23 සම්භාවිතාව

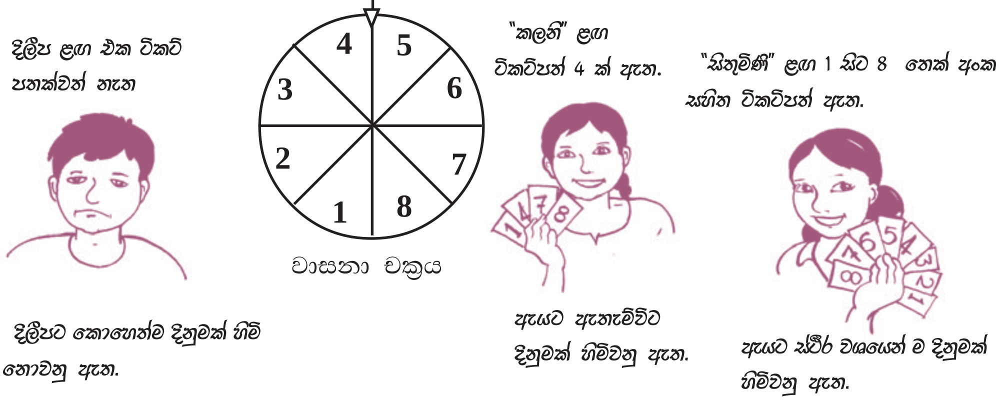
මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- ✸ අහඹු පරීක්ෂණ හඳුනාගැනීම
- ✸ අහඹු පරීක්ෂණයක නියැදි අවකාශය ලියා දැක්වීම
- ✸ සම සේ භව්‍ය සිද්ධියක සම්භාවිතාව ගණනය කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

23.1 අහඹු පරීක්ෂණ

ලොතරැයි දිනුම් ඇදීමක දී 1 8 තෙක් අංක යෙදූ කරකැවෙන තැටියක දර්ශකය අසල නැවතුන අංකය ජයග්‍රාහි අංකය ලෙස සලකනු ලබයි.



විය හැකියාව අනුව සිදුවීම් වර්ග තුනක් යටතේ වර්ග කළ හැකි වේ.

- ✸ නිසැකව ම සිදුවන
- ✸ කොහෙත් ම සිදු නොවන
- ✸ ඇතැම්විට සිදුවන

නොමිලේ බෙදා හැරීම පිණිසයි.

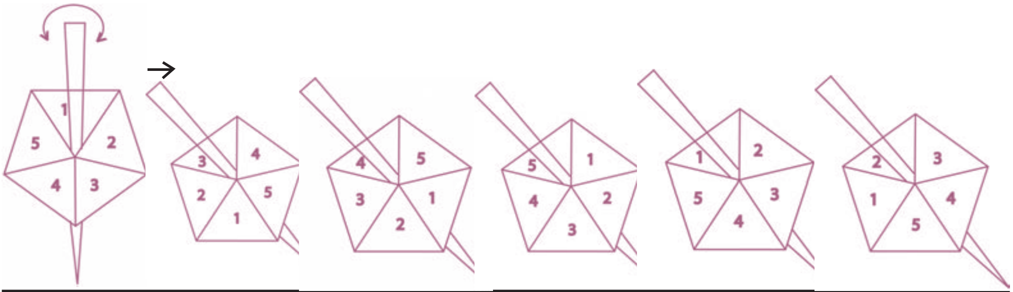
අහඹු පරීක්ෂණයක ලක්ෂණ මෙසේ ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

- ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල සියල්ල කලින් දැන සිටීම.
- ඒ අවස්ථාවේ ලැබෙන ප්‍රතිඵලය නිසැකව ම කිව නොහැකි වීම.
- පරීක්ෂණය නැවත නැවත කළ හැකි වීම.
- නැවත නැවත කළ ද ප්‍රතිඵලවල කිසියම් රටාවක් නොවීම.

මෙවැනි පරීක්ෂණ අහඹු බවින් යුක්ත යැයි කියනු ලැබේ.

23.2 නියැදි අවකාශය

පහත දැක්වෙන බඹරය කරකවා අතහැරිය විට මේසයේ පෘෂ්ඨය ස්පර්ශ වන දරය අයත්වන ත්‍රිකෝණයේ සඳහන් අංකය සටහන් කරගනු ලැබේ. එය නැවත නැවත කළ විට ලැබිය හැකි සියලු ම ප්‍රතිඵලයන් පහත රූපයේ දැක්වේ.



පරීක්ෂණය සිදු කිරිමේ දී ලැබිය හැකි සියලු ප්‍රතිඵලයන් ඇතුළත් කුලකය නියැදි අවකාශය ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. නියැදි අවකාශය S මගින් සංකේතවත් කෙරේ. මෙම සිද්ධියේ නියැදි අවකාශය S = {1, 2, 3, 4, 5} වේ.

කිසියම් පරීක්ෂණයක ලැබිය හැකි සියලු ප්‍රතිඵල ඇතුළත් කුලකය එම පරීක්ෂණයේ "නියැදි අවකාශය" ලෙස හැඳින්වේ.

ඉහත නියැදි අවකාශය තුළ ඇති උප කුලක කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

1 ලැබීම A = {1}
2 ලැබීම B = {2}
3 ලැබීම C = {3}

ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීම = {1, 3, 5}
ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීම = {2, 4}
ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීම = {2, 3, 5}

මේ හැර තවත් උපකුලක රැසක් ලිවිය හැකි ය. නියැදි අවකාශය ඇසුරින් ලිවිය හැකි ඕනෑම උපකුලකයක් **සිද්ධියක්** ලෙස හඳුන්වයි.

නිදසුන 1

පැතිවල 1, 2, 3, 4 ලකුණු කළ සවිධි චතුස්තලයක් ඉහළ දැමීමට
අදාළ නියැදි අවකාශය S = {1, 2, 3, 4}

1 ලැබීම සිද්ධියකි {1}
2 ලැබීම සිද්ධියකි {2}

2ට වැඩි සංඛ්‍යා ලැබීම සිද්ධියකි ⟶ = {3, 4}
ඔත්තේ සංඛ්‍යා ලැබීම සිද්ධියකි ⟶ = {1, 3}
සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යා ලැබීම සිද්ධියකි ⟶ = {1, 4}

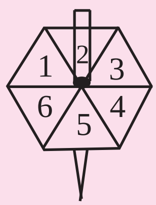
මෙම සිද්ධි අතුරින් නැවත කොටස්වලට බෙදිය නොහැකි සිද්ධි **සරල සිද්ධි** ලෙස හඳුන්වයි. 1 ලැබීම, 2 ලැබීම වැනි සිද්ධි නැවත කොටස් කළ නොහැකි හෙයින් ඒවා සරල සිද්ධි වේ.

අභ්‍යාසය 23.1

පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ නියැදි අවකාශය ලියා එක් එක් නියැදි අවකාශය ඇසුරින් ඔබ කැමති සිද්ධි දෙකක් බැගින් ලියන්න.

(1) නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමීම.

(2) පැති හයෙහි 1, 2, 3, 4, 5, 6 ලකුණු කළ ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීම.

(3) 

මෙහි දක්වෙන බඹරය කරකවා අතහැරීමේ දී මේසයේ ස්පර්ශවන ත්‍රිකෝණාකාර පැත්තේ සඳහන් අංකය

(4) රතු$_1$ රතු$_2$ නිල්$_1$ නිල්$_2$ නිල්$_3$ යනුවෙන් ප්‍රමාණයෙන් හා හැඩයෙන් සමාන බෝල 5 ක් ඇති මල්ලකින් අහඹු ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගැනීම.

(5) පිරිමි 3ක් සහ ගැහැනු 4ක් සිටින කණ්ඩායමකින් අහඹු ලෙස නායකයකු තේරීම.

(6) 1 සිට 10 තෙක් අංක ලියූ සමාන ප්‍රමාණයේ කාඩ්පත් ඇති පෙට්ටියකින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ඉවතට ගැනීම.

(7) සතියේ දින 7න් අහඹු ලෙස දිනයක් තෝරා ගැනීම

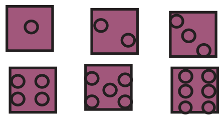
(8) රථගාලක ත්‍රීරෝද රථ 3ක්, වෑන් 4ක් සහ කාර් 3 ඇත. රථ ගාලෙන් ඊ ළඟ මොහොතේ පිට ව යන වාහනය

(9) මල්ලක ස්ට්‍රෝබෙරි රස ටොෆි 5ක් ද, දොඩම් රස ටොෆි 3ක් ද ඇත. අහඹු ලෙස ඉන් ටොෆියක් ඉවතට ගැනීම.

නොමිලේ බෙදා හැරීම පිණිසයි.

23.3 සම සේ භව්‍ය සිද්ධි

සාධාරණ නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීම.



ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල හයකි. සෑම ප්‍රතිඵලයක් ම ලැබීමේ වියහැකියාව සමාන වේ.

එනම් සෑම ප්‍රතිඵලයක් ම ලැබීම සම සේ භව්‍ය වේ.

සාධාරණ නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමීම.

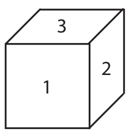
සිරස අගය

ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල දෙකකි. සෑම ප්‍රතිඵලයක් ම ලැබීමේ වියහැකියාව සමාන වේ.

මෙම ප්‍රතිඵලයන් දෙක සම සේ භව්‍ය වේ.

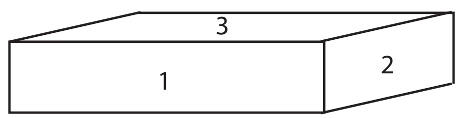
සම සේ භව්‍ය සිද්ධි

(A)



මෙය ඝනකාකාර දදු කැටයකි. පැති හයෙහි 1, 2, 3, 4, 5, 6 සලකුණු කර ඇත.

(B)



මෙය ඝනකාභ හැඩැති දදු කැටයකි. පැති හයෙහි 1, 2, 3, 4, 5, 6 සලකුණු කර ඇත.

පළමුවැන්න (A) දැමූ විට සෑම සිදුවීමක් ම වීමේ හැකියාව එක හා සමාන වේ. එනම් එය නොනැඹුරු සාධාරණ දදු කැටයකි.
දෙවැන්න (B) දැමූ විට 3 ලැබීමට වැඩි වියහැකියාවක් ඇත. එහෙත් 2 ලැබීමේ විය හැකියාව ඊට අඩු ය. ඝනාකාකාර දදු කැටයේ සිද්ධි සිදුවීමේ වියහැකියාව සමාන බැවින් ඒවා සම සේ භව්‍ය වේ. ඝනකාභ හැඩැති දදු කැටයේ සිද්ධි සිදුවීමේ වියහැකියාව සමාන නොවන බැවින් ඒවා සම සේ භව්‍ය නොවේ.

නියැදි අවකාශයේ ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් වියහැකියාවන් සමාන වූ සිද්ධි සම සේ භව්‍ය සිද්ධි වේ.

තවත් සිද්ධියක් සලකා බලමු.

කඩදාසි මල්ලක් තුළ සෑම අතින් ම සමාන රතු බෝල 3ක් ද, සුදු බෝල 5ක් ද, කහ බෝල 4ක් ද ඇත. මල්ල තුළින් අහඹු ලෙස (තේරීමකින් තොරව) එකක් ඉවතට ගැනීමේ දී ඕනෑ ම බෝලයක් අතට අසුවිය හැකි ය. ඉහත සෑම එකක් ම සිදුවීමට ඇති ඉඩකඩ එක සමාන ය. මෙවැනි සිද්ධි සම සේ භව්‍ය සිද්ධි ලෙස හඳුන්වයි.

අභ්‍යාසය 23.2

පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ දී නියැදි අවකාශයේ එක් එක් අවයවයකින් නිරූපිත සිද්ධීන් සම සේ භව්‍ය නම් කොටුව තුළ ✓ සලකුණ ද සම සේ භව්‍ය නොවේ නම් × සලකුණ ද යොදන්න.

(1) සෑම අතින් ම එක සමාන (සමබර) ඝනකාකාර දාදු කැටයක් පෙරළීම $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ☐

(2) නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමීම $S = \{H, T\}$ ☐

(3) ඩ්‍රෝවින් පින් එකක් උඩ දැමීම S = ☐

(4) ටොනික් පියනක් උඩ දැමීම S = ☐

(5) කවඩියක් උඩ දැමීම S = ☐

(6) බෑගයක ඇති එක සමාන රතු වීදුරු බෝල 3ක් හා කොළ වීදුරු බෝල 4 කින් එකක් අහඹු ලෙස ගැනීම $S = \{R_1, R_2, R_3, G_1, G_2, G_3, G_4\}$ ☐

(7) එක පැත්තක ඊයම් ස්වල්පයක් තවරන ලද කාසියක් උඩ දැමීම $S = \{H, T\}$ ☐

(8) කඩදාසි කුට්ටමකින් අහඹු ලෙස කොළයක් ඉවතට ගැනීම S = {රුවිත, හාරත, ඉස්කෝප්ප, කලාබර} ☐
(මෙහි ඇත්තේ ක්‍රීඩාවට යොදා ගන්නා කොළ 52 හි වර්ග හතර බව සලකන්න)

(9) පැති 6ක් ඇති සමබර ඝනාකාකාර දාදු කැටයක් පැති 2ක් රතුපාට ද, පැති 3ක් කොළපාට ද, පැති 1ක් නිල්පාට ද ආලේප කර ඇත. මෙම දාදු කැටය එක්වරක් උඩ දැමීමේ දී රතු හෝ කොළ හෝ නිල් වර්ණයක් ලැබීම. ☐

23.4 සම සේ භව්‍ය සිද්ධියක සම්භාවිතාව

$$\text{අපේක්ෂිත සිද්ධියක සම්භාවිතාව} = \frac{\text{අපේක්ෂිත සිද්ධියට අදාළ කුලකයේ අවයව සංඛ්‍යාව}}{\text{නියැදි අවකාශයේ අවයව සංඛ්‍යාව}}$$

A නම් සිද්ධියට අදාළ අවයව ගණන n (A) ද, නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන n (S) ද, A සිදුවීමේ සම්භාවිතාව p (A) ද වේ නම්.

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$ වේ.

නිදසුන 2

1, 2, 3, 4, 5, 6 යන අංක, සංකේත මගින් පැති හයේ ලකුණු කර ඇති ඝනකාකාර දාදු කැටයක් වරක් උඩ දැමීම සලකා බලමු.

1 වැටීමේ සම්භාවිතාව	2 වැටීමේ සම්භාවිතාව	3 වැටීමේ සම්භාවිතාව	4 වැටීමේ සම්භාවිතාව	5 වැටීමේ සම්භාවිතාව	6 වැටීමේ සම්භාවිතාව
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} සහ n(S) = 6 වේ.
ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම්,
A = {1, 3, 5} සහ n(A) = 3 වේ.

ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව P(A) $= \frac{n(A)}{n(S)}$

$= \frac{3}{6}$

$= \frac{1}{2}$

ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය B නම්,
B = {2, 3, 5}, n(B) = 3 වේ.

ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව P(B) $= \frac{n(B)}{n(S)}$

$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

නොමිලේ බෙදා හැරීම පිණිසයි.

නිදසුන 3

ප්‍රමාණයෙන් හා හැඩයෙන් එක සමාන රතු පබළු 7ක් ද, නිල් පබළු 5ක් ද, කහ පබළු 3ක් ද ඇත. හසිත අහඹු ලෙස ඉන් පබළුවක් ඉවතට ගනී.

(i) ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියන්න.

$S = \{R_1\ R_2\ R_3\ R_4\ R_5\ R_6\ R_7\ B_1\ B_2\ B_3\ B_4\ B_5\ Y_1\ Y_2\ Y_3\}$

(ii) n(S) කීය ද?

$n(S) = 15$

(iii) රතු පබළුවක් ලැබීමේ සිද්ධි කුලකය A නම්, A කුලකය ලියා දක්වන්න.

$A = \{R_1\ R_2\ R_3\ R_4\ R_5\ R_6\ R_7\}$

(iv) n(A) කීය ද?

$n(A) = 7$

(v) රතු පබළුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{7}{15}$$

(vi) රතු පබළුවක් නොලැබීමේ සිද්ධි කුලකය B නම්, B කුලකය ලියා දක්වන්න.

$B = \{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, Y_1, Y_2, Y_3\}$

(vii) n(B) කීය ද?

$n(B) = 8$

(viii) රතු පබළුවක් නොලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$= \frac{8}{15}$$

රතු පබළුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව + රතු පබළුවක් නොලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{7}{15} + \frac{8}{15} = 1$

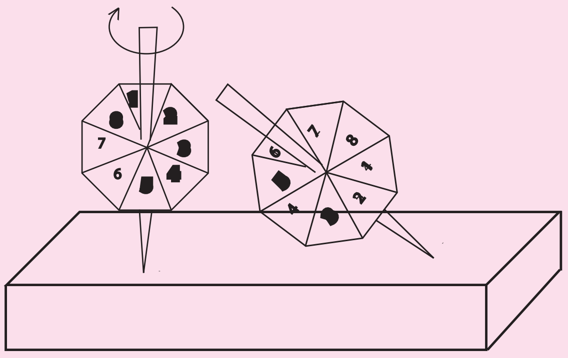
නොමිලේ බෙදා හැරීම පිණිසයි.

අභ්‍යාසය 23.3

(1) ඝනකාකාර දාදු කැටයක එක් එක් පෘෂ්ඨයේ 1 සිට 6 තෙක් අංක යොදා ඇත. සඳුන් එය එක් වරක් උඩ දමයි.

(i) ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියන්න.
(ii) අංක 3 වැටීමේ සම්භාවිතාව කීය ද?
(iii) ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් වැටීමේ සිද්ධිය A නම්, A කුලකයේ අවයව ලියන්න.
(iv) n(A) කීය ද?
(v) P(A) සොයන්න.

(2)



(i) රූපයේ දැක්වෙන බඹරය කරකවා අතහැරිය විට මේසයේ පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශවන දරය අයත් ත්‍රිකෝණයේ සඳහන් අගය ලෙස ලැබිය හැකි සියලු ම ප්‍රතිඵල අඩංගු නියැදි අවකාශය ලියන්න.
(ii) n(S) කීය ද?
(iii) පහත දැක්වෙන එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(a) 4 මේසයේ පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වීම.
(b) 6 මේසයේ පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වීම.
(c) ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වීම.
(d) ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වීම.
(e) ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යාවක් පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වීම.
(f) සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යාවක් පෘෂ්ඨය මත ස්පර්ශ වීම.

(3) සාධාරණ ඝනකාකාර දාදු කැටයක පැති දෙකක අංක 1 ද, පැති තුනක අංක 2 ද එක් පැත්තක අංක 3 ද ලියා ඇත.

(i) ලැබිය හැකි සියලු සිදුවීම් අඩංගු නියැදි අවකාශය ලියන්න.
(ii) වැඩි සම්භාවිතාවක් ඇත්තේ 1, 2, 3 අතුරින් කවර සංඛ්‍යාව ලැබීමට ද? ඔබේ පිළිතුර හේතු දක්වමින් පෙන්වා දෙන්න.
(iii) ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය අපේක්ෂා කළේ නම් එම සිද්ධිය සිදුවීම් කුලකයේ අවයව සංඛ්‍යාව කීයද?
(iv) ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව කීය ද?

නොමිලේ බෙදා හැරීම පිණිසයි.

(4) (i) CHRISTABLE යන වචනයේ එක් එක් අකුර බැගින් ලියූ එක සමාන කාඩ් පත්, පෙට්ටියක් තුළ ඇත. අහඹු ලෙස ඉන් කාඩ් පතක් ගන්නා අයකුට ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියන්න.
(ii) එසේ ගත් කාඩ්පතේ R අක්ෂරය සඳහන් ව තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iii) ඉහත අක්ෂර අතරින් ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ ස්වර අක්ෂරයක් ලැබීමේ සිද්ධිය X නම්, n (X) කීය ද?
(iv) P(X) සොයන්න.

(5) පාපන්දු කණ්ඩායමක එක සමාන හැකියාවෙන් යුත් ක්‍රීඩකයන් 11 ක් සිටියහ. ඉන් 4 දෙනෙක් හිස්වැසුම් පැලඳ සිටි අතර, අතෙහි නිල්පාට පටියක් බැඳගත් දෙදෙනෙකු ද රතු මේස් පැලඳි 5 දෙනෙකු ද සිටිය හ.
කණ්ඩායමේ ඊළඟ ලකුණු රැස්කර ගන්නා ක්‍රීඩකයා
(i) හිස්වැසුමක් පැලැඳි අයකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(ii) රතු මේස් පැලඳි අයකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iii) අතෙහි නිල් පටියක් බැඳගත් අයකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iv) රතු මේස් පැලඳි අයෙකු හෝ නිල් පටියක් බැඳගත් අයකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(6) පෙට්ටියක බෝල් පොයින්ට් පෑන් 12ක් ඇත. ඒවා ප්‍රමාණයෙන් හා හැඩයෙන් සමාන වන අතර ඒවා 4ක් නිල් පෑන් ද 3ක් රතු පෑන් ද, ඉතිරිවා කළු පෑන් ද, වේ. අහඹු ලෙස මෙම පෙට්ටියෙන් පෑනක් ඉවතට ගනී.
(i) ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය ලියන්න.
(ii) නිල් පෑනක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iii) රතු පෑනක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iv) කළු පෑනක් නොලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(v) නිල් පෑනක් නොලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(vi) රතු පෑනක් නොලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(vii) ඉහත (ii) සහ (v) දී ඔබට ලැබුණු පිළිතුරුවල එකතුව ලබා ගන්න.
(viii) ඉහත (iii) සහ (vi) දී ඔබට ලැබුණු පිළිතුරුවල එකතුව ලබා ගන්න.
(xi) ඒ ඇසුරින් එළඹිය හැකි පොදු නිගමනය ලියන්න (සම්බන්ධයක්)
(x) එම සම්බන්ධය භාවිත කරමින් කළු පෑනක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව ලබා ගන්නා අයුරු ඉදිරිපත් කරන්න.

(7) අංක යෙදූ සමාන බෝල 15ක් බෑගයක දමා ඇත. ඉන් පහක අංක 1 ද, එකක අංක 2 ද, දෙකක අංක 3 ද, ඉතිරි ඒවායේ අංක 4 ද යොදා ඇත. මේ තුළින් අහඹු ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගනී.
(i) එය අංක 1 සහිත බෝලයක් වීමේ සම්භාවිතාව කීය ද?
(ii) එය අංක 1 සහිත බෝලයක් නොවීමේ සම්භාවිතාව කීය ද?
(iii) ඉවතට ගත් බෝලයේ අංකය ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් නොවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
(iv) ඉවතට ගත් බෝලයක් ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යාවක් වීමේ සම්භාවිතාව සහ ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යාවක් නොවීමේ සම්භාවිතාව අතර වෙනස සොයන්න.

(8) පෙට්ටියක් තුළ එකම තරමේ සහ හැඩයේ ටොෆි වර්ග කීපයක් ඇත. ඒ පිළිබඳ තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වේ.

	අන්නාසි රස	දෙහි රස
රෝස පාට	12	6
කහ පාට	15	17

අහඹුලෙස පෙට්ටියෙන් ටොෆියක් ඉවතට ගනී. එය,

(i) අන්නාසි රස ටොෆියක් වීමේ

(ii) දෙහි රස ටොෆියක් වීමේ

(iii) රෝස පාට ටොෆියක් වීමේ

(iv) කහ පාට ටොෆියක් වීමේ

(v) රෝස පාට දෙහි රසැති ටොෆියක් වීමේ

(vi) කහ පාට අන්නාසි රසැති ටොෆියක් වීමේ

සම්භාවිතා සොයන්න.