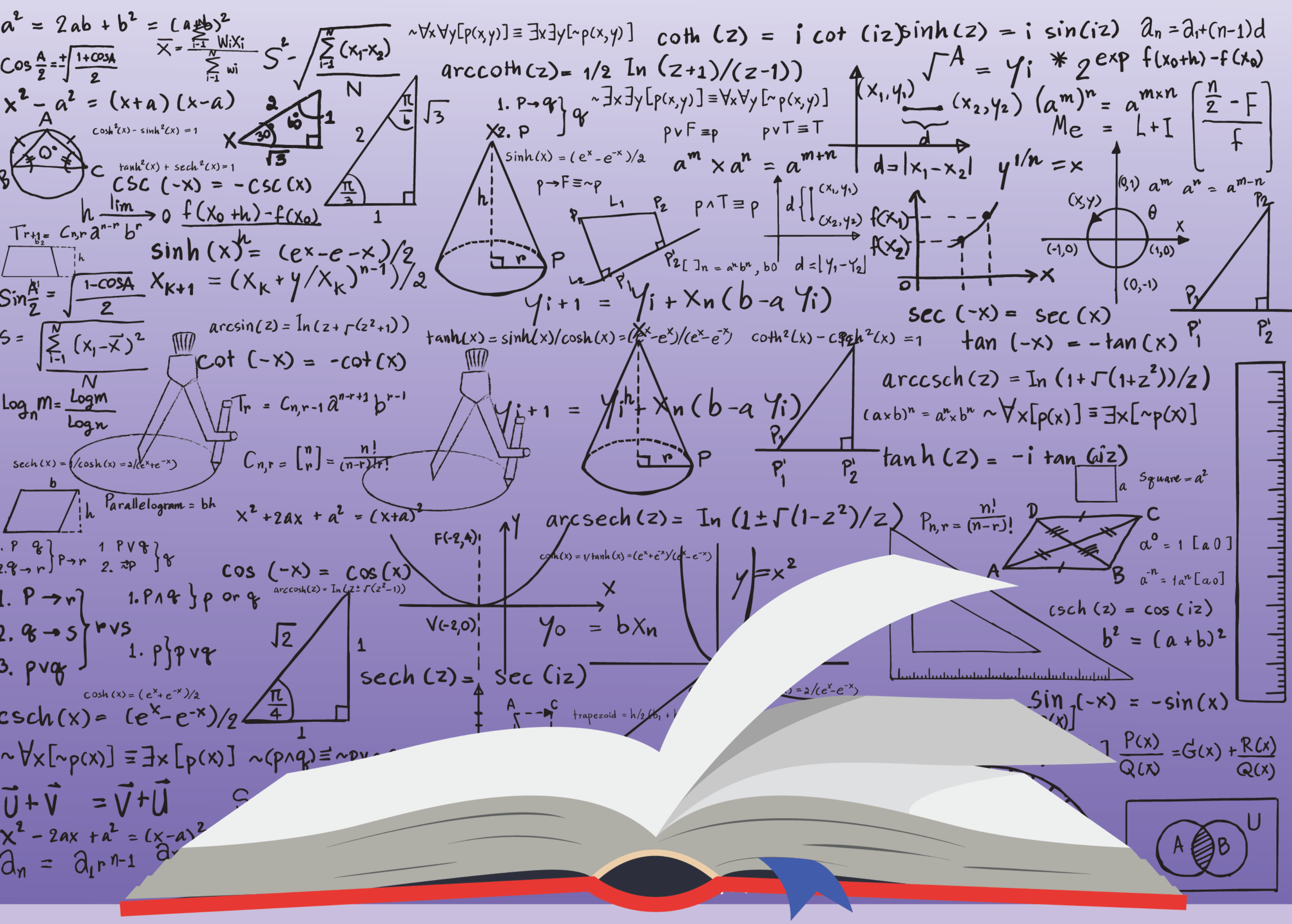
திரும்பற்புள்ளிகளை ஆராய்தல்



3.4 அதிகரிக்கும், குறைவடையும் சார்பு

அதிகரிக்கும் சார்பு

எல்லா $x_1, x_2 \in (a,b)$ இற்கு $x_1 < x_2$ எனின் $f(x_1) \le f(x_2)$ ஆகுமாறு இருப்பின் சார்பு f ஆனது ஆயிடை (a,b) இல் அதிகரிக்கும் சார்பு எனப்படும்.

எல்லா $x_1, x_2 \in (a,b)$ இற்கு $x_1 < x_2$ எனின் $f(x_1) < f(x_2)$ ஆகுமாறு இருப்பின் சார்பு f ஆனது ஆயிடை (a,b) இல் திட்டமாய் அதிகரிக்கும் சார்பு (strictly increasing function) எனப்படும்

குறிப்பு :-

எல்லா $x \in (a,b)$ இற்கும் $f'(x) > 0$ எனின் சார்பு $f(x)$ ஆனது ஆயிடை (a,b) இல் திட்டமாய் அதிகரிக்கும் சார்பு ஆகும்.

குறைவடையும் சார்பு

எல்லா $x_1, x_2 \in (a,b)$ இற்கு $x_1 < x_2$ எனின் $f(x_1) \ge f(x_2)$ ஆகுமாறு இருப்பின் சார்பு f ஆனது ஆயிடை (a,b) இல் குறைவடையும் சார்பு எனப்படும்.

எல்லா $x_1, x_2 \in (a,b)$ இற்கு $x_1 < x_2$ எனின் $f(x_1) > f(x_2)$ ஆகுமாறு இருப்பின் சார்பு f ஆனது ஆயிடை (a,b) இல் திட்டமாய் குறைவடையும் சார்பு (strictly decreasing function) எனப்படும்

குறிப்பு :-

எல்லா $x \in (a,b)$ இற்கும் $f'(x) < 0$ எனின் சார்பு $f(x)$ ஆனது ஆயிடை (a,b) இல் திட்டமாய் குறைவடையும் சார்பு ஆகும்.

3.5 நிலையான புள்ளி

f என்பது x=c இல் வகையிடத்தக்க ஒரு சார்பு எனக் கொள்வோம். $f^{`}(c)=0$ ஆகுமாறுள்ள x=c என்னும் புள்ளி நிலையான புள்ளி எனப்படும். நிலையான புள்ளிகளில் தொடலி x அச்சிற்கு சமாந்தரமாக இருக்கும்.

3.6 தொடர்பு உயர்வு, தொடர்பு இழிவு

எல்லா $x\in(a-\delta,a+\delta)$ இற்கும் $f(a)\geq f(x)$ ஆகுமாறு நேர்எண் δ காணப்படுமாயின் சார்பு $f(x)$ ஆனது x=a இல் தொடர்பு உயர்வைக் கொண்டிருக்கும். மேலும் புள்ளி x=a ஆனது தொடர்பு உயர்வுப் புள்ளி எனப்படும்.

எல்லா $x\in(a-\delta,a+\delta)$ இற்கும் $f(a)\leq f(x)$ ஆகுமாறு நேர்எண் δ காணப்படுமாயின் சார்பு $f(x)$ ஆனது x=a இல் தொடர்பு இழிவைக் கொண்டிருக்கும். மேலும் புள்ளி x=a ஆனது தொடர்பு இழிவுப் புள்ளி எனப்படும்.

உயர்வு இழிவுப் புள்ளிகளை திரும்பற் புள்ளிகள் எனவும் அழைக்கப்படும்.

3.7 முதற் பெறுதிச் சோதனை மூலம் உயர்வு, இழிவு, விபத்திப் புள்ளிகளைக் காணல்

உயர்வுப் புள்ளி

$f(x)$ என்பது x=a இல் ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பு எனக் கொள்வோம்.

1. $f'(a)=0$ ஆகவும்
2. எல்லா $x\in(a-\delta,a)$ இற்கு $f^{'}(x)>0$ ஆகவும்
3. எல்லா $x\in(a,a+\delta)$ இற்கு $f^{'}(x)<0$ ஆகவும்

இருக்குமாறு ஒரு நேரெண் δ காணப்படுமாயின் f(x) இற்கு x=a இல் ஓர் உயர்வுப் புள்ளி உண்டு எனப்படும்

இழிவுப் புள்ளி

$f(x)$ என்பது x=a இல் ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பு எனக் கொள்வோம்

1. $f'(a)=0$ ஆகவும்
2. எல்லா $x \in (a-\delta, a)$ இற்கு $f'(x) < 0$ ஆகவும்
3. எல்லா $x \in (a, a+\delta)$ இற்கு $f'(x) > 0$ ஆகவும்

இருக்குமாறு ஒரு நேரெண் δ காணப்படுமாயின் f(x) இற்கு x=a இல் ஓர் இழிவுப் புள்ளி உண்டு எனப்படும்

விபத்திப் புள்ளி

$f(x)$ என்பது x=a இல் ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பு எனக் கொள்வோம்

1. $f'(a)=0$ ஆகவும்
2. எல்லா $x \in (a-\delta, a)$ இற்கு $f'(x) > 0$ ஆகவும்
3. எல்லா $x \in (a, a+\delta)$ இற்கு $f'(x) > 0$ ஆகவும்

இருக்குமாறு ஒரு நேரெண் δ காணப்படுமாயின் f(x) இற்கு x=a இல் ஓர் விபத்திப் புள்ளி உண்டு எனப்படும்

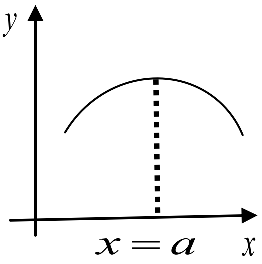
$f(x)$ என்பது x= a இல் ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பு எனக் கொள்வோம்

1. $f'(a)=0$ ஆகவும்
2. எல்லா $x \in (a-\delta, a)$ இற்கு $f'(x) < 0$ ஆகவும்
3. எல்லா $x \in (a, a+\delta)$ இற்கு $f'(x) < 0$ ஆகவும்

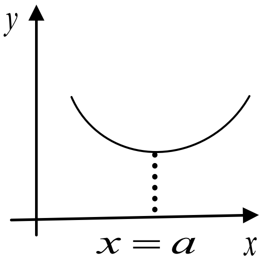
இருக்குமாறு ஒரு நேரெண் δ காணப்படுமாயின் f(x) இற்கு x= a இல் ஓர் விபத்திப் புள்ளி உண்டு எனப்படும்

x ஆனது a இனூடாக அதிகரித்துச் செல்லும் போது $f''(x)$இன் குறிமாறாமல் இருப்பதுடன் வளையி திரும்பும் போக்கு மாறுமாயின் x=a இல் ஓர் உயர்வோ அல்லது ஓர் இழிவோ காணப்படாது. இவ்வாறான புள்ளி விபத்திப் புள்ளி எனப்படும். x=a ஓர் விபத்திப் புள்ளி எனின் $(a-\delta, a)$ இலும் $(a, a+\delta)$ இலும் உள்ள தொடலிகள் வளையியிற்கு இரு பக்கங்களிலும் காணப்படும்.

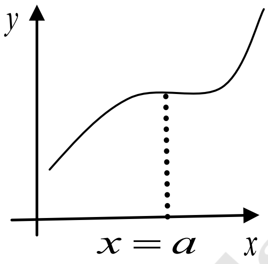
$f'(x) \neq 0$ ஆக உள்ள புள்ளிகளிலும் விபத்திப் புள்ளி காணப்படாம்



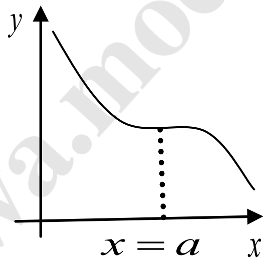
உயர்வுப் புள்ளி



இழிவுப் புள்ளி



விபத்திப் புள்ளி



விபத்திப் புள்ளி

3.8 இரண்டாம் பெறுதிச் சோதனை மூலம் உயர்வு, இழிவு, விபத்திப் புள்ளிகளைக் காணல்

உயர்வுப் புள்ளி

$f(x)$ என்பது x= a இல் ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பு எனக் கொள்வோம்.

1. $f'(a) = 0$ ஆகவும்
2. $f''(a) < 0$ ஆகவும்

இருப்பின் f(x) இற்கு x=a இல் ஓர் உயர்வு உண்டு எனப்படும்

இழிவுப் புள்ளி

$f(x)$ என்பது x=a இல் ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பு எனக் கொள்வோம்.

1. $f'(a) = 0$ ஆகவும்
2. $f''(a) > 0$ ஆகவும்

இருப்பின் f(x) இற்கு x=a இல் ஓர் இழிவு உண்டு எனப்படும்