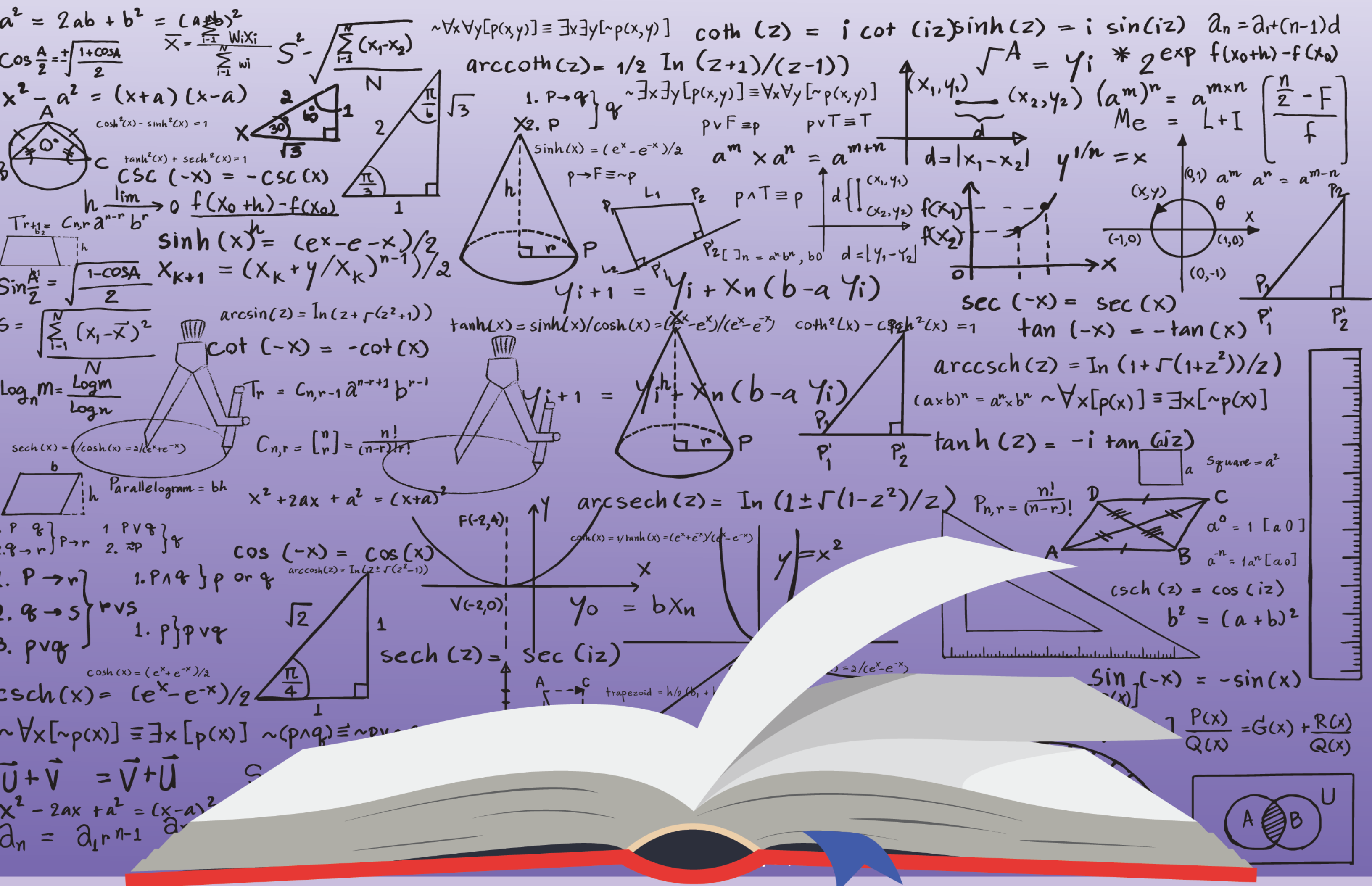
இணைந்த கணிதம்

நேர்கோடு



Start Your Learning Journey with e-thaksalawa
The National e-learning Portal for The General Education

18.0

அறிமுகம்

ஆள்கூற்று கேத்திரகணிதமானது கணிதத்தில் உள்ள கேத்திரகணிதப்பிரச்சனைகளை அட்சரகணித ரீதியாக ஆள்கூற்று முறைகள் மூலம் தீர்க்கும் வழிமுறைகளை தருகின்றது. இதில் நேர்கோடு, வட்டம், பரவளைவு, நீள்வளையம், அதிபரவளைவு போன்ற பாடப்பரப்புகள் உள்ளன.

இணைந்த கணிதத்தில் நேர்கோடு, வட்டம் போன்ற பாடப்பரப்புக்கள் விரிவாகவும் பரவளைவு, நீள்வளையம், அதிபரவளைவு என்பவற்றின் அறிமுகம் மாத்திரமே கூறப்பட்டுள்ளது. நேர்கோடு பாடப்பரப்பு கீழ்வரும் விடயங்களை உள்ளடக்குகின்றது.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

பாடப்பரப்பு

1 ஆள்கூற்று தளத்தில் புள்ளிகளை இனங்காணலும் கண்டுபிடித்தலும்

2 ஒழுக்கும், நேர்கோடு ஒன்றின் படித்திறனும் வெட்டுத்துண்டும்.

3 நேர்கோட்டின் சமன்பாடு.

4 இரண்டு நேர்கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்.

5 நேர்கோட்டின் பொதுவடிவமும், அச்சுக்கு சமாந்தரமான கோடுக்குளும்.

6 நேர்கோட்டின் பாமானச்சமன்பாடு

7 குறியீடுகள்

8 u+dv = 0 இன் விளக்கம் (u-0, v=0 நேர்கோடுகள்)

9 செங்குத்து தூரம்

10 இரு கூறாக்கிகள்

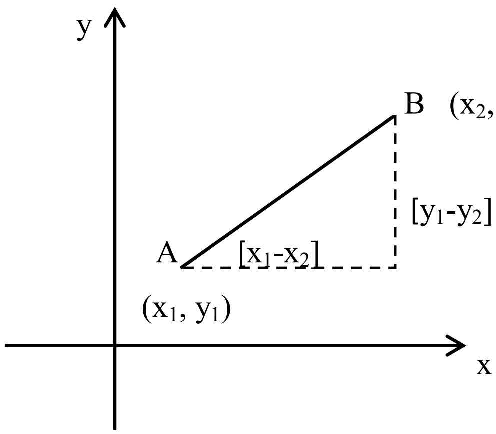
11 புள்ளிகளின் நிலையை அறிதல்

12 பல்லினப்பயிற்சிகள்

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

ஆள்கூற்றுத்தளமொன்றில் இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம்



$AB^2 = [x_1-x_2]^2 + [y_1-y_2]^2$

$= (x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2$

$AB = \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}$

இருபுள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் x ஆள்கூறுகளின் வித்தியாசத்தின் வர்க்கத்தினதும் y ஆள்கூறுகளின் வித்தியாசத்தின் வர்க்கத்தினதும் கூட்டுத்தொகையின் வர்க்க மூலத்திற்கு சமனாகும்.

1) A Ξ (2,3)
0 Ξ (0,0)

$0A = \sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2}$
$= \sqrt{13}$

2) A Ξ (3, −1)
B Ξ (5,7)

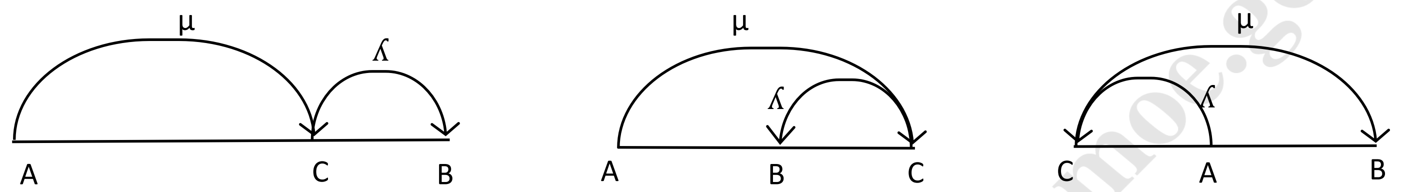
$AB = \sqrt{(5-3)^2 + (7-(-1))^2}$
$= \sqrt{2^2 + 8^2}$
$= \sqrt{68}$
$= 2\sqrt{17}$

3) A Ξ (3, 5)
B Ξ (3,-6)

$AB = \sqrt{(5-(-6))^2} + 0$
$= \sqrt{112}$
$= 11$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டுத்துண்டத்தை $\lambda:\mu$ எனும் விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளியின் ஆள்கூறு.



படம் I படம் II படம் III

மேலே உள்ள மூன்று படங்களையும் அவதானியுங்கள்.

A,B ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டில் C எவ்வாறு அமைந்துள்ளது.

படம் I இல்

C ஆனது A,B க்கு இடையில் அமைந்துள்ளது.

AC, CB இன் போக்கு ஒரே போக்கு.

AC: CB = $\lambda:\mu$

$$\frac{AC}{CB} = \frac{\lambda}{\mu}$$ நேரானது என்கிறோம்.

படம் II இல்

C ஆனது A,B ஐ இணைக்கும் கோட்டுக்கு வெளியே அமைந்துள்ளது.

AC, CB இன் போக்கு எதிரானவை.

AC: CB = $\lambda:\mu$

$$\frac{AC}{CB} = \frac{\lambda}{\mu} < 0$$

என்கிறோம். $\lambda > 0 \quad \mu < 0$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

படம் III இல்

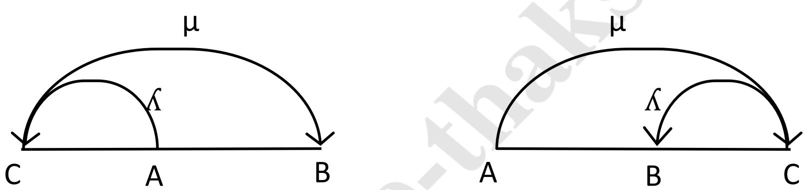
C ஆனது A,B ஐ இணைக்கும் நேர்கோட்டுக்கு வெளியே அமைந்துள்ளது.

AC, CB இன் போக்கு எதிரானவை.

AC: CB = ʎ:μ

$$\frac{AC}{CB}=\frac{\lambda}{\mu}\langle 0$$

குறிப்பு:



A < 0 μ> 0	ʎ > 0 μ<0
1 ʎ 1 ≠ μ	ʎ ≠ 1 μ 1

$\frac{AC}{CB}=\frac{\lambda}{\mu}=-1$ ஆகுமாறு AB ஐ இணைக்கும் கோட்டில் ஒரு புள்ளி C ஒருபோதும் காணப்படாது.

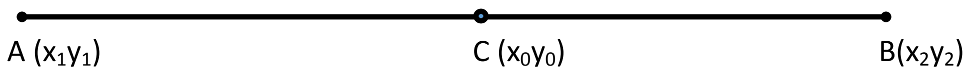
A≡(X_1Y_1), B≡(X_2Y_2) என்பன தெற்காட்டின் ஆள்கூற்று தளத்தில் யாதேனும் இருபுள்ளிகளாக A,B ஐ இணைக்கும் கோட்டில் C ஆனது AC:CB=ʎ:μ எனனும் விகிதத்தில் பிரிக்கின்றது. புள்ளி C இன் ஆள்கூற்று.

$$C\equiv\left(\frac{\lambda x_2+\mu x_1}{\lambda+\mu},\frac{\lambda y_2+\mu y_1}{\lambda+\mu}\right)$$ எனக் காட்டுதல்.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

வகை I

$\lambda / \mu > 0$ (C ஆனது AB ஐ உட்பிரித்தல்)



$$\Delta ACM /// \Delta ABL$$

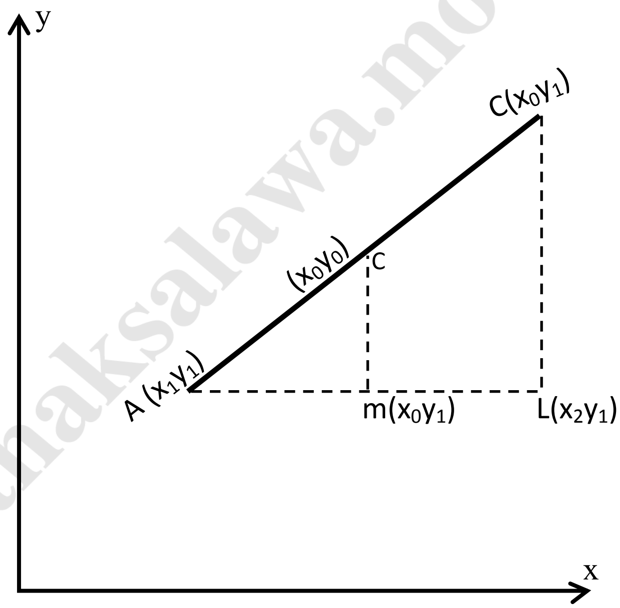
$$\frac{AM}{AL} = \frac{CM}{BL} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{\chi_0 - \chi_1}{\chi_2 - \chi_1} = \frac{y_0 - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

$$\frac{\chi_0 - \chi_1}{\chi_2 - \chi_1} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

$$\chi_0 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}(\chi_2 - \chi_1) + \chi_1$$

$$= \frac{\lambda\chi_2 + \mu\chi_1}{\lambda + \mu}$$



இதே போல்

$$\frac{y_0 - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

$$y_0 = \frac{\lambda y_2 + \mu y_1}{\lambda + \mu}$$

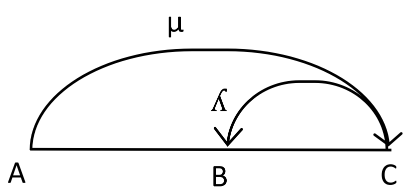
$$\therefore C \equiv \left(\frac{\lambda\chi_2 + \mu\chi_1}{\lambda + \mu}, \frac{\lambda y_2 + \mu y_1}{\lambda + \mu} \right)$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

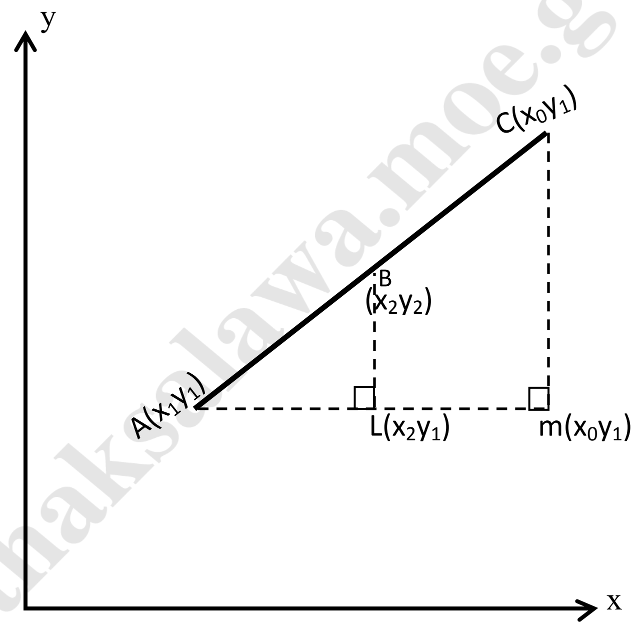
வகை II

$\lambda / \mu < 0$ (C ஆனது AB ஐ வெளிப்புறமாக பிரித்தல்)

$\lambda > 0 \quad \mu < 0$ என்போம்.



$\mu = -m$ என்போம்



$$\Delta ACM /// \Delta ABL$$

$$\frac{AM}{AL} = \frac{CM}{BL} = \frac{AC}{BC}$$

$$\frac{x_0 - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_0 - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{\lambda}{\lambda - m}$$

$$\frac{x_0 - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{\lambda}{\lambda - m}$$

$$x_0 = x_1 + \frac{\lambda}{\lambda - m}(x_2 - x_1)$$

$$= \frac{-mx_1 + \lambda x_2}{\lambda - m}$$

$$= \frac{\lambda x_2 + \mu x_1}{\lambda + \mu} (\mu = -m)$$

இதே போல்

$$y_0 = \frac{\lambda y_2 + \mu y_1}{\lambda + \mu}$$

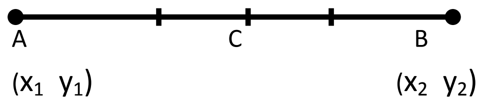
$$C \equiv \left(\frac{\lambda x_2 + \mu x_1}{\lambda + \mu}, \frac{\lambda y_2 + \mu y_1}{\lambda + \mu} \right)$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

வகை I, வகை II இலிருந்து AB ஐ இணைக்கும் கோட்டை AC: CB = ʎ:μ எனும் விகிதத்தில்

$$c \equiv \left(\frac{\lambda\chi_2 + \mu\chi}{\lambda + \mu}, \frac{\lambda y_2 + \mu y_1}{\lambda + \mu} \right)$$

குறிப்பு:



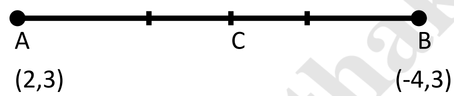
C ஆனது AB இன் நடுப்புள்ளி எனில் AC: CB = 1:1

$$= \left(\frac{\chi_1 + \chi_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

உதாரணம்

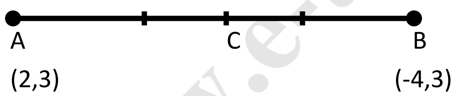
A≡ (2,3), B≡ (-4,3) எனின் பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் AB ஐ தரப்பட்ட விகிதத்தில்

1) AB இன் நடுப்புள்ளி C



$$C \equiv \left(\frac{(2+-4)}{2}, \frac{(3+3)}{2} \right) \equiv \left(-1,3 \right)$$

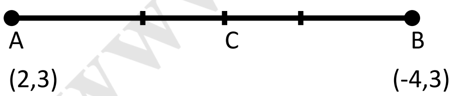
2) AC : CB = 2:3



$$C \equiv \left(\frac{2 \text{ x } (-4)+3\text{x}2}{5}, \frac{2\text{x}3+3\text{x}3}{5} \right)$$

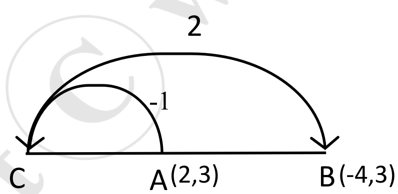
$$\equiv \left(\frac{-2}{3}, 3 \right)$$

3) AC : CB = 3: 2



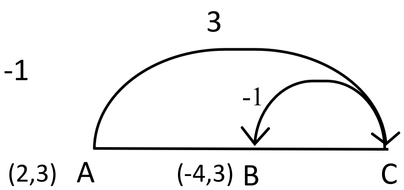
$$C \equiv \left(\frac{3 \text{ x } (-4)+2\text{x}2}{5}, \frac{3\text{x}3+2\text{x}3}{5} \right) \equiv \left(\frac{-8}{5}, 3 \right)$$

4) AC : CB = -1: 2



$$C \equiv \left(\frac{(-1) \text{ x } (-4) + 2 \text{ x}2}{2+(-1)}, \frac{-1\text{x}3+2\text{x}3}{2+(-1)} \right) \equiv (8,3)$$

5) AC : CB = 3: -1



$$C \equiv \left(\frac{3 \text{ x } (-4) + (-1) \text{ x}2}{3+(-1)}, \frac{3\text{x}3+(-1)\text{x}3}{3+(-1)} \right) \equiv (-7,3)$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

ஒழுக்கு

ஒரு குறித்த நிபந்தனைக்கு அமைவாக இயங்கும் துணிக்கையின் பாதை அத்துணிக்கையின் ஒழுக்கு எனப்படும். பாதையின் வடிவத்திற்கு அமைவாக அவ்வொழுக்கு வெவ்வேறு பெயர் கொண்டு அழைக்கப்படுகின்றது.

நேர்கோடு (வரைவிலக்கணம்)

தளம் ஒன்றில் இயங்கும் துணிக்கையொன்று தான் இயங்கும் பாதையில் எந்த இரு கணங்களுக்கு இடையிலும் அவற்றின் நிலைகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் மிகக்குறுகியதாக இருக்குமாறு அதன் பாதையின் வடிவம் நேர்கோடு எனப்படும்.

நேர்கோட்டின் படித்திறனும் வெட்டுத்துண்டும்

நேர்கோடு ஒன்று X அச்சின் நேர்த்திசையுடன் ஆக்கும் கோணத்தின் tan விகிதம் அந்நேர்கோட்டின் படித்திறன் எனப்படும். இங்கு $\leq \theta < \pi$

நேர்கோடு ஒன்று y அச்சை வெட்டுமாயின் y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் y ஆள்கூறு அந்நேர்கோட்டின் வெட்டுத்துண்டு எனப்படும்.

குறிப்பு:

y அச்சின் எந்தவொரு புள்ளியினதும் x ஆள்கூறு பூச்சியமாகும்.

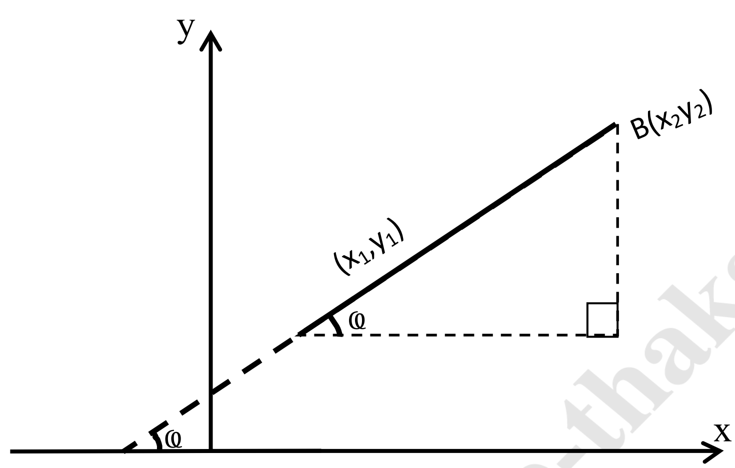
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

நேர்கோடு ஒன்றின் படித்திறன் காணும் சில சந்தர்ப்பங்கள்.

1) x அச்சின் நேர்த்தியுடன் நேர்கோட்டின் சாய்வு $\theta \; (0 \leq \theta < \pi)$ எனில் படித்திறன் $m = \tan \theta$

2) நேர்கோட்டின் இரண்டு புள்ளிகள் தெரியுமிடத்து நேர்கோட்டின் படித்திறன்

$A \equiv (x_1, y_1)$ $B \equiv (x_2, y_2)$ புள்ளிகளினூடு செல்லும் நேர்கோட்டின் படித்திறன்



படித்திறன் $m = \tan \theta$

$$= \frac{\chi_0 - \chi_1}{\chi_2 - \chi_1} (\chi_1 \neq \chi_2)$$

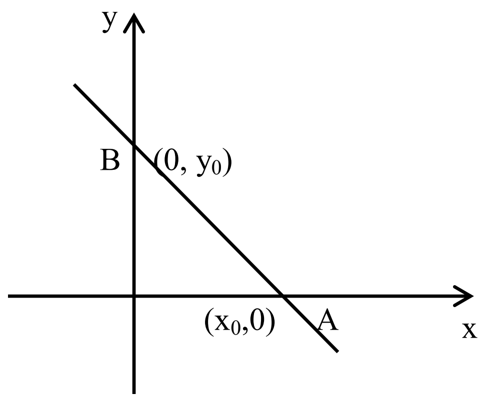
$$= \frac{y \text{ ஆள்கூறுகளின் வித்தியாசம்}}{\chi \text{ ஆள்கூறுகளின் வித்தியாசம்}}$$

குறிப்பு:

B இன் Y ஆள்கூறிலிருந்து A இன் y ஆள்கூறு கழிக்கப்படின் x ஆள்கூறுகளின் வித்தியாசமும் B இல் இருந்து A இன் x ஆள்கூற்றைக் கழித்தல் வேண்டும்.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

3) நேர்கோடு x இல் அச்சுக்களை வெட்டும் புள்ளிகள் தரப்படும் போது



AB இன் படித்திறன் $m = \dfrac{y_0 - 0}{0 - x_0}$

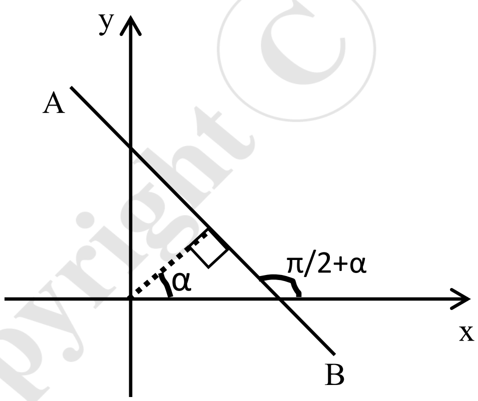
$= \dfrac{-y_0}{x_0}$

இங்கு $x_0 \neq 0$

குறிப்பு:

X0=0 எனின் A உற்பத்தி, AB ஆனது y அச்சை குறிக்கும். y அச்சு x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் ஆக்கும் கோணம் π/2 tanπ/2 வரையறுக்கப்படாததால் y அச்சு, y அச்சுக்கு சமாந்தரமான கோடுகளுக்கு படித்திறன் வரையறுக்கப்படாது.

4) உற்பத்தியில் இருந்து நேர்கோட்டுக்கான செங்குத்துக்கோடு நேர் x அச்சுடன் α கோணம் அமைக்கும் போது நேர்கோட்டின் படித்திறன்.



AB இன் படித்திறன் $m = \tan(\pi/2 + \alpha)$

$= -\cot\alpha$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk