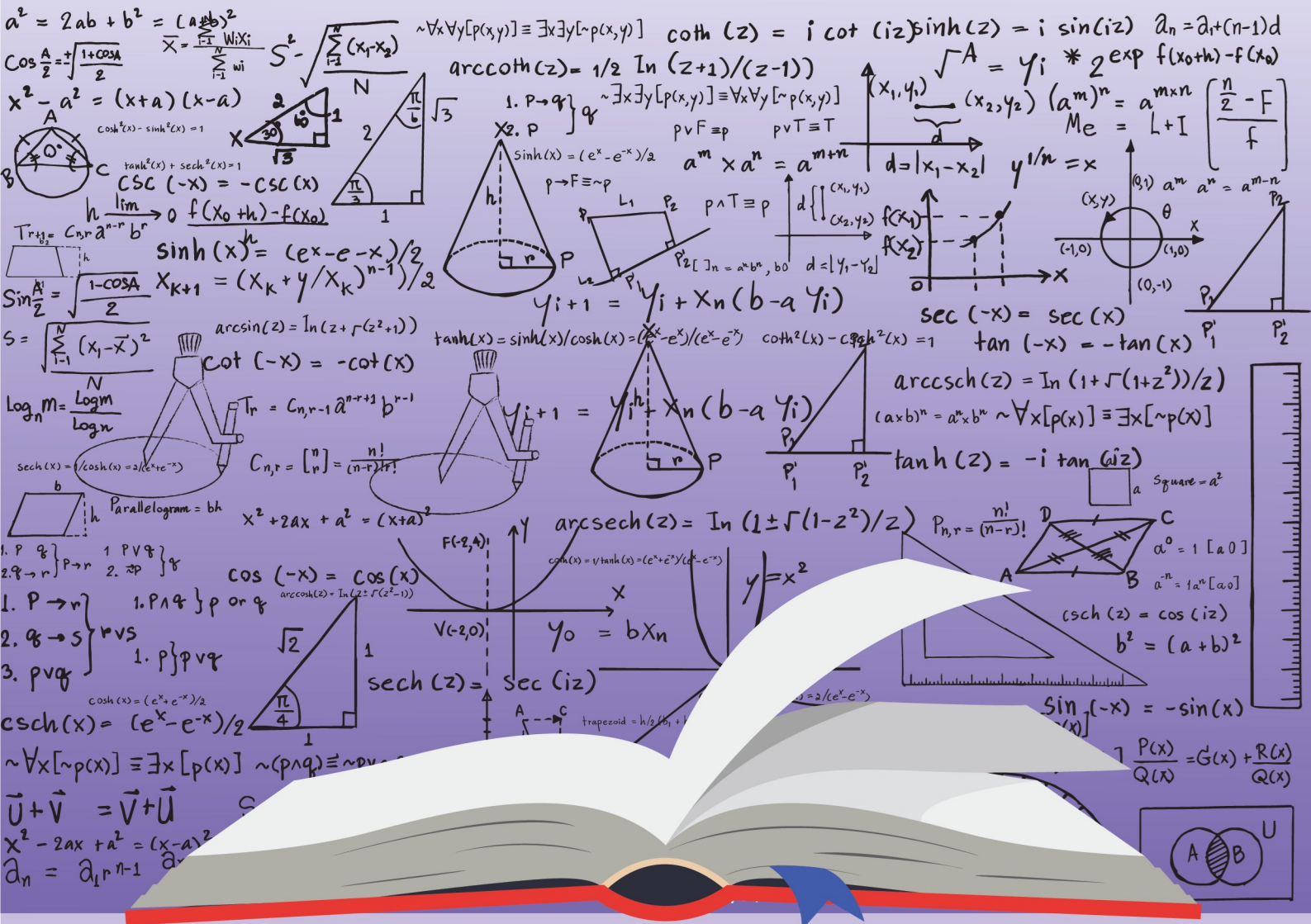
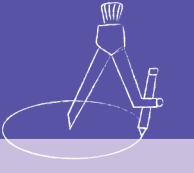


இணைந்த கணிதம்

தொகையீடு





தொகையீடு

$$\frac{d}{dx}\{f(x)\} = f'(x) = g(x) \quad \text{என்க.}$$

$$\therefore \int g(x)dx = f(x) \quad \text{ஆகும்.}$$

அதாவது x குறித்து $g(x)$ இன் தொகையீடு $f(x)$ ஆகும்.

$$\text{மேலும் } \frac{d}{dx}\{f(x) + c\} = g(x) \quad \text{ஆதலால் (இங்கு } c - \text{ மாறிலி)}$$

$$\int g(x)dx = f(x) + c \quad \text{ஆகும்.}$$

இங்கு c தொகையீட்டு மாறிலி எனப்படும்.

NOTE

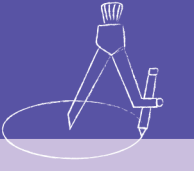
தொகையீட்டு மாறிலி எண்பெறுமானத்தால் வேறுபடலாம்.

நியம வடிவம் 1a

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad / \quad \begin{array}{l} n \neq -1 \\ c - \text{ தொகையீட்டு மாறிலி} \end{array}$$

$$\begin{aligned} pf : - \frac{d}{dx} \left\{ \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \right\} \\ = \frac{1}{(n+1)} (n+1)x^n + 0 \\ = x^n \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$



நியம வடிவம் 1b

$$\int (x + b)^n dx = \frac{(x + b)^{n+1}}{n + 1} + c \quad / \quad n \neq 1$$

நியம வடிவம் 1c

$$\int (ax + b)^n dx = \frac{(ax + b)^{n+1}}{a(n + 1)} + c$$

தொகையீடு சம்மந்தமான முடிவுகள்

$$01. \int kf(x)dx = k \int f(x)dx \quad / \quad k - \text{மாறிலி}$$

$$02. \int \{f(x) \pm g(x)\}dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

உதாரணங்கள்

$$01. \int (x^2 + x^3 + x^{\frac{1}{2}})dx$$

$$= \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + c$$

c - தொகையீட்டு மாறிலி

$$02. \int (x + 2)^{-3} dx$$

$$= \frac{(x + 2)^{-2}}{-2} + c$$

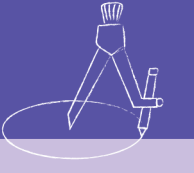
$$03. \int (3x + 1)^{-4} dx$$

$$= \frac{(3x + 1)^{-3}}{(3)(-3)} + c$$

$$04. \int (x + \frac{1}{x})^2 dx$$

$$\int (x^2 + 2 + x^{-2})dx$$

$$= \frac{x^3}{3} + 2x + \frac{x^{-1}}{-1} + c$$



நியம வடிவம் 1

$$\int \{f(x)\}^n f'(x) dx = \frac{\{f(x)\}^{n+1}}{n+1} + c \quad / \quad n \neq -1$$

NOTE

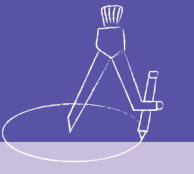
1a,1b,1c என்பன நியம வடிவம் 1 இல் அடங்கும்.

உதாரணங்கள்

$$\begin{aligned} 01. \int (x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} 2x dx \\ = \frac{(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \\ = \frac{2}{3} (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 02. \int (e^x + 1)^{-10} e^x dx \\ = \frac{(e^x + 1)^{-9}}{-9} + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 03. \int (x^4 + x^2 + 1)^{\frac{7}{2}} (4x^3 + 2x) dx \\ = \frac{(x^4 + x^2 + 1)^{\frac{9}{2}}}{\frac{9}{2}} + c \\ = \frac{2}{9} (x^4 + x^2 + 1)^{\frac{9}{2}} + c \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 04. \int (1 + \sin x)^{\frac{1}{2}} \cos x \cdot dx \\
 &= \frac{(1 + \sin x)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \\
 &= \frac{2}{3} (1 + \sin x)^{\frac{3}{2}} + C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 05. \int (1 + \tan x)^{\frac{1}{3}} \sec^2 x \cdot dx \\
 &= \frac{(1 + \tan x)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + c \\
 &= \frac{3}{4} (1 + \tan x)^{\frac{4}{3}} + C
 \end{aligned}$$

பயிற்சி

$$1. \int (ax^2 + 2bx + c)^{-10} (ax + b) dx$$

$$2. \int \sin^{\frac{7}{2}} x \cos x \cdot dx$$

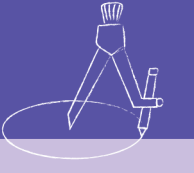
$$3. \int \cos^8 x \cdot \sin x \cdot dx$$

$$4. \int \frac{(\ln x)^7}{x} dx$$

$$5. \int (1 + e^{2x})^{10} e^{2x} dx$$

NOTE

$$\begin{aligned}
 \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx &= \int \{f(x)\}^{-\frac{1}{2}} f'(x) dx \\
 &= \frac{\{f(x)\}^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c \\
 &= 2\sqrt{f(x)} + c
 \end{aligned}$$



உதாரணங்கள்

$$01. \int \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 1}} dx = 2\sqrt{e^x + 1} + c$$

$$02. \int \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx \\ = 2\sqrt{x^2 + 1} + c$$

$$03. \int \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx \\ = 2\sqrt{1 + \sin x} + c$$

$$04. \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{4 + \sin^2 x}} dx \\ = 2\sqrt{4 + \sin^2 x} + c$$

நியம வடிவம் 2

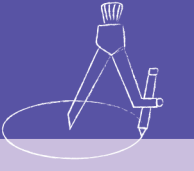
$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$$

$$pf : -\frac{d}{dx} \{\ln|f'(x) + c|\} \\ = \frac{1}{f(x)} f'(x) + 0 \\ = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + C$$

தொகுப்பு : திரு மு.ராகுலன், ஆசிரியர் இணைந்த கணிதம் (யா/மகாஜனா கல்லூரி)

கணினிவடிவமைப்பு திரு கோ.கேதாரன், த.தொ.தொ. ஆசிரியர் (வ/தரணிக்குளம் கணேஸ் வித்தியாலயம்)



உதாரணங்கள்

$$01. \int \frac{2x}{x^2 + 2} dx$$

$$= \ln(x^2 + 1) + c$$

$$02. \int \frac{I^x}{e^x + 1} dx$$

$$= \ln(e^x + 1) + c$$

$$03. \int \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$= \int \frac{\frac{1}{x}}{\ln x} dx$$

$$= \ln(\ln x) + c$$

$$04. \int \frac{1 + \ln x}{x \ln x} dx$$

$$= \ln|x \ln x| + c$$

$$05. \int \frac{x(\cos x + \sin x)}{x \sin x} dx$$

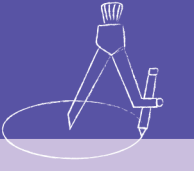
$$= \ln|x \sin x| + c$$

நியம வடிவம் 3

$$\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + c$$

$$01. \int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x} \cdot 2 dx$$

$$= \frac{1}{2} e^{2x} + c$$



$$02. \int (e^{3x} + e^{4x} + e^{5x}) dx$$

$$= \frac{e^{3x}}{3} + \frac{e^{4x}}{4} + \frac{e^{5x}}{5} + c$$

$$03. \int e^{\sin x} \cos x dx$$

$$= e^{\sin x} + c$$

$$04. \int \frac{1}{x} e^{\ln x} dx = \int e^{\ln x} \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= e^{\ln x} + c$$

$$05. \int \frac{1}{x^3} e^{\frac{1}{x^2}} dx = \frac{-1}{2} \int e^{x^{-2}} (-2)x^{-3} dx$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot e^{x^{-2}} + c$$

பயிற்சி

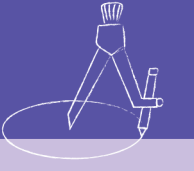
$$1. \int (e^x + e^{-x})^2 dx$$

$$2. \int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$$

$$3. \int \frac{(\ln x)^n}{x} dx$$

$$4. \int \frac{x^3 + x}{(x^4 + 2x^2 + 1)^6} dx$$

$$5. \int x^4 e^{x^5} dx$$



NOTE

$$1. \int d(4x) = \int \frac{d(4x)}{dx} \cdot dx = 4 \int dx$$

$$2. \int d(\sin x) = \int \cos x dx$$

$$3. \int d(\cos x) = -\int \sin x dx$$

$$4. \int d(e^x) = \int e^x dx$$