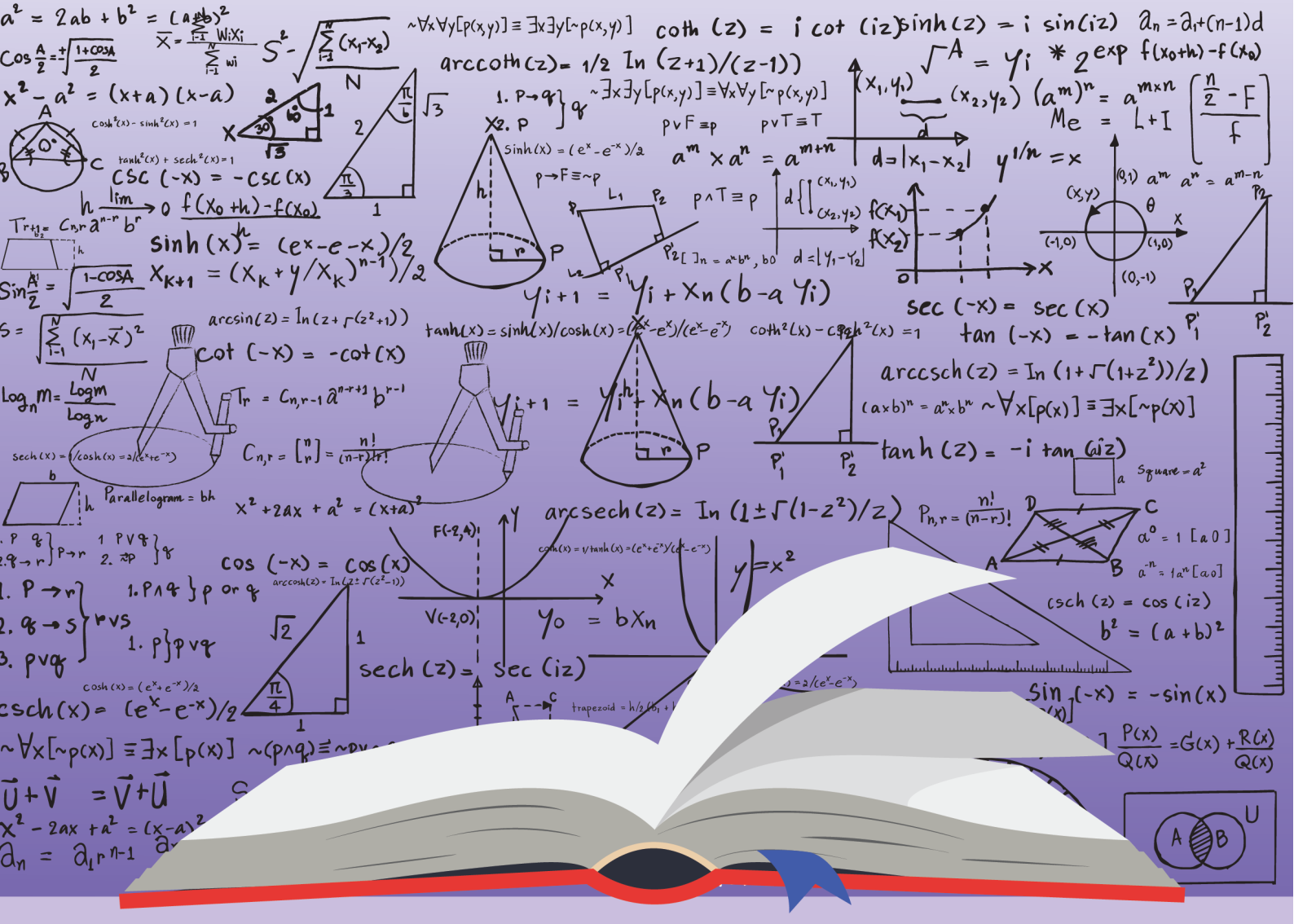
இணைந்தகணிதம்

நியம வடிவம்



நேர்மாறு சார்புகளின் தொகையீடு

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}-dx = \text{Sin}^{-1}(\frac{x}{a})+C$$

$$\int \frac{-1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = \text{Cos}^{-1}(\frac{x}{a})+C$$

$$= -\text{Sin}^{-1}(\frac{x}{a})+C$$

$$\int \frac{1}{a^2+x^2}dx = \frac{1}{a}\tan^{-1}(\frac{x}{a})+C$$

$$\int \frac{1}{a^2+(bx)^2} = \frac{1}{ab}\tan^{-1}(\frac{bx}{a})+C$$

உதாரணங்கள்

1.

$$\int \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}dx$$

$$= \int \frac{1}{\sqrt{3^2-x^2}}dx$$

$$= Sin^{-1}(\frac{x}{3})+C$$

2.

$$\int \frac{1}{\sqrt{9-16x^2}}dx$$

$$= \frac{1}{4}\int \frac{1}{\sqrt{3^2-(4x)^2}}d(4x)$$

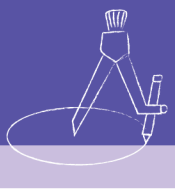
$$= \frac{1}{4}Sin^{-1}(\frac{4x}{3})+C$$

3.
$$\int \frac{1}{\sqrt{16-25x^2}}dx$$
$$=\int \frac{1}{\sqrt{4^2}-(5x)^2}dx$$
$$=\frac{1}{5}Sin^{-1}(\frac{5x}{4})+C$$

4.
$$\int \frac{e^x}{\sqrt{25-e^{2x}}}dx$$
$$=\int \frac{1}{\sqrt{5^2-(ex)^2}}d(e^x)$$
$$=Sin^{-1}(\frac{e^x}{5})+C$$

5.
$$\int \frac{1}{\sqrt{4^2-(x-1)^2}}$$
$$=Sin^{-1}(\frac{x-1}{4})+C$$

6.
$$\int \frac{1}{\sqrt{3^2-(2x-1)^2}}dx$$
$$=\frac{Sin^{-1}(\frac{2x-1}{3})}{2}+C$$
$$=\frac{1}{2}Sin^{-1}(\frac{2x-1}{3})+C$$



7. $$\int \frac{1}{16+81x^2}dx$$

$$= \int \frac{1}{4^2+(9x)^2}dx$$

$$= \frac{1}{4\times 9}\tan^{-1}(\frac{9x}{4})+C$$

8. $$\int \frac{1}{3^2+(2x+1)^2}dx$$

$$= \frac{1}{3\times 2}\tan^{-1}(\frac{2x+1}{3})+C$$

நியம வடிவம் 9

$$I = \int \frac{1}{\sqrt{ax^2+bx+C}}dx$$

x^2 இன் குணகம் = a<0 வகை மட்டும்

$$I = \int \frac{px+q}{ax^2+bx+c}dx$$

$px+q = \lambda(2ax+b)+\mu$ ஆகுமாறு γ,μ மாறிலிகள்

உதாரணங்கள்

01. $$I = \int \frac{1}{\sqrt{-x^2+2x+3}}dx$$

$$= -x^2+2x+3 = -\{x^2-2x+1\}+2$$

$$= 2-(x-1)^2$$

$$I = \int \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{2})^2-(x-1)^2}}dx$$

$$= Sin^{-1}\{\frac{(x-1)}{\sqrt{2}}\}+C$$

2. $$I = \int \frac{3x+1}{\sqrt{-x^2+2x+3}}dx$$

$$3x+1 = \lambda(-2x+2)+\mu$$

$$x;3 = -2\lambda \qquad 1 = 2\lambda + \mu$$

$$\lambda = -\frac{3}{2} \qquad \mu = 4$$

$$I = \int \frac{\frac{-3}{2}(-2x+2)+4}{\sqrt{-x^2+2x+3}}dx$$

$$= \frac{-3}{2}\int \frac{-2x+2}{\sqrt{-x^2+2x+3}}dx + 4\int \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{2})^2-(x-1)^2}}dx$$

$$= \frac{-3}{2}.2\sqrt{-x^2+2x+3} + 4.Sin^{-1}(\frac{x-1}{\sqrt{2}}) + C$$

$$= -3\sqrt{-x^2+2x+3} + 4Sin^{-1}(\frac{x-1}{\sqrt{2}}) + C$$

நியம வடிவம் 10(A)

இருபடிக்கோவையும் தொகையீடும்

$$I = \int \frac{1}{ax^2+bx+c}dx$$

$\Delta > 0 \Rightarrow I = \ln$ வடிவில் அமையும்

$\Delta = 0 \Rightarrow I = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ வடிவில் அமையும்

$\Delta < 0 \Rightarrow I = \tan^{-1}()$ வடிவில் அமையும்

உதாரணம் :-

1. $\int \frac{1}{x^2+3x+2}dx$

$= \int \frac{1}{(x+2)(x+1)}dx$ $\triangle>0$

$\int \{\frac{-1}{x+2}+\frac{1}{x+1}\}dx$

$= -\ln/\, x+2\,/ + \ln/\, x+1\,/ + C$

$= \ln/\, \frac{x+1}{x+2}\,/ + C$

2. $\int \frac{1}{x^2+4x+4}dx$ $\triangle=0$

$= \int \frac{1}{(x+2)^2}dx$

$= \int (x+2)^{-2}dx$

$= \frac{(x+2)^{-1}}{-1}dx$

3. $\int \frac{1}{x^2+4x+13}dx$ $\triangle<0$

$= \int \frac{1}{x^2+4x+4+9}dx$

$= \int \frac{1}{(x+2)^2+3^2}dx$

$= \frac{1}{3}\tan^{-1}(\frac{x+2}{3})+C$

தொகுப்பு :-திரு மு.ராகுலன், ஆசிரியர் இணைந்த கணிதம் (யா/மகாஜனா கல்லூரி)

கணினி வடிவமைப்பு : திரு.சி.உமாகாந்தன் (த,தொ,தொ, ஆசிரியர், யா/யாழ்ப்பாணம் மத்திய கல்லூரி)

நியம வடிவம் (10B)

$$I = \int \frac{px+q}{ax^2+bx+c}dx$$

$\Delta > 0 \Rightarrow I = \ln//$ வடிவில் அமையும்

$\Delta = 0 \Rightarrow I = \ln//+\frac{x^{n+1}}{n+1}$ வடிவில் அமையும்

$\Delta < 0 \Rightarrow I = \ln//+\tan^{-1}()$ வடிவில் அமையும்

உதாரணம்

1.

$$\int \frac{5x+2}{x^2+3x+2}dx$$

$$= \int \frac{5x+2}{(x+2)(x+1)}dx$$

$$= \int \{\frac{8}{x+2}+\frac{-3}{x+1}\}dx$$

$$= 8\ln/x+2/-3\ln/x+1/+C$$

$$= \ln/\frac{(x+2)^8}{(x+1)^3}/+C$$

2.

$$\int \frac{2x+1}{x^2+4x+4}dx$$

$$= \int \frac{2x+1}{(x+2)^2}dx$$

$$\frac{2x+1}{(x+1)^2} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{(x+2)^2}$$

$$2x+1 = A(x+2)+B$$

$$x;2 = A$$

$$x;1 = 2A+B\} \Rightarrow A = 2, B = -3$$

$$\int \frac{2x+1}{x^2+4x+4}dx = \int \{\frac{2}{(x+2)}+\frac{-3}{(x+2)^2}\}dx$$

$$= 2\ln/x+2/-3\frac{(x+2)^{-1}}{-1}+C$$

$$= 2\ln/x+2/+\frac{3}{x+2}+C$$

தொகுப்பு :-திரு மு.ராகுலன், ஆசிரியர் இணைந்த கணிதம் (யா/மகாஜனா கல்லூரி)

கணினி வடிவமைப்பு : திரு.சி.உமாகாந்தன் (த,தொ,தொ, ஆசிரியர், யா/யாழ்ப்பாணம் மத்திய கல்லூரி)

3.

$$\int \frac{2x+7}{x^2+4x+13}dx$$

$$2x+7=\lambda(2x+4)+\mu$$

$$x;2=2\lambda$$

$$x^0;7=4\lambda+\mu\} \Rightarrow \lambda=1,\mu=3$$

$$\int \frac{2x+7}{x^2+4x+13}dx$$

$$=\int \frac{1(2x+4)+3}{x^2+4x+13}dx$$

$$=\int \frac{2x+4}{x^2+4x+13}dx+3\int \frac{1}{(x+2)^2+3^2}dx$$

$$=\ln(x^2+4x+13)+3.\frac{1}{3}\tan^{-1}(\frac{x+2}{3})+C$$

$$=\ln(x^2+4x+13)+\tan^{-1}(\frac{x+2}{3})+C$$

பயிற்சிகள்

1.

$$\int \frac{1}{x^2+7x+10}dx$$

2.

$$\int \frac{1}{x^2+6x+9}dx$$

3.

$$\int \frac{1}{x^2+6x+10}dx$$

4.

$$\int \frac{3x+1}{x^2+7x+12}dx$$

5.

$$\int \frac{3x+5}{x^2+10x+25}dx$$

6.

$$\int \frac{3x+1}{x^2+8x+25}dx$$