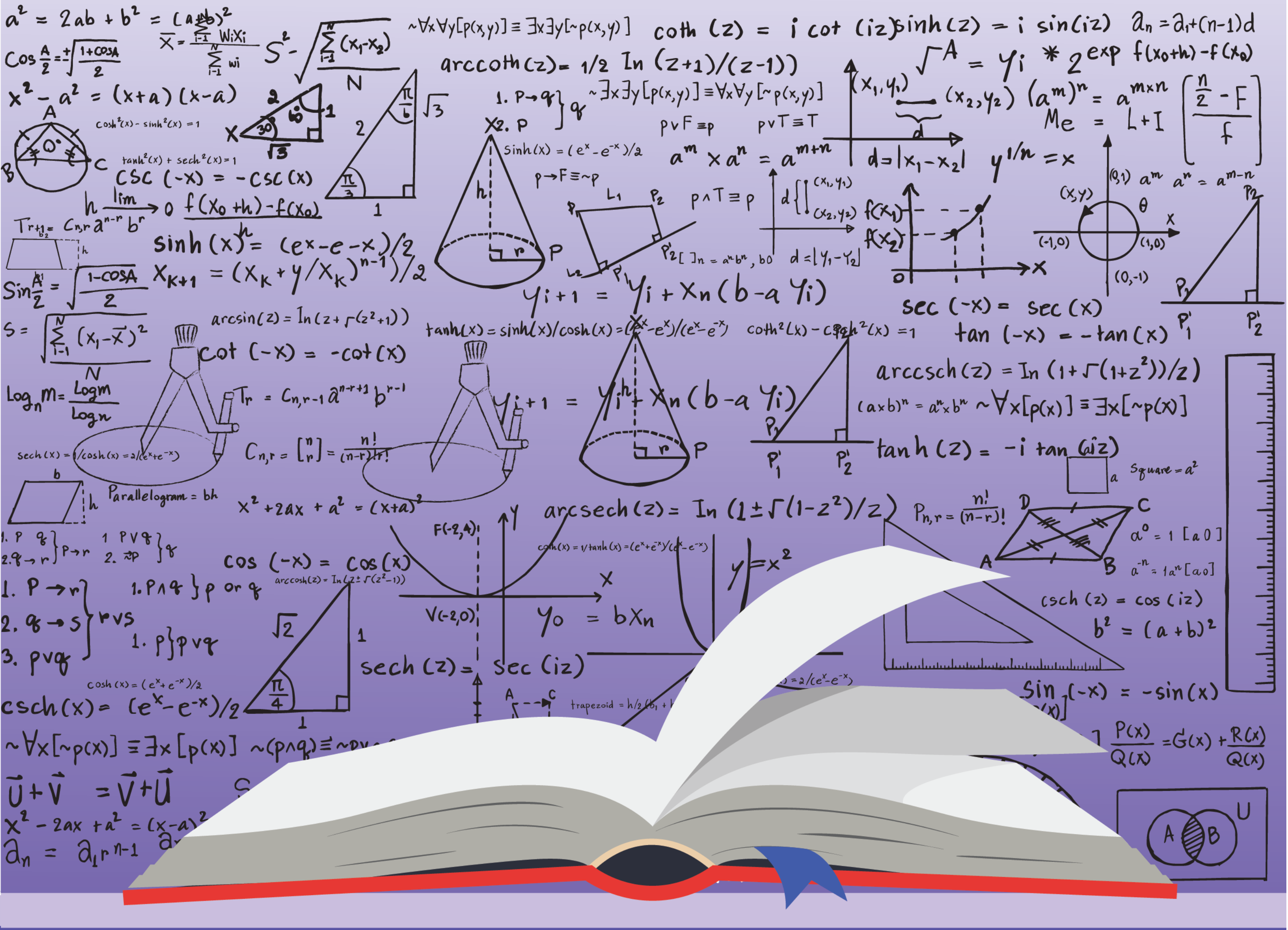
இணைந்த கணிதம்

சராசரி மாற்ற வீதம்



Start Your Learning Journey with e-thaksalawa

The National e-learning Portal for The General Education

தேர்ச்சி மட்டம்: 15.2

சராசரி மாற்ற வீதம்

$f(x)$ என்பது x இன் சார்பு எனக் கொள்வோம்

$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ என்பது மாறி x ஆனது a இலிருந்து a + h இற்கு மாறும் போது $f(x)$ இன் சராசரி மாற்ற வீதம் எனப்படும்

உதாரணம் 9

$f(x) = 3x + 5$ என்ற சார்பின் மாறி x ஆனது 2 இலிருந்து 4 இற்கு மாறும்போது $f(x)$ இன் சராசரி மாற்ற வீதத்தைக் காண்க.

$h = 4 - 2 = 2$

சராசரி மாற்ற வீதம் $= \frac{f(4)-f(2)}{2} = \frac{17-11}{2} = 3$

கணநிலை மாற்ற வீதம்

$f(x)$ என்பது x இன் சார்பு எனக் கொள்வோம்

$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ இற்கு முடிவுள்ள எல்லை இருக்குமாயின் இது $x=x_0$ இல் x குறித்து $f(x)$ இன் கணநிலை மாற்ற வீதம் எனப்படும்.இதை $f(x_0)$ இனால் குறிக்கலாம்.

அதாவது $f'(x_0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

உதாரணம் 10

வட்டம் ஒன்றின் ஆரையானது 3cm/s என்னும் மாறா வீதத்தில் அதிகரிக்கின்றது. அதன் ஆரை 10cm ஆக இருக்கும்போது பரப்பளவு அதிகரிக்கும் வீதத்தைக் காண்க

நேரம் t யில் வட்டத்தின் ஆரை r எனவும் பரப்பளவு A எனவும் கொள்வோம்.

$$\frac{dr}{dt} = 3cm/s$$

$$A = \pi r^2 \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \pi 2r\frac{dr}{dt} = \pi 2r.3 = 6\pi r$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

$$\left(\frac{dA}{dt}\right)_{r=10} = 60\pi cm^2/s$$

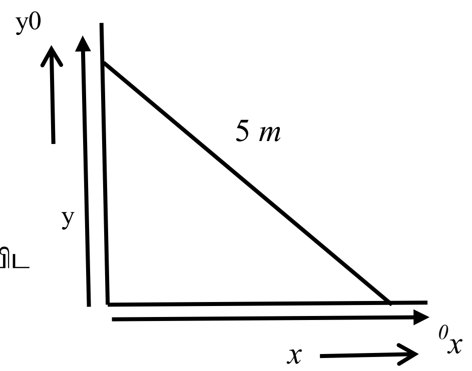
ஆரை 10cm ஆக பரப்பளவு அதிகரிக்கும் வீதம் $= 60\,\pi\, cm^2/s$

உதாரணம் 11

5m நீளமான ஏணியொன்றின் ஒரு முனை தரையிலும் மறுமுனை நிலைக்குத்தான சுவரிலும் தொட்டுக்கொண்டிருக்க வைக்கப்பட்டுள்ளது. கீழ் முனையானது 2cm/s என்னும் மாறா வீதத்தில் தரைவழியே வழுக்குகிறது. கீழ் முனை சுவரிலிருந்து 4m தூரத்தில் இருக்கும்போது ஏணியின் மேல் முனை வழுக்கும் வீதத்தைக் காண்க.

நேரம் t யில் சுவரிலிருந்து ஏணியின் கீழ் முனையின் தூரம் x எனவும் மேல் முனையின் உயரம் y எனவும் கொள்வோம்.

$$\frac{dx}{dt} = 2cm$$



$$X^2 + Y^2 = 25$$

$$2X\frac{dx}{dt} + 2Y\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow 2X(2) + 2Y\frac{dy}{dt} = 0$$ t குறித்து வகையிட

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{2x}{y} \Rightarrow \left(\frac{dy}{dt}\right)_{x=4} = -\frac{2x}{y} = -\frac{2(4)}{3}\left[\because x = 4 \Rightarrow y = 3\right]$$

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)_{x=4} = -\frac{8}{3}$$

$x = 4m$ இல் இருக்கும் போது மேல் முனையானது 8/3 m/s என்னும் வீதத்தில் வழுக்கும்

உதாரணம் 12

ஆரை 16 cm உம் உயரம் 32 cm உம் உடைய கூம்பு வடிவப் பாத்திரமொன்று கவிழ்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. இப்பாத்திரத்தினுள் நீரானது நிமிடத்திற்கு 5 கனசென்ரிமீற்றர் என்னும் வீதத்தில் ஊற்றப்படுகிறது. நீரின் உயரம் 10 cm ஆக இருக்கும்போது நீர்மட்டம் உயரும் வீதத்தைக் காண்க.

நேரம் t இல் நீர்மட்டத்தின் உயரம் h எனவும் நீரின் கனவளவு v எனவும் கூம்பின் அரையுச்சிக் கோணம் α எனவும் கொள்வோம்.

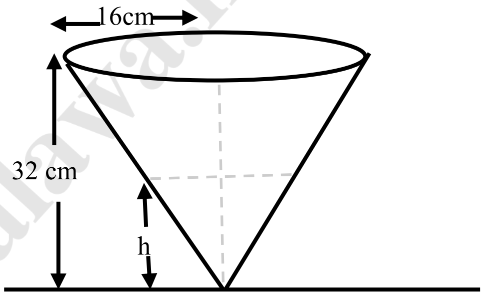
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

$$\tan\alpha = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}, \frac{dv}{dt} = 5cm^3 /$$ நிமிடம்

$$V = \frac{1}{3}\pi(h\tan\alpha)^2 h = \frac{1}{12}\pi h^3 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{1}{12}\pi.3h^2\frac{dh}{dt}$$

$$5 = \frac{1}{12}\pi.3h^2\frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{20}{\pi h^2} \Rightarrow \left(\frac{dh}{dt}\right)_{h=10} = \frac{20}{100\pi}$$

$$\left(\frac{dh}{dt}\right)_{h=10} = \frac{1}{10\pi}cm$$ /நிமிடம்



பயிற்சி 3B

1) கோளவடிவான பலூன் ஒன்றின் ஆரையானது 0.4 cm^{-1} என்ற சீரான வீதத்தில் அதிகரிக்கின்றது. அதன் ஆரை 4 cm ஆக இருக்கும் போது அதன் மேற்பரப்பளவு அதிகரிக்கும் வீதத்தைக் காண்க.

2) சதுரம் ஒன்றின் பக்கமானது நிமிடத்திற்கு 3 cm என்னும் மாறா வீதத்தில் அதிகரிக்கின்றது. அதன் பக்க நீளம் 10 cm ஆக இருக்கும் போது பரப்பளவு அதிகரிக்கும் வீதத்தைக் காண்க.

3) நீர்த்தாங்கி ஒன்று செவ்வட்டக் கூம்பின் அடித்துண்டின் வடிவத்தை உடையது. தாங்கியின் உயரம் 5 மீற்றரும் உச்சியினதும் அடியினதும் ஆரைகள் முறையே 2 மீற்றரும் 1 மீற்றரும் ஆகும். ஆரம்பத்தில் வெறுமையாக இருந்த தாங்கியின் உள்ளே 0.7 கன மீற்றர்/ நிமிடம் என்னும் மாறா விதத்தில் நீர் பம்பப்படுகிறது. அடிய- லிலிருந்து x மீற்றர் $(0 < x < 5)$ உயரத்தில் நீர்மட்டம் இருக்கும் போது தாங்கியில் உள்ள நீரின் கனவளவு $\frac{\pi}{75}(x^3 + 15x^2 + 75x)$ கனமீற்றர் எனக்காட்டுக. X=2 ஆக இருக்கும் போது நீர்மட்டத்தின் உயரம் அதிகரிக்கும் விதத்தைக் காண்க.

தொகுப்பு : திரு.ப.விமலநாதன், ஆசிரியர்- இணைந்தகணிதம் (யா/ யாழ்ப்பாணம் இந்துக்கல்லூரி, யாழ்ப்பாணம்.)
கணினி வடிவமைப்பு : திரு.க.குகதாசன், ஆசிரியர் - த.தொ.தொ (கிளி/புனித பற்றிமா றோ.க.த.க பாடசாலை, உருத்திரபுரம்)

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

4) 5 மீற்றர் நீளமுள்ள ஒரு வளை AB ஆகும். அதன் முனை A ஒரு கிடைத்தரை மீதும் அதன் மற்றைய முனை தரையுடன் 120° கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள ஒரு தளத்திற்கு எதிரேயும் இருக்க ஓய்வில் இருக்கின்றது. வளையைக் கொண்டுள்ள நிலைக்குத்துத் தளம் தரையும் சாய்தளமும் இடைவெட்டும் கோடு l இற்கு செங்குத்தானது. l இலிருந்து A யின் தூரம் $x(<5)$மீற்றர் எனின் l இலிருந்து B யின் தூரம் Y மீற்றரானது சமன்பாடு $x^2 + Y^2 + xy = 25$ ஐத் திருப்தியாக்குகின்றதெனக் காட்டுக. தொடக்கத்திலே முனை B ஆனது l இல் இருந்து 2 மீற்றருக்கு மேற்பட்ட தூரத்தில் இருந்தது. முனை A ஆனது l இலிருந்து 1 மீற்றர்/ நிமிடம் என்னும் வீதத்தில் நழுவிச்செல்லும் எனின் முனை B ஆனது l இல் இருந்து 2 மீற்றர் தூரத்திலிருக்கும் கணத்தில் B சாய்தளத்தின் வழியே l ஐ நோக்கி நழுவும் வீதத்தைக் காண்க. (வளை அதன் இயக்கம் எங்கனம் ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் இருக்கின்றதெனக் கொள்க)

5) ஒரு செவ்வட்டக் கூம்புப் பாத்திரத்தின் அடி ஆரை 4 cm உம் குத்துயரம் 20 cm உம் ஆகும். உச்சி கீழே அமையுமாறும் அதன் அச்சு நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறும் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. அதனுள் நிரப்ப நீர் உள்ளது. இதனுள் 1.5 cm^3s^{-1} வீதத்தில் மெதுவாக நீர் சேர்க்கப்படுகின்றது. அதேநேரம் அதன் உச்சியிலுள்ள சிறிய துவாரத்தினூடு $2cm^3s^{-1}$ வீதத்தில் நீர் வெளியேறுகின்றது. நீரின் ஆழம் 12 cm ஆக இருக்கும் போது உயரமாற்ற வீதத்தைக் காண்க

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk