඉහත උගෙන ඇත. π වෙනුවට ඔබ (ආසන්න අගයක් වන) $\frac{22}{7}$ යොදා ගත් ආකාරය මතකයට නගාගන්න.

$\frac{22}{7}$ = 3.142857 එය සමාවර්ත දශමයකි. එහෙත් π හි අගය 3.14159265358979323846 ... වැනි නිමාවක් නැති අගයකි. එය සමාවර්ත දශමයක් නො වේ. අන්ත දශමයක් ද නො වේ. එබැවින් π හි අගය අයත් වන්නේ අපරිමේය සංඛ්‍යා කුලකයටයි. [ගණනය කිරීමේ පහසුව පිණිස π හි අගය සඳහා $\frac{22}{7}$ ආදේශ කර ගණනය කිරීම් කරනු ලැබේ.]

දැන් ඔබ උගත් සියලු සංඛ්‍යා කුලක මෙම සටහනින් දැක්විය හැකි ය.



තව ද කුලක අංකනයෙන් $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

1.1 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් පරිමේය සංඛ්‍යාව දශම සංඛ්‍යා ලෙස ලියන්න. ඒ එක එකක් අන්ත දශම ද සමාවර්ත දශම ද යන්න දක්වන්න.

(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{5}{5}$ (iii) $\frac{3}{7}$ (iv) $\frac{5}{9}$

(v) $\frac{5}{11}$ (vi) $\frac{7}{8}$ (vii) $\frac{5}{6}$ (viii) $\frac{3}{5}$

(2) පහත දැක්වෙන තාත්ත්වික සංඛ්‍යා අතරින් අපරිමේය සංඛ්‍යා හා පරිමේය සංඛ්‍යා තෝරන්න.

(i) $\sqrt{16}$ (ii) $\sqrt{9}$ (iii) $\sqrt{7}$ (iv) 3.1010010001...

(v) 5.136587321... (vi) $\sqrt{17}$ (vii) $\sqrt{36}$ (viii) 2.12345678

(ix) 0.375 (x) $\sqrt{12}$

1.2 කරණි

ඔබ කලින් ඉගෙනගෙන තිබූ අපරිමේය සංඛ්‍යා වන $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{10}, \sqrt{23}$ ආදී සංඛ්‍යාවල අගය හරියට ම නිශ්චය කළ නොහැකිය. ඒවා කරණි නමින් හැඳින්වේ. එහෙත් $\sqrt{25}$ අගය 5 ලෙස හරියටම නිශ්චය කළ හැකිය. $\sqrt{16}$ අගය 4 ලෙස හරියට ම නිශ්චය කළ හැකි ය. එබැවින් $\sqrt{25}, \sqrt{16}$ ආදිය කරණිය නොවේ. $\sqrt{32}, \sqrt{405}$ වැනි කරණි, අබිල කරණි වේ.

නිදසුන 1.

$\sqrt{32}$ අබිල කරණිය, කරණියක් ලෙස දක්වන්න.

$\sqrt{32}$ සාධකවලට වෙන් කරන්න. (එක් සාධකයක් ප්‍රථමක ද අනෙක හරියට ම වර්ග මූලය ලැබෙන සංඛ්‍යාවක් ද වන සේ සාධකවලට වෙන් කරන්න.)

ක්‍රමය 1

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2}$$

$$= \sqrt{16} \times \sqrt{2}$$

$\sqrt{16} = 4$ නිසා

$= 4\sqrt{2}$ කරණියකි.

ක්‍රමය 2

$$\begin{array}{r|l} 2 & 32 \\ 2 & 16 \\ 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ 2 & 2 \\ & 1 \end{array}$$

$$32 = 2\times2\times2\times2\times2$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{2\times2\times2\times2\times2}$$

$$= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2}$$

$$= 2 \times 2 \times \sqrt{2}$$

$$= \underline{\underline{4\sqrt{2}}}$$

නිදසුන 2.

$\sqrt{405}$ අබිල කරණිය, කරණියක් ලෙස දක්වන්න.

$$\sqrt{405} = \sqrt{81 \times 5}$$

$$= \sqrt{81} \times \sqrt{5}$$

$$= \underline{\underline{9\sqrt{5}}}$$

$\sqrt{405}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{40}$ එවැනි අබිල කරණි කීපයකි. එසේ ම කරණියක් අබිල කරණි බවට පත් කළ හැකි අවස්ථා ද තිබේ.

නිදසුන 3.

$3\sqrt{5}$ කරණිය, අබිල කරණියක් ලෙස දක්වන්න.

$$3\sqrt{5} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2}$$

$$\sqrt{(3\sqrt{5})^2} = \sqrt{9 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$

$= \sqrt{9 \times 5}$ $\left(\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5 \text{ බැවින්}\right)$

$= \underline{\underline{\sqrt{45}}}$ මෙය අබිල කරණියකි.

නිදසුන 4.

$2\sqrt{7}$ කරණිය, අබිල කරණියක් ලෙස දක්වන්න.

$$\sqrt{(2\sqrt{7})^2} = \sqrt{2^2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \sqrt{4 \times 7} = \underline{\underline{\sqrt{28}}}$$

1.2 කරණි එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම

නිදසුන 5.

$\sqrt{2} + 6\sqrt{5} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$ සුළු කරන්න.

ඔබ පෙර ශ්‍රේණිවල දී $2x+3y+5x-y$ ආකාරයේ වීජීය පද සුළු කිරීම් කළ ආකාරය මතකයට නගන්න. ඒ අනුව කරණි ඇතුළත් ප්‍රකාශන සුළු කරමු.

$4\sqrt{2}$ නිරූපණය කරනුයේ $\sqrt{2}$ ඒවා හතරකි.

එබැවින් $\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ වේ.

$6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$ වේ.

ඒ අනුව $\sqrt{2}+6\sqrt{5} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{5} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$ වේ.

සමහර කරණි එකතු කිරීම් හෝ අඩු කිරීම් කරන විට අබිල කරණි ද ඒවා අතර තිබිය හැකි ය. එවිට ඒවා කරණි බවට පත් කර පසු ව ගණිත කර්ම කළ යුතු ය.

නිදසුන 6.

$4\sqrt{63} - 5\sqrt{7} - 8\sqrt{28}$ සුළු කරන්න.

$$\begin{aligned}4\sqrt{63} &= 4 \times \sqrt{9 \times 7}\\ &= 4 \times 3\sqrt{7}\\ &= 12\sqrt{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}8\sqrt{28} &= 8\sqrt{4 \times 7}\\ &= 8 \times 2\sqrt{7}\\ &= 16\sqrt{7}\end{aligned}$$

එබැවින් $4\sqrt{63} - 5\sqrt{7} - 8\sqrt{28} = 12\sqrt{7} - 5\sqrt{7} - 16\sqrt{7}$

$= \underline{\underline{-9\sqrt{7}}}$ වේ.

1.3 කරණි ගුණ කිරීම හා බෙදීම

නිදසුන් 7. $4\sqrt{3}\times5\sqrt{2}$ සුළු කරන්න.

පරිමේය සංඛ්‍යා සහ අපරිමේය සංඛ්‍යා වෙන වෙන ම ගුණ කරමු.

$4\times5\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=20\sqrt{6}$ (මෙහි $\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{3\times2}=\sqrt{6}$)

නිදසුන 8. $2\sqrt{28}\div3\sqrt{7}$ සුළු කරන්න.

$2\sqrt{28}$ අබිල කරණියකි. එය $2\sqrt{4\times7}=2\times2\sqrt{7}=4\sqrt{7}$ ලෙස ලියමු.

$$\therefore\ \frac{2\sqrt{28}}{3\sqrt{7}}=\frac{4\sqrt{7}}{3\sqrt{7}}=\underline{\underline{\frac{4}{3}}}$$

නිදසුන 9. $5\sqrt{12}\div4\sqrt{2}$ සුළු කරන්න.

$5\sqrt{12}$ අබිල කරණියකි. එය $5\sqrt{12}=5\sqrt{4\times3}=5\times2\sqrt{3}=\underline{\underline{10\sqrt{3}}}$

$$\frac{5\sqrt{12}}{4\sqrt{2}}=\frac{10\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\underline{\underline{\frac{5}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}}}$$

1.2 අභ්‍යාසය

(1) මෙම අබිල කරණි, කරණි ලෙස ලියන්න.

(i) $\sqrt{20}$ (ii) $\sqrt{48}$ (iii) $\sqrt{72}$ (iv) $\sqrt{28}$ (v) $\sqrt{80}$

(vi) $\sqrt{45}$ (vii) $\sqrt{98}$ (viii) $\sqrt{147}$

(2) මෙම කරණි, අබිල කරණි බවට පත් කරන්න.

(i) $2\sqrt{3}$ (ii) $2\sqrt{5}$ (iii) $4\sqrt{7}$ (iv) $5\sqrt{2}$ (v) $6\sqrt{11}$

(3) සුළු කරන්න.

(i) $\sqrt{2}+\sqrt{3}+5\sqrt{2}+3\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

(ii) $\sqrt{5}+2\sqrt{7}+2\sqrt{5}-3\sqrt{7}$

(iii) $4\sqrt{3}+5\sqrt{2}+3\sqrt{5}-3\sqrt{2}+3\sqrt{5}-2\sqrt{3}$

(iv) $6\sqrt{11}+3\sqrt{7}-2\sqrt{11}-5\sqrt{7}+4\sqrt{7}$

(v) $8\sqrt{3}+7\sqrt{7}-2\sqrt{3}+3\sqrt{7}-3\sqrt{7}$

(4) සුළු කරන්න.

(i) $3\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}$ (ii) $5\sqrt{11}\times 3\sqrt{7}$ (iii) $\sqrt{5}\times 3\sqrt{3}$

(iv) $4\sqrt{7}\div 2\sqrt{14}$ (v) $6\sqrt{27}\div 3\sqrt{3}$ (vi) $\sqrt{48}\div 5\sqrt{3}$

(5) සුළු කරන්න.

(i) $2\sqrt{27}-3\sqrt{3}+4\sqrt{7}+3\sqrt{28}$ (ii) $3\sqrt{63}-2\sqrt{7}-3\sqrt{27}+3\sqrt{3}$

(iii) $2\sqrt{128}+3\sqrt{50}-2\sqrt{162}+4\sqrt{2}$ (iv) $\sqrt{99}-2\sqrt{44}+6\sqrt{11}$

නිදසුන 10. $\sqrt{2}=1.414$ නම් (i) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ හි අගය සොයන්න.

(ii) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ හි අගය සොයන්න.

(i) $\sqrt{2}=1.414$ නම් $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1.414}{2}=0.707$ ලෙස පහසුවෙන් සුළු කර දැක්විය හැකි ය.

$\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{2}{1.414}$ ඉහත ආකාරයට පහසුවෙන් සුළු කළ නොහැකි වේ.

(ii) $\frac{2}{1.414}=\frac{2000}{1414}=1414\overline{)2000}=1.414$ ලැබේ.

ඉහත (ii) එනම් $\frac{2}{\sqrt{2}}$ සුළු කිරීමට අපහසු වූයේ එහි හරය අපරිමේය වීම නිසා ය. භාගයක හරය අපරිමේය නම් එය සුළු කිරීම අපහසු ය. භාගයක හරය, අපරිමේය වූ විට එය පරිමේය හරයක් කරන්නේ කෙසේ දැයි සොයා බලමු.

අපි දර්ශක පාඩමේ දී $\sqrt{x}\times\sqrt{x}$ වැනි ප්‍රකාශන සලකා බැලුවෙමු.

$\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$ වන නිසා $x^{\frac{1}{2}}\times x^{\frac{1}{2}}=x^{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)}=x$ වේ. එම නිසා $\sqrt{x}\times\sqrt{x}=x$ වේ.

එබැවින් $\sqrt{x}\times\sqrt{x}=x$ ද, $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$ ද, $\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$ ද ලෙස මූල ලකුණ ඉවත් කර දැක්විය හැකි ය. මෙම සම්බන්ධය $\frac{2}{\sqrt{2}}$ හි හරය පරිමේය සංඛ්‍යාවක් කිරීමට යොදා ගනිමු. ඒ සඳහා භාගයේ හරයත්, ලවයත් අපරිමේය හරය වන $\sqrt{2}$ න් ගුණ කරමු.

$$\frac{2}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$ ලැබේ. $\sqrt{2}=1.414$ වේ.

$\therefore\frac{2}{\sqrt{2}}=1.414$ වේ. මීට පෙර $\frac{2000}{1414}$ බෙදූ විට ද 1.414 ලැබුණි. එබැවින් පිළිතුරු දෙක සමාන වේ. පළමු පිළිතුර ලබාගත් ක්‍රමයට වඩා හරය පරිමේය සංඛ්‍යාවක් කර පිළිතුරු ලබාගත් ක්‍රමය පහසු ය.

> අපරිමේය හරයක් ඇති භාගයක හරය, පරිමේය කිරීමට එම අපරිමේය හරයෙන් ලවයත්, හරයත් දෙක ම ගුණ කළ යුතු ය.

නිදසුන 11. $\frac{a}{\sqrt{b}}$ හි හරය, පරිමේය කරන්න.

$$\frac{a}{\sqrt{b}}=\frac{a\times\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}=\underline{\underline{\frac{a\sqrt{b}}{b}}}$$

නිදසුන 12. $\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ හි හරය පරිමේය කරන්න.

$$\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{15}}{3}=\underline{\underline{\sqrt{15}}}$$

1.3 අභ්‍යාසය

(1) මෙම අපරිමේය හර සහිත භාග එක එකෙහි හරය පරිමේය කරන්න.

(i) $\frac{2}{\sqrt{7}}$ (ii) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ (iv) $\frac{4\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$ (v) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

(vi) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (vii) $\frac{3}{2\sqrt{5}}$ (viii) $\frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{7}}$ (ix) $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$ (x) $\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$

(2) $\sqrt{2} = 1.414$ ද, $\sqrt{3} = 1.732$ ද, හා $\sqrt{5} = 2.236$ ද නම් පහත දැක්වෙන එක් එක් භාගයේ අගය සොයන්න.

(i) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ (ii) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (iv) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ (v) $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

අන්තර්ජාලයෙනි.

- ඊජිප්තු ජාතිකයන් π සඳහා $\frac{256}{81}$ භාවිත කර ඇත.
- ආකිමිඩිස් නම් වූ ගණිතඥයා π සඳහා ආසන්න පරිමේය අගයයක් ලෙස $\frac{22}{7}$ ද $\frac{223}{71}$ ද ගැළපෙන බව පෙන්වා දී ඇත.
- ක්‍රි.ව. 430 – 501 දී චීන ජාතික ෂුචුන්ග් ෂින් නම් ගණිතඥයා විසින් π හි අගය ආසන්න ලෙස $\frac{355}{113}$ ට යොදා ගත හැකි බව පෙන්වා දී ඇත.
- ක්‍රි.පූ. 1000 ට පෙර බැබිලෝනියන්වරු ද π සඳහා $3\frac{1}{8}$ භාවිත කර ඇත.
- ක්‍රි.ව. 1914 දී ඉන්දියානු ජාතික රාමානුජන් නම් ගණිතඥයා විසින් π සඳහා $\sqrt{\sqrt{\frac{2143}{22}}}$ ද, එය $\left(\frac{2143}{22}\right)^{\frac{1}{4}}$ ට සමාන බව ද පෙන්වා දී ඇත.