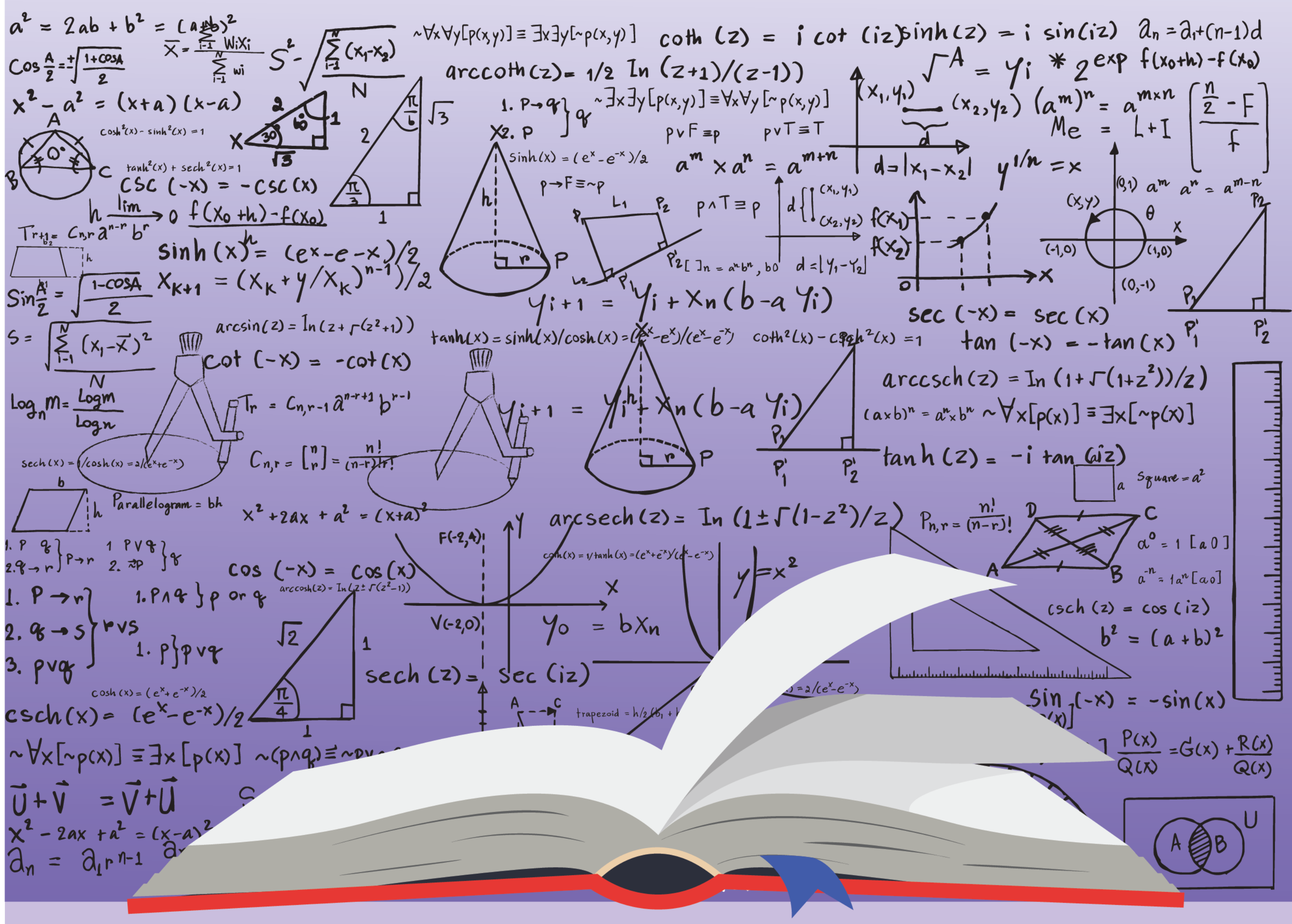
வளையி ஒன்றின் சுவட்டை வரைதல்



e-தக்சலாவ கல்விக்கூடம்
The National e-learning Portal for The General Education
Start Your Learning Journey with e-thaksalawa

தேர்ச்சி 15.0

தேர்ச்சி மட்டம் 15.3

வளையி ஒன்றின் சுவட்டை வரைதல்

உதாரணம் 1

$y = \dfrac{1}{(x-1)(x+2)}$ **என்ற வளையியை பருமட்டாக வரைக.**

(i) ஆள்கூற்று அச்சுக்களை வெட்டும் புள்ளிகள்

$x = 1$ ஆக $y = -\dfrac{1}{2}$

$\therefore$ வளையி y அச்சை $\left(0, -\dfrac{1}{2}\right)$

$y = 0$ ஆக $0 = \dfrac{1}{(x-1)(x+2)}$

x இற்கு தீர்வு இல்லை.

$\therefore$ வளையி x அச்சை வெட்டாது.

(ii) அணுகுகோடுகள்

$x = 0, x = -2$ ஆகும் போது பகுதியில் உள்ள கோவை பூச்சியமாகும்.

$x = 1, x = -2$ ஆகிய நிலைக்குத்துக் கோடுகள் அணுகுகோடுகளாக அமையும்.

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{1}{(x-1)(x+2)} = -\alpha, \lim_{x\to 1^+} \frac{1}{(x-1)(x+2)} = \alpha$$

$$\lim_{x\to -2^-} \frac{1}{(x-1)(x+2)} = \alpha, \lim_{x\to -2^+} \frac{1}{(x-1)(x+2)} = -\alpha$$

$$\lim_{x\to \pm\alpha} \frac{1}{(x-1)(x+2)} = 0$$ அதாவது $x \to \pm\alpha$ ஆக $y \to 0$

$\therefore y = 0$ ஓர் கிடை அணுகுகோடு.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

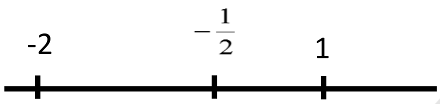
(iii) $y = \dfrac{1}{(x-1)(x+2)}$

$$\frac{dy}{dx} = -1\{(x-1)(x+2)\}^{-2}.(2x+1)$$

$$= -\frac{2x+1}{(x-1)^2(x+2)^2}$$

$x = -\dfrac{1}{2}$ ஆக $\dfrac{dy}{dx} = 0$

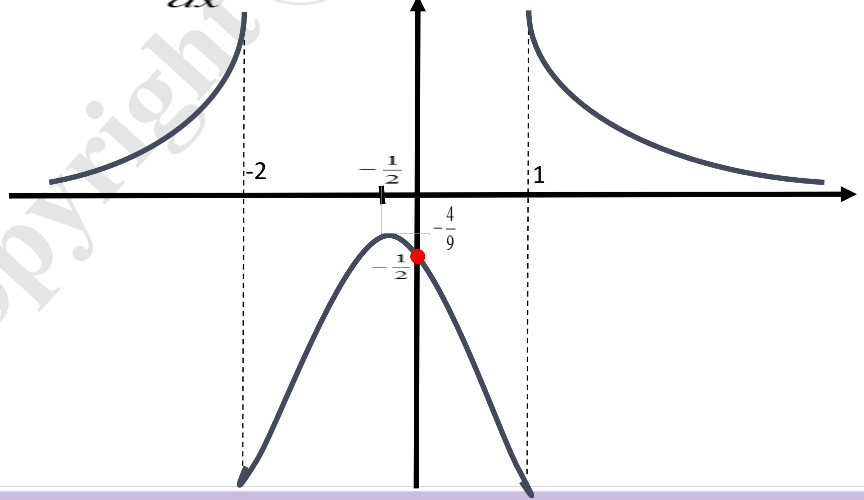
$x = -\dfrac{1}{2}$ ஆக $y = -\dfrac{4}{9}$



X<-2	-2< x < $-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$ < x <1	X>1
$\frac{dy}{dx} > 0$	$\frac{dy}{dx} > 0$	$\frac{dy}{dx} < 0$	$\frac{dy}{dx} < 0$
சார்பு அதிகரிக்கும் ↗	சார்பு அதிகரிக்கும் ↗	சார்பு குறைவடையும் ↘	சார்பு குறைவடையும் ↘

$\left(-\frac{1}{2}, -\frac{4}{9}\right)$ என்பது ஓர் உயர்வுப்புள்ளி.

x=-2, x=1 இல் $\frac{dy}{dx}$ வரையறுக்கப்படவில்லை எனவே அட்டவணையில் அவை நீக்கப்பட்டுள்ளன.



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் 2

$y=\dfrac{3x-5}{(x-1)(x+1)}$ **என்ற வளையியை பருமட்டாக வரைக.**

$x=0$ ஆக $y=5$

$y=0$ ஆக $x=\dfrac{5}{3}$

$\therefore$ $(0,5),(\frac{5}{3},0)$ ஆகிய புள்ளிகளினூடு வளையி செல்லும்.

$x=1, x=-1$ என்பன நிலைக்குத்து அணுகுகோடுகள்.

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{3x-5}{(x-1)(x+1)}=\alpha \qquad \lim_{x\to 1^+}\frac{3x-5}{(x-1)(x+1)}=-\alpha$$

$$\lim_{x\to -1^-}\frac{3x-5}{(x-1)(x+1)}=-\alpha \qquad \lim_{x\to -1^+}\frac{3x-5}{(x-1)(x+1)}=\alpha$$

$$\lim_{x\to\pm\alpha}\frac{3x-5}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to\pm\alpha}\frac{\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2}}{(1-\frac{1}{x})(1+\frac{1}{x})}=0$$

$\therefore$ $y=0$ ஓர் கிடை அணுகுகோடு.

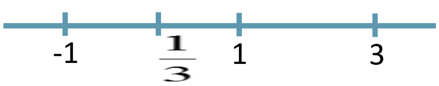
$$\frac{dy}{dx}=\frac{(x^2-1)3-(3x-5)(2x)}{(x-1)^2(x+1)^2}$$

$$=\frac{-3x^2+10x-3}{(x-1)^2(x+1)^2}$$

$$=-\frac{(x-3)(3x-1)}{(x-1)^2(x+1)^2}$$

$x=3, x=\frac{1}{3}$ ஆக $\dfrac{dy}{dx}=0$

$$x=3\Rightarrow y=\frac{1}{2}, x=\frac{1}{3}\Rightarrow y=\frac{9}{2}$$

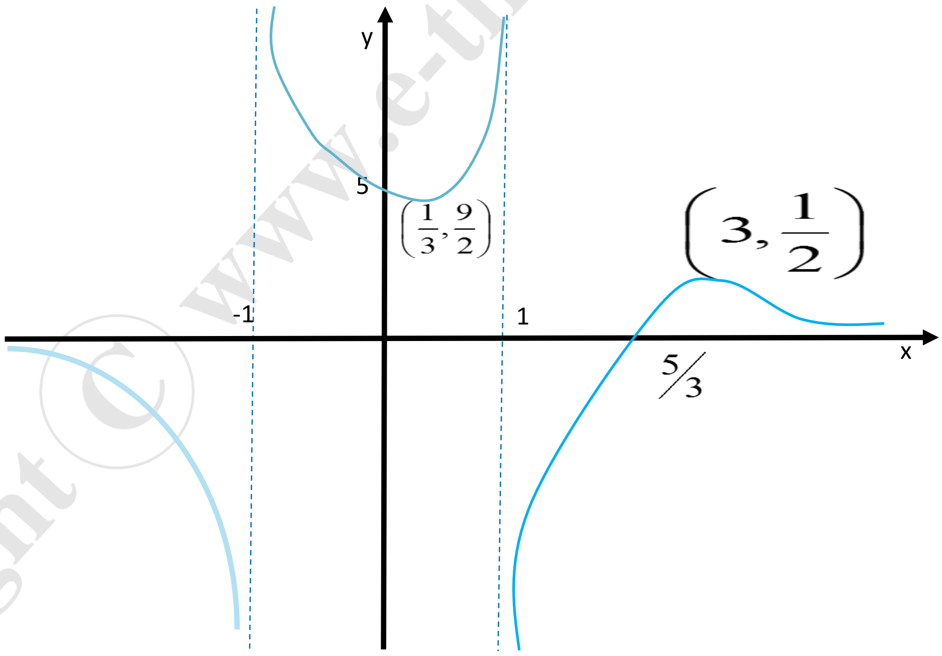


Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

X<-1	$-1 < x < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} < x < 1$	1 < x < 3	X > 3
$\frac{dy}{dx} < 0$	$\frac{dy}{dx} < 0$	$\frac{dy}{dx} > 0$	$\frac{dy}{dx} > 0$	$\frac{dy}{dx} < 0$
↘	↘	↗	↗	↘

$\left(\frac{1}{3}, \frac{9}{2}\right)$ என்பது ஓர் இழிவுப்புள்ளி

$\left(3, \frac{1}{2}\right)$ என்பது ஓர் உயர்வுப்புள்ளி



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் 3

$y = x(x-2)^3$ **என்ற வளையியைப் பரும்படியாக வரைக.**

$x = 0 \Rightarrow y = 0$

$y = 0 \Rightarrow x = 0$ or $x = 2$

$(0,0),(2,0)$ ஆகிய புள்ளிகளினூடு வளையி செல்லும்

$$\lim_{x\to\pm\alpha} x(x-2)^3 = \lim_{x\to\pm\alpha} x^4(1-\frac{2}{x})^3 = +\alpha$$

கிடை நிலைக்குத்து அணுகு கோடுகள் இல்லை

$x \longrightarrow \pm\alpha$ ஆக $y \longrightarrow +\alpha$

$y = x(x-2)^3$

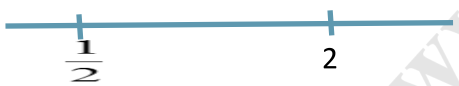
$$\frac{dy}{dx} = x3(x-2)^2 + (x-2)^3(1)$$

$$= 2(x-2)^2(2x-1)$$

$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow x = 2$ or $x = \frac{1}{2}$

$x = 2 \Rightarrow y = 0$

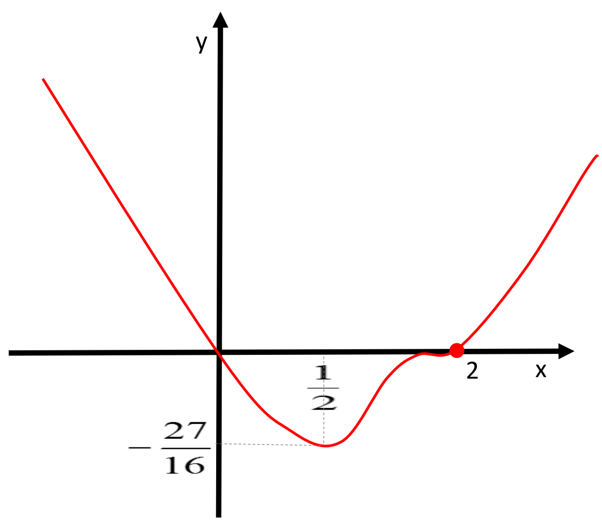
$x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{27}{16}$



$x < \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} < x < 2$	$x > 2$
$\frac{dy}{dx} < 0$	$\frac{dy}{dx} > 0$	$\frac{dy}{dx} > 0$
↘	↗	↗

$\left(\frac{1}{2},-\frac{27}{16}\right)$ ஓர் இழிவுப்புள்ளி

$(2,0)$ விபத்திப்புள்ளி



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் 4

$y = x^{\frac{2}{3}}$ **ஐ பருமட்டாக வரைக.**

வளையி $(0,0)$ இனூடு செல்லும்.

$x \to \pm\alpha$ ஆக $y \to +\alpha$

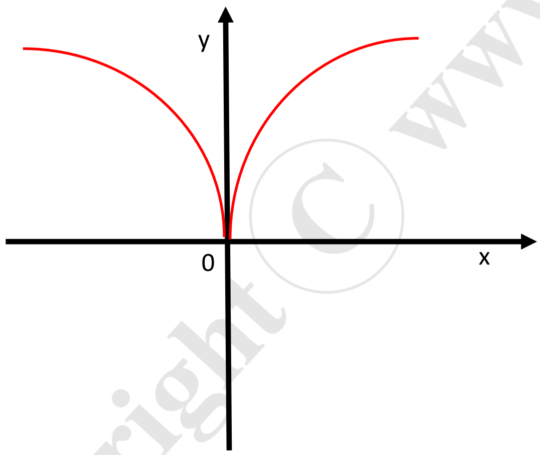
$$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{2}{3x^{\frac{1}{3}}}$$

$x = 0$ இல் $\frac{dy}{dx}$ வரையறுக்கப்படவில்லை.

$x = 0$ இலுள்ள தொடலி Y அச்சிற்கு சமாந்தரமாக இருக்கும்.

X < 0	X > 0
$\frac{dy}{dx} < 0$	$\frac{dy}{dx} > 0$
↘	↗



குறிப்பு :$(0,0)$ என்பது இவ்வளையியின் ஓர் இழிவுப் புள்ளியாகும் ஆனால் $x = 0$ இல் $\frac{dy}{dx}$ வரையறுக்கப்படவில்லை.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் 5

$y = x^{\frac{1}{3}}$ **ஐ பருமட்டாக வரைக.**

வளையி $(0,0)$ இனூடு செல்லும்.

X → + α ஆக y → α

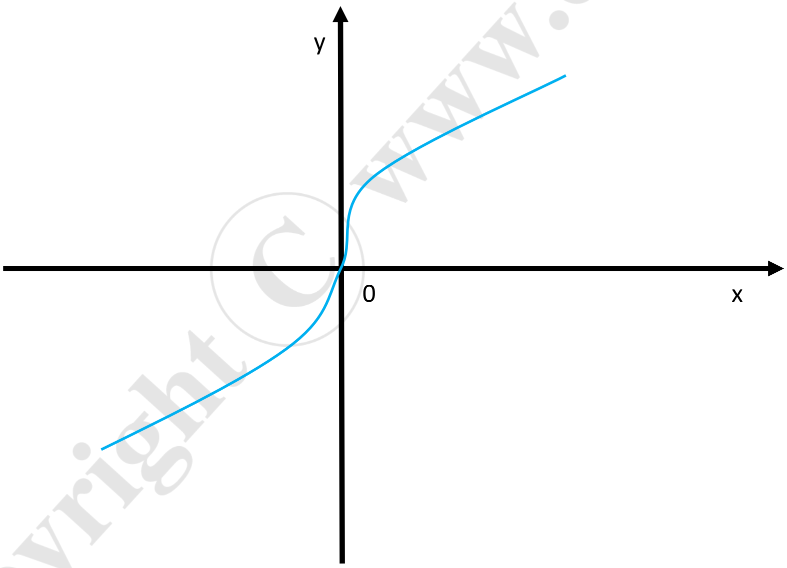
X → - α ஆக y → - α

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{3x^{2/3}}$$

$x = 0$ இல் $\frac{dy}{dx}$ வரையறுக்கப்படவில்லை.

X < 0	X > 0
$\frac{dy}{dx} > 0$	$\frac{dy}{dx} > 0$
↗	↗

$x = 0$ இலுள்ள தொடலி Y அச்சிற்கு சமாந்தரமாக இருக்கும்.



குறிப்பு : $(0,0)$ என்பது ஓர் விபத்திப்புள்ளியாகும்.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

பயிற்சிகள்

1. $x \neq \pm 1$ இற்கு $f(x) = \dfrac{(x-2)^2}{x^2-1}$ எனக் கொள்வோம்.

   $f(x)$இன் பெறுதி $f'(x) = \dfrac{2(x-2)(2x-1)}{(x^2-1)^2}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக. அணுகுகோடுகளையும் திரும்பற் புள்ளிகளையும் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபை பருமட்டாக வரைக. இதிலிருந்து சமனிலி $\dfrac{(x-2)^2}{x^2-1} > 0$ ஐத் தீர்க்க.

2. $y = \dfrac{x^2}{x^2-3x+3}$ ஐ பரும்படியாக வரைக.

3. பின்வரும் சார்புகளை பருமட்டாக வரைக.

   (i) $y = \dfrac{x^3}{x^2-1}$

   (ii) $y = x(x^2-3)$

   (iii) $y = \dfrac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$

   (iv) $y = \dfrac{x^2(x+1)^3}{(x-2)^2(x-4)^4}$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உத்தமமாக்கல் பிரசினங்கள்

உதாரணம் 1

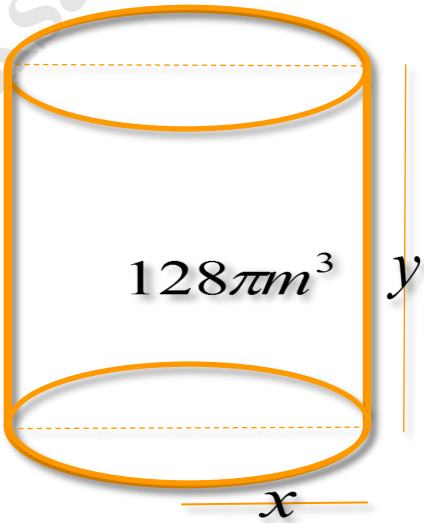
மூடியுள்ள ஒரு செவ்வட்ட உருளைக் கொள்கலம் $128\pi m^3$ கனவளவைக் கொண்டிருக்குமாறு செய்யப்படவேண்டியுள்ளது. குறைந்தபட்சப் பரப்பளவுள்ள ஒரு மெல்லிய தகட்டு உலோகத்தை இதற்காகப் பயன்படுத்த வேண்டுமெனின், கொள்கலத்தின் ஆரையையும் உயரத்தையும் காண்க. இழிவு பரப்பளவையும் காண்க.

உருளையின் ஆரை **x** எனவும் உயரம் **y** எனவும் கொள்வோம்.

கனவளவு $= \pi x^2 y$

$$\pi x^2 y = 128\pi$$

$$x^2 y = 128 \quad \text{——①}$$



பரப்பளவு A என்க.

$$A = 2\pi xy + 2\pi x^2 \quad \text{——②}$$

①,②⇨ $$A = 2\pi x\left(\frac{128}{x^2}\right) + 2\pi x^2$$

$$A = 2\pi\left(\frac{128}{x} + x^2\right)$$

$$\frac{dA}{dx} = 2\pi\left(-\frac{128}{x^2} + 2x\right)$$

$$\frac{dA}{dx} = 4\pi\left(\frac{x^3 - 64}{x^2}\right)$$

$$\frac{dA}{dx} = 0 \Rightarrow x^3 = 64$$

$$x = 4$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

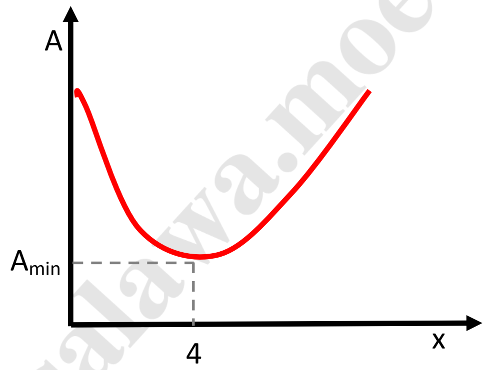
0 < x < 4	X = 4	X > 4
$\frac{dA}{dx} < 0$	$\frac{dA}{dx} = 0$	$\frac{dA}{dx} = 0$

$\therefore\ x = 4$ ஆக A இழிவாகும்.

$x = 4$ ஆக $y = \frac{128}{16} = 8$

$$A_{min} = 2\pi(4)(8) + 2\pi(4)^2$$

$$= 96\pi$$



பரப்பளவு இழிவாக இருக்கும் உருளையின்

ஆரை = 4 m

உயரம் = 8 m

இழிவுப் பரப்பளவு $= 96\pi m^2$

உதாரணம் 2

ஒரு நீராவிக் கப்பலுக்கு நிலக்கரிக்காகவும் கூலிக்காகவும் ஏற்படும் செலவு நாளொன்றுக்கு முறையே $4k^2v^2, \frac{c^3}{v}$ ஆகும். v என்பது வேகமும் k, c என்பன மாறிலிகளாகும். சிக்கனமான பயணத்திற்கு நிலக்கரிக்காகும் செலவு கூலிக்காகும் செலவின் பாதியாகவேண்டுமெனக் காட்டுக.

மொத்தச் செலவு A எனக்

$$A = 4k^2v^2 + \frac{c^3}{v}$$

$$\frac{dA}{dv} = 4k^2 2v - \frac{c^3}{v^2}$$

$$= 8k^2\left(v^3 - \frac{c^3}{8k^2}\right)$$

$$\frac{dA}{dv} = 0 \Rightarrow v^3 = \frac{c^3}{8k^2}$$

$$v = \frac{c}{2k^{2/3}} = v_0$$ (என்க.)

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

$v < v_0$	$v = v_0$	$v > v_0$
$\frac{dA}{dv} < 0$	$\frac{dA}{dv} = 0$	$\frac{dA}{dv} > 0$

$\therefore\ v = v_0$ இல் A இழிவு.

$v = v_0$ ஆக

$$\frac{\text{நிலக்கரிக்காகும் செலவு}}{\text{கூலிக்காகும் செலவு}} = \frac{4k^2v_0^2}{c^3/v_0}$$

$$= \frac{4k^2v_0^3}{c^3}$$

$$= \frac{4k^2\ c^3/8k^2}{c^3}$$

$$= \frac{1}{2}$$

∴ நிலக்கரிக்காகும் செலவு கூலிக்காகும் செலவில் பாதியாக வேண்டும்.

1. மூடியுள்ள ஒரு செவ்வட்ட உருளைக் கொள்கலம் $128\pi m^3$ கனவளவைக் கொண்டிருக்குமாறு செய்யப்பட வேண்டியுள்ளது. குறைந்தபட்சப் பரப்பளவுள்ள ஒரு மெல்லிய தகட்டு உலோகத்தை இதற்காகப் பயன்படுத்த வேண்டுமெனின், கொள்கலத்தின் ஆரையையும் உயரத்தையும் காண்க.
2. நீளம் l ஐ உடைய மெல்லிய கம்பி ஒன்று ஒரு வட்டத்தின் ஓர் ஆரைச்சிறையின் முழுச்சுற்றளவின் வடிவத்திற்கு வளைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆரைச்சிறையின் பரப்பளவு ½r(l-2r) எனக்காட்டுக. இங்கு r ஆனது வட்டத்தின் ஆரையாகும். ஆரைச்சிறையின் பரப்பளவு மிகப்பெரிதாக இருக்கத்தக்கதாக r இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. ஆரைச்சிறையின் கோணத்தையும் ஆரையனில் காண்க.
3. சதுர அடியைக் கொண்ட கனவுரு வடிவத்தில் இருக்கும் மூடிய பெட்டி ஒன்றின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $15000\ cm^2$ ஆகும். பெட்டியில் உள்ளடைக்கப்படும் உயர்ந்தபட்ச கனவளவு $125000\ cm^3$ எனக்காட்டுக.
4. விவசாயி ஒருவர் ஒரு செவ்வகக் காணித் துண்டை ஒரு வேலியினால் உள்ளடைத்து, பின்னர் அதன் பக்கங்களில் ஒன்றுக்குச் சமாந்தரமாக வேறொரு வேலியை அமைப்பதன் மூலம் அக்காணித்துண்டை இரு துண்டுகளாகப் பிரிக்க வேண்டியுள்ளது. வேலிகளின் மொத்த நீளம் 1800 மீற்றர் எனின் அதனால் உள்ளடைக்கத்தக்க மிகப்பெரும் பரப்பளவை உடைய செவ்வக காணித்துண்டின் பரிமாணங்களைக் காண்க.
5. ஒரு சதுர அட்டைத்தாளை எடுத்து ஒவ்வொரு மூலையிலிருந்தும் ஒரே அளவுள்ள ஒவ்வொரு சதுரத்தை அகற்றிப் பின்னர் வெட்டப்பட்ட விளிம்புகளை இணைப்பதன் மூலம் சதுர அடித்தளமுள்ள ஒரு திறந்த செவ்வகப் பெட்டி அமைக்கப்படுகின்றது. அட்டைத்தாளின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் l எனின் பெட்டியின் உயர் கனவளவைக் காண்க.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

6. 11 மீற்றர் நீளமுள்ள கம்பி ஒன்று இரு பகுதிகளாக வெட்டப்பட்டுள்ளது. ஒரு பகுதி சதுரமாகவும் மற்றைய பகுதி சமபக்க முக்கோணியாகம் வளைக்கப்படுகின்றன. சதுரத்தினாலும் முக்கோணியிகாலும் உள்ளடைக்கப்படும் மொத்தப் பரப்பளவு இழிவாக இருக்கத்தக்கதாக கம்பியை எங்கனம் வெட்டுதல் வேண்டும்? மொத்தப்பரப்பளவு இழிவாக இருக்கும் போது அப்பரப்பளவைக் காண்க.

7. யன்னல் ஒன்று ஒரு செவ்வகத்தின் மீது அரைவட்டம் ஏற்றப்பட்டுள்ள வடிவத்தை உடையது. யன்னலின் மொத்தச் சுற்றளவு 20m ஆகும். யன்னலின் மொத்தப் பரப்பளவு உயர்ந்தபட்சமாக இருக்கத்தக்கதாக யன்னலின் பரிமாணங்களைக் காண்க.

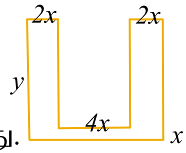
8. அடி ஆரை a உம் உயரம் h உம் உடைய திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பு ஒன்றிலிருந்து ஓரச்சாக இருக்குமாறு வெட்டி அகற்றக்கூடிய உருளையின் உயர்கனவளவு $\frac{4}{27}\pi a^2 h$ எனக்காட்டுக.

9. 6m நீளமுள்ள ஒரு மெல்லிய இரும்புக்கம்பியானது ABCD என்னும் ஒரு செவ்வக வடிவமாக வளைக்கப்படுகின்றது. அக்கம்பி BC, CD, DA வழியே இரு மடிப்பாகவும், AB வழியே ஒரு மடிப்பாகவும் அமைந்துள்ளது. ABCD யின் உயர்பரப்பளவைக் காண்க.

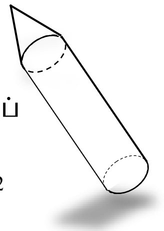
10. சதுர அடியை உடையதும் மூடி இல்லாததும் $256cm^3$ கொள்ளளவுள்ளதுமான ஒரு செவ்வகபெட்டியை அமைக்க வேுண்டியுள்ளது. இதன் செவ்வகப்பக்கங்களுக்குத் தேவைப்படும் ஆக்கப்பொருளின் ஒரு சதுர சென்ரிமீற்றருக்கான செலவு அடிக்குத்தேவைப்படும் ஆக்கப்பொருளின் ஒரு சதுரசென்ரிமீற்றருக்கான செலவின் 8 மடங்காக இருப்பின், மிக மலிவான பெட்டியின் பரிமாணங்களைக் காண்க.

11. a ஆரையுள்ள திண்மக் கோளம் ஒன்றிலிருந்து 2x உயரமுள்ள செவ்வட்ட உருளையொன்று வெட்டப்படுகின்றது. உருளையின் கனவளவு $2\pi x(a^2-x^2)$ எனக்காட்டுக. அவ்வாறான உருளை ஒன்றின் உயர் கனவளவைக் காண்க.

12. எல்லை செங்கோணங்களில் சந்திக்கும் எட்டு நேர்கோட்டுத் துண்டங்களைக் கொண்டுள்ள ஒரு தோட்டம் உருவில் காணப்படுகின்றது. அதில் தோட்டத்தின் மீற்றரிலான பரிமாணங்கள் காட்டப்பட்டுள்ளன. தோட்டத்தின் பரப்பளவு $800m^2$ எனத்தரப்பட்டுள்ளது. y யை x இன் சார்பில் எடுத்துரைத்து, மீற்றரில் அளக்கப்படும் தோட்டத்தின் சுற்றளவின் குறைந்தபட்சப் பெறுமானத்தைக் காண்க.



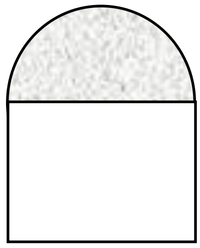
13. இங்கு தரப்பட்டுள்ள உருவில் காணப்படுகின்றவாறு பென்சில் ஒன்று, அதன் உருளை வடிவப் பகுதியின் ஆரை 3mm ஆகவும் உயரம் H mm ஆகவும் இருக்கும் அதேவேளை கூம்பு வடிவப் பகுதியின் உயரம் h mm ஆக இருக்கின்றது. பென்சிலின் கனவளவு $900mm^3$ எனவும், மொத்த மேற்பரப்பளவு $s\ mm^2$ எனவும் தரப்பட்டிருப்பின்,



(i) $H = \frac{100}{\pi} - \frac{h}{3}$ எனக் காட்டுக.

(ii) S இற்கான கோவை ஒன்றைப் பெற்று, அதன் இழிவுப்பெறுமானமானது $h = \frac{6}{\sqrt{5}} mm$ இலே நேர்கின்றதெனக் காட்டுக.

14. உருவில் காட்டப்பட்ட யன்னல் ஒன்று ஒரு செவ்வகத்தின் மீது அரைவட்டம் ஏற்றப்பட்டுள்ள வடிவத்தை உடையது. இதன் அரைவட்டப் பகுதிக்கு வர்ணக் கண்ணாடியும் செவ்வகப் பகுதிக்கு தெளிவான கண்ணாடியும் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. தெளிவான கண்ணாடியின் ஒளிபுகவிடும் தன்மை வர்ணக்கண்ணாடியின் ஒளிபுகவிடும் தன்மையின் (அலகு பரப்பிற்கு) மூன்று மடங்காகும். யன்னலின் சுற்றளவு மாறிலி எனின் உயர் ஒளிபுகவிடும் தன்மைக்கு செவ்வகப் பகுதியின் பக்கநீளங்களின் விகிதங்களைக் காண்க.



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

15. ஒரு நீராவிக் கப்பலுக்கு நிலக்கரிக்காகவும் கூலிக்காகவும் ஏற்படும் செலவு நாளொன்றுக்கு முறையே $4k^2v^2$, $\frac{c^3}{v}$ ஆகும். v என்பது வேகமும் k, c என்பன மாறிலிகளாகும். சிக்கனமான பயணத்திற்கு நிலக்கரிக்காகும் செலவு கூலிக்காகும் செலவின் பாதியாகவேண்டுமெனக் காட்டுக.

16. ஒரு செவ்வட்டக் கூம்புப் பாத்திரத்தின் அடி ஆரை $4\ cm$ உம் குத்துயரம் $20\ cm$ உம் ஆகும். உச்சி கீழே அமையுமாறும் அதன் அச்சு நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறும் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. அதனுள் நிரம்ப நீர் உள்ளது. இதனுள் $1.5cm^3s^{-1}$ வீதத்தில் மெதுவாக நீர் சேர்க்கப்படுகிறது. அதேநேரம் அதன் உச்சியிலுள்ள சிறிய துவாரத்தினூடு $2cm^3s^{-1}$ வீதத்தில் நீர் வெளியேறுகின்றது. நீரின் ஆழம் $12cm$ ஆக இருக்கும்போது உயரமாற்ற வீதத்தைக் காண்க.

17. $h\ cm$ உயரமுள்ள செவ்வட்டக்கூம்பொன்றின் கனவளவு $18\pi\ cm^3$ ஆகும். செவ்வட்டக்கூம்பின் சாய்வுயரம் $\sqrt{h^2 + \frac{54}{h}}cm$ எனக்காட்டுக. h மாறும் போது சாய்வுயரத்தின் மிகக்குறைந்த பெறுமானத்தைக் காண்க.

18. a ஆரையுடைய கோளம் ஒன்றினுள் உள்ளுருவமாக வரையத்தக்க உயர் வளைமேற்பரப்பளவைக் கொண்ட செவ்வட்ட உருளையின் உயரத்தைக் காண்க.

19. தரப்பட்டுள்ள நீளம் l ஐ உடைய ஒரு கம்பி இரு பகுதிகளாக வெட்டப்பட்டுள்ளது. ஒரு பகுதி வட்டவடிவமாக வளைக்கப்பட்டும் மற்றைய பகுதி சதுரமாக வளைக்கப்பட்டும் உள்ளன. வட்டத்தினதும் சதுரத்தினதும் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகை $A(x)$ ஆனது $A(x) = \frac{x^2}{4\pi} + \frac{(1-x)^x}{16}$ சதுர அலகுகளினால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக. இங்கு $x(0 \le x \le l)$ ஆனது வட்டவடிவமாக வளைக்கப்பட்ட கம்பியின் பகுதியின் நீளமாகும். இதிலிருந்து சதுரத்தின் பக்கம் வட்டத்தின் விட்டத்திற்குச் சமமக இருக்கும் போது பரப்பளவு $A(x)$ இழிவாகுமெனக் காட்டுக.

20. ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பினுள் ஓர் உருளை உள்ளுருவமாக வரையப்படுமாயின் அதன் குத்துயரம் கூம்பின் குத்துயரத்தின் அரைப்பங்காகுமிடத்து அதன்வளைபரப்பு உயர்வாகுமெனக் காட்டுக.

21. செவ்வகச் சுவரொட்டி ஒன்று, அதன் இடப்பக்கத்திலும் வலப்பக்கத்திலும் ஒவ்வொன்றும் $6cm$ அகலமுள்ள ஓரங்களினாலும் மேற்பக்கத்திலும் கீழ்ப்பக்கத்திலும் ஒவ்வொன்றும் $8cm$ அகலமுள்ள ஓரங்ளினாலும் சூழப்பட்ட $972cm^2$ பரப்பளவுள்ள ஒரு செவ்வக அச்சிடப்பட்ட பிரதேசத்தைக் காட்சிப்படுத்துமாறு, செய்யப்பட வேண்டியுள்ளது. மிகச் சிறிய பரப்பளவைக் கொண்ட சுவரொட்டியின் பரிமாணங்களைக் காண்க.

22. திண்டக் கோளம் ஒன்றிலிருந்து, கோளத்தின் மையத்தினூடாகச் செல்கின்ற அச்சைக் கொண்ட ஒரு செவ்வட்ட உருளை வெட்டப்படுகின்றது. உருளையின் கனவளவானது கோளத்தின் கனவளவின் $\frac{1}{\sqrt{3}}$ இற்கு மேற்பட முடியாதென நிறுவுக.

23. அடைத்த செவ்வட்ட உருளை ஒன்று அதன் கனவளவு $1024\pi cm^3$ ஆக இருக்குமாறு செய்யப்பட வேண்டியுள்ளது. அதன் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் குறைந்தபட்சமாக்கும் உருளையின் ஆயைக் காண்க.

24. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ இற்கு $x - \frac{x^3}{6} < \sin x < x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$ எனக் காட்டுக.

$-\frac{\pi}{2} < x < 0$ இற்கு $x - \frac{x^3}{6} < \sin x < x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$ ஐ உய்த்தறிக.

இரு முடிவுகளையும் பயன்படுத்தி $\lim_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{6}$ எனக் காட்டுக.

தொகுப்பு : ப விமலநாதன் (ஆசிரியர், யாழ்ப்பாணம் இந்துக் கல்லூரி)

கணினி வடிவமைப்பு : திரு.பா.சாயிரூபன் - ஆசிரியர், தகவல் தொடர்பாடல் தொழினுட்பம் (வ/கனகராயன்குளம் மகா வித்தியாலயம்)
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk