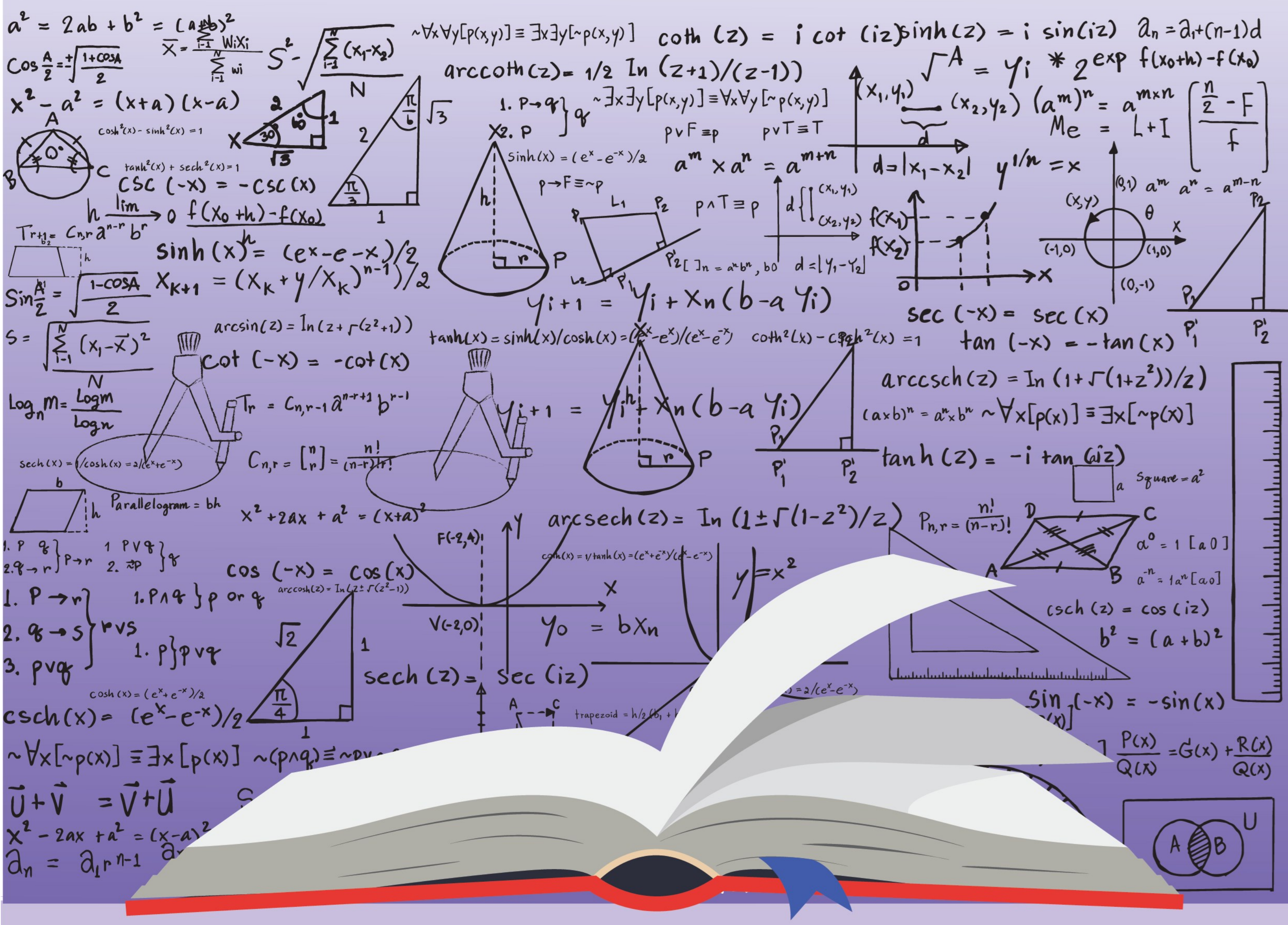
இணைந்த கணிதம்

நியூட்டனின் இயக்க விதிகளின் பிரயோகம்



Start Your Learning Journey with e-thaksalawa

The National e-learning Portal for The General Education

தேர்ச்சி : 3.0 இயக்கம் தொடர்பான நியூட்டன் மாதிரியை உபயோகித்து

தேர்ச்சி மட்டம் : 3.8 சடத்துவச் சட்டமொன்று தொடர்பாக நிகழும் இயக்கமொன்றை விபரிப்பதற்காக நியூட்டனின் இயக்க விதிகளைப் பிரயோகிப்பார்.

3.8.2_3 - நியூட்டனின் இயக்க விதிகளின் பிரயோகம்

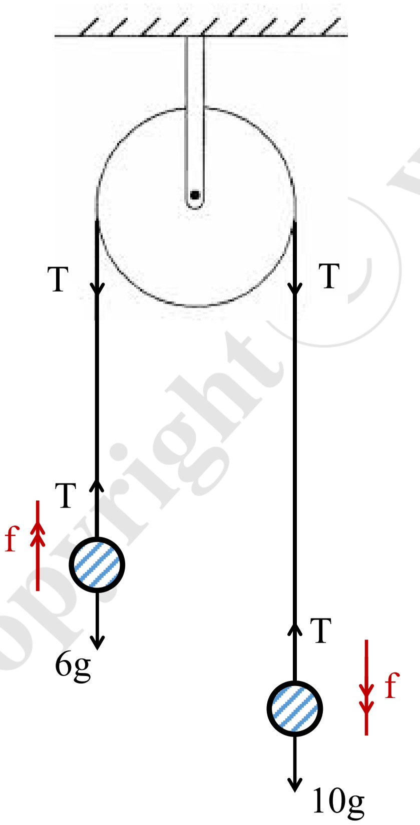
உதாரணம் ①

6kg, 10kg திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் ஓர் இலேசான இழையினால் இணைக்கப்பட்டு ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் செல்கின்றன.

(i) அவற்றின் பொது ஆர்முடுகல்

(ii) இழையின் இழுவை

என்பவற்றைக் காண்க.



F=ma இனை

6g) ↑ $T - 6g = 6f$ → ①

10g) ↓ $10g - T = 10f$ → ②

①+ ②=> $4g = 16f$

$$f = \frac{g}{4}$$

①=> $T = 6g + 6\left(\frac{g}{4}\right)$

$$T = \frac{15g}{2}$$

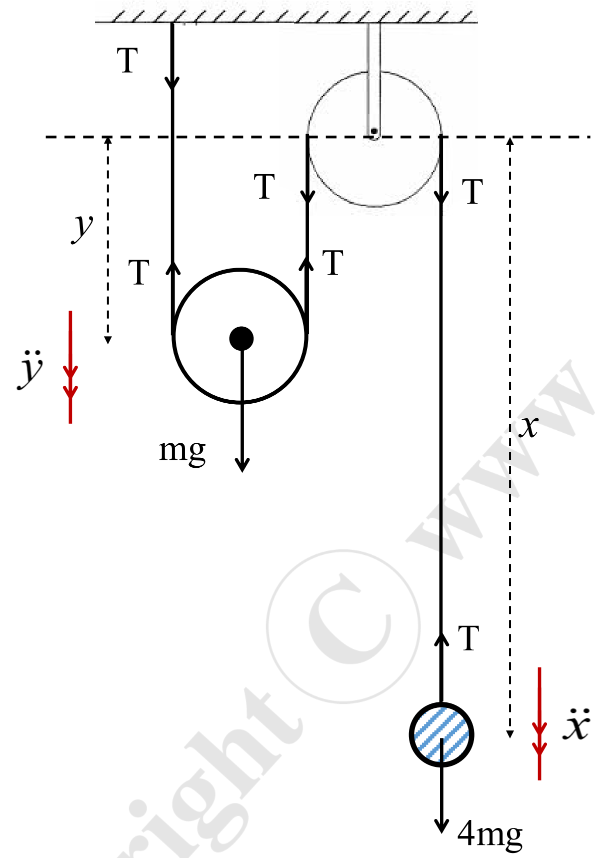
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் ②

இழையொன்று அதன் முனை நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு m திணிவுடைய இயங்கும் கப்பியின் கீழாகச் சென்று பின்னர் நிலையான கப்பியின் மேலாகச் சென்று நுனியில் 4m திணிவை காவுகின்றது. இழை இறுக்கமாகவும் இழையின் பாகங்கள் நிலைக்குத்தாகவும் உள்ளன. இழையிலுள்ள இழுவையையும் 4m திணிவின் ஆர்முடுகலையும் காண்க.

$$2y + x = k \qquad (k \text{ - மாறிலி})$$

$$2\ddot{y} + \ddot{x} = 0 \qquad \rightarrow ①$$



F=ma இனை

m) ↓ $mg - 2T = m\ddot{y}$

$$g - \frac{2T}{m} = \ddot{y} \qquad \rightarrow ②$$

4m) ↑ $4mg - T = 4m\ddot{x}$

$$g - \frac{T}{4m} = \ddot{x} \qquad \rightarrow ③$$

② × 2+ ③ =>

$$2\left\{g - \frac{2T}{m}\right\} + g - \frac{T}{4m} = 2\ddot{y} + \ddot{x} = 0$$

(by ①)

$$\frac{4T}{m} + \frac{T}{4m} = 3g$$

$$T = \frac{12mg}{17}$$

③ =>

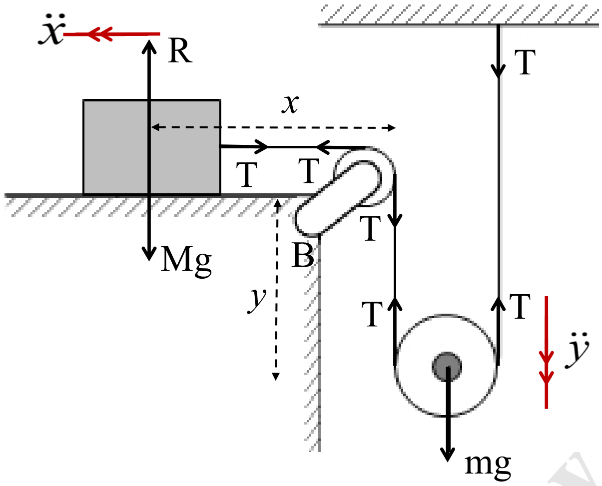
$$\ddot{x} = g - \frac{3g}{17}$$

$$\ddot{x} = \frac{14g}{17}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் ③

ஒப்பமான கிடை மேசையொன்றிலிருக்கும் M திணிவுள்ள துணிக்கை ஒரு மெல்லிய இழையினால் இணைக்கப்பட்டு மேசையின் ஓரத்திலுள்ள நிலைத்த ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் சென்று, m திணிவுடைய இயங்கும் கப்பியின் கீழாகச் சென்று மறுமுனை கிடையான பாவுபலகையில் உள்ள நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. மேசையையும் கப்பியையும் தொடாத இழையின் பாகங்கள் நிலைக்குத்தாகவுள்ளன. இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்பதோடு திணிவு m, $\frac{mg}{4M+m}$ எனும் ஆர்முடுகலுடன்



x, y என்பன நிலையான புள்ளி Bயிலிருந்து அளக்கப்படுகின்றன.

$x + 2y = k$ (k - மாறிலி)

$\ddot{x} + 2\ddot{y} = 0 \rightarrow ①$

F=ma இனை

M) ← $-T = M\ddot{x}$

$$-\frac{T}{M} = \ddot{x} \rightarrow ②$$

m) ↓ $mg - 2T = m\ddot{y}$

$$g - \frac{2T}{m} = \ddot{y} \rightarrow ③$$

②+ ③×2 =>

$$-\frac{T}{M} + 2\left\{g - \frac{2T}{m}\right\} = \ddot{x} + 2\ddot{y} = 0 \quad (by\ ①)$$

$$T\left\{\frac{1}{M} + \frac{4}{m}\right\} = 2g$$

$$T = \frac{2mMg}{4M+m}$$

③ =>

$$\ddot{y} = g - 2\left\{\frac{2Mg}{4M+m}\right\}$$

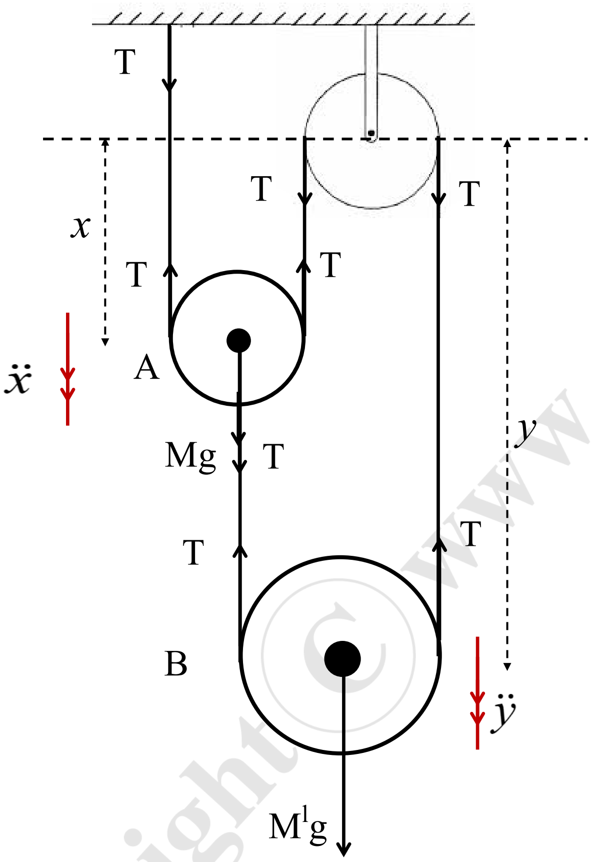
$$\ddot{y} = \frac{mg}{4M+m}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் ④

இழையொன்றின் ஒரு முனை, நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு M திணிவுள்ள இயங்கும் கப்பி A இன் கீழாகச் சென்று பின்னர் நிலையான கப்பியொன்றின் மேலாகச் சென்று பின் M^l திணிவுடைய இயங்கும் கப்பியின் கீழாகச் சென்று இழையின் மறுமுனை கப்பி A இன் அச்சிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழை இறுக்கமாகவும் இழையின் பாகங்கள் நிலைக்குத்தாகவும் உள்ளன. கப்பி A இன் ஆர்முடுகல் $\left(\dfrac{4M-2M^l}{4M+M^l}\right)g$ எனக்காட்டுக.



$$x+x+y+y-x=k \quad (k \text{ - மாறிலி})$$

$$x+2y=K$$

$$\ddot{x}+2\ddot{y}=0 \rightarrow ①$$

F=ma இனை

A) ↓ $Mg+T-2T=M\ddot{x}$

$$g-\frac{T}{M}=\ddot{x} \rightarrow ②$$

B) ↓ $M^l g-2T=M^l\ddot{y}$

$$g-\frac{2T}{M^l}=\ddot{y} \rightarrow ③$$

②+ ③×2 =>

$$g-\frac{T}{M}+2\left\{g-\frac{2T}{M^l}\right\}=\ddot{x}+2\ddot{y}=0 \quad (by\ ①)$$

$$T\left\{\frac{1}{M}+\frac{4}{M^l}\right\}=3g$$

$$T=\frac{3MM^l g}{4M+M^l}$$

③ =>

$$\ddot{x}=g-\left\{\frac{3M^l g}{4M+M^l}\right\}$$

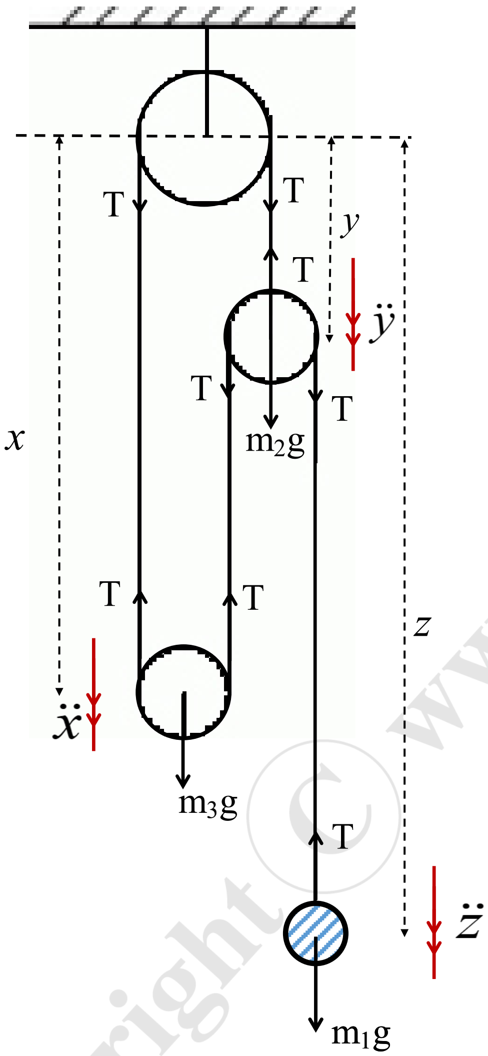
$$\ddot{x}=\left(\frac{4M-2M^l}{4M+M^l}\right)g$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் ⑤

தொகுதி ஓய்விலிருந்து இயங்கவிடப்படின் இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க.



$$z - y + x - y + x + y = k \quad (k \text{ - மாறிலி})$$
$$2x - y + z = 0$$
$$2\ddot{x} - \ddot{y} + \ddot{z} = 0 \quad \rightarrow ①$$

F=ma இனை

$m_1)\downarrow$
$$m_1 g - T = m_1 \ddot{z}$$
$$g - \frac{T}{m_1} = \ddot{z} \quad \rightarrow ②$$

$m_2)\downarrow$
$$m_2 g + 2T - T = m_2 \ddot{y}$$
$$g + \frac{T}{m_2} = \ddot{y} \quad \rightarrow ③$$

$m_3)\downarrow$
$$m_3 g - 2T = m_3 \ddot{x}$$
$$g - \frac{2T}{m_3} = \ddot{x} \quad \rightarrow ④$$

④×2-③+ ② =>

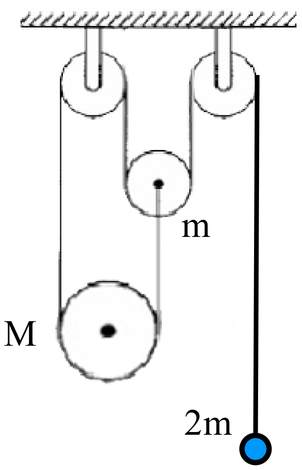
$$2g - \frac{4T}{m_3} - \left\{ g + \frac{T}{m_2} \right\} + g - \frac{T}{m_1} = 2\ddot{x} - \ddot{y} + \ddot{z} = 0$$
$$(by\ ①)$$
$$T\left\{ \frac{4}{m_3} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_1} \right\} = 2g$$
$$T = \frac{2m_1 m_2 m_3 g}{4m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_2 m_3}$$

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம் ⑥

தொகுதி ஓய்விலிருந்து இயங்கவிடப்படின் இழையிலுள்ள இழுவை $\frac{8Mmg}{3M+8m}$ எனக்காட்டுக.

கப்பி m ஓய்விலிருப்பின் 8m = 5M எனவும் காட்டுக.



$$z + y + y + x + x - y = k \qquad (k \text{ - மாறிலி})$$

$$2x + y + z = 0$$

$$2\ddot{x} + \ddot{y} + \ddot{z} = 0 \quad \rightarrow ①$$

F=ma இனை

2m) ↓ $2mg - T = 2m\ddot{z}$

$$g - \frac{T}{2m} = \ddot{z} \quad \rightarrow ②$$

m) ↓ $mg + T - 2T = m\ddot{y}$

$$g - \frac{T}{m} = \ddot{y} \quad \rightarrow ③$$

M) ↓ $Mg - 2T = M\ddot{x}$

$$g - \frac{2T}{M} = \ddot{x} \quad \rightarrow ④$$

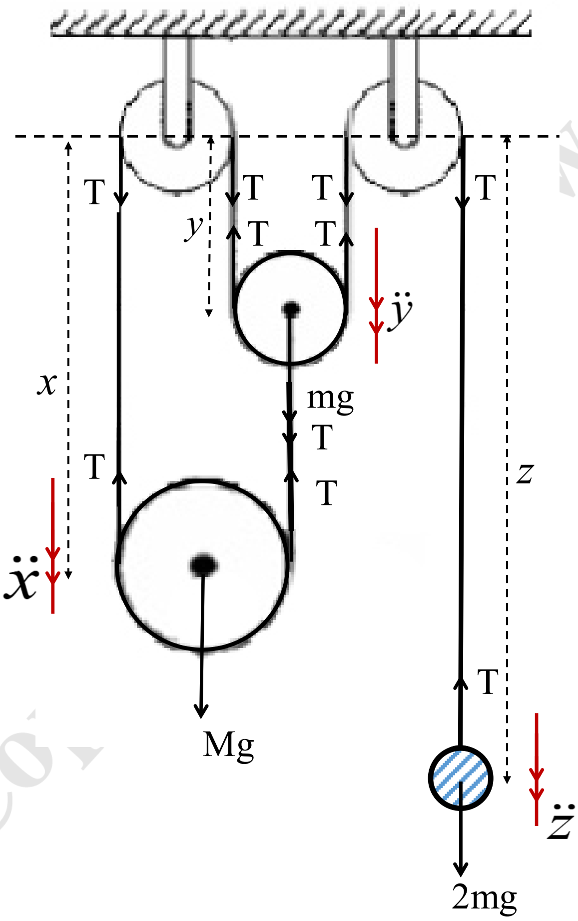
④×2+③+ ② =>

$$2\left\{g - \frac{2T}{M}\right\} + g - \frac{T}{m} + g - \frac{T}{2m} = 2\ddot{x} + \ddot{y} + \ddot{z} = 0$$

(by ①)

$$T\left\{\frac{4}{M} + \frac{1}{m} + \frac{1}{2m}\right\} = 4g$$

$$T = \frac{8Mmg}{3M + 8m}$$



கப்பி m ஓய்விலிருப்பின் $\ddot{y} = 0$

③ => $g = \frac{8Mg}{3M + 8m}$

$$8m = 5M$$

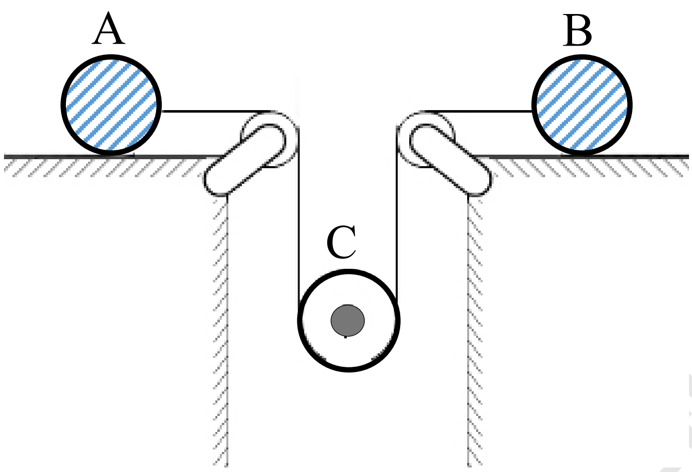
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

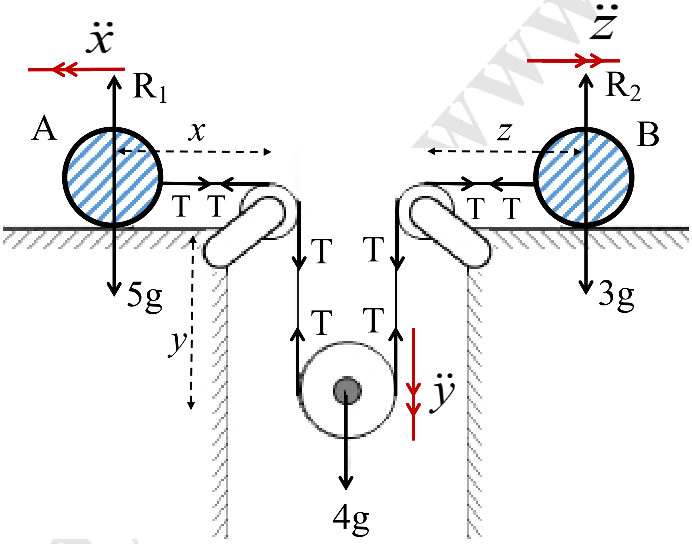
உதாரணம் ⑦

படத்தில் காட்டியவாறு A, B எனும் இரு துணிக்கைகள் இலேசான இழை ஒன்றினால் இணைக்கப்பட்டு இழை இலேசான கப்பி C இன் கீழாகச் செல்கின்றது. C இல் 4kg திணிவு தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது.

A, B என்பவற்றின் திணிவுகள் முறையே 5kg, 3kg ஆகும்.

A, B என்பன ஒப்பமான மேசை மீது உள்ளதெனக்கொண்டு ஒவ்வொரு துணிக்கையினதும் ஆர்முடுகலைக் காண்க.





$x + 2y + z = k$ (k - மாறிலி)

$\ddot{x} + 2\ddot{y} + \ddot{z} = 0 \rightarrow$ ①

F=ma இனை

5g) $\leftarrow$ $-T = 5\ddot{x}$

$-\dfrac{T}{5} = \ddot{x} \rightarrow$ ②

4g) $\downarrow$ $4g - 2T = 4\ddot{y}$

$2g - T = 2\ddot{y} \rightarrow$ ③

3g) $\rightarrow$ $-T = 3\ddot{z}$

$-\dfrac{T}{3} = \ddot{z} \rightarrow$ ④

②+③+ ④ =>

$$-\frac{T}{5} + 2g - T - \frac{T}{3} = \ddot{x} + 2\ddot{y} + \ddot{z} = 0$$

(by ①)

$$T\left\{\frac{1}{5} + 1 + \frac{1}{3}\right\} = 2g$$

$$T = \frac{30g}{23}$$

② => $\ddot{x} = -\dfrac{6g}{23}$

④ => $\ddot{z} = -\dfrac{10g}{23}$

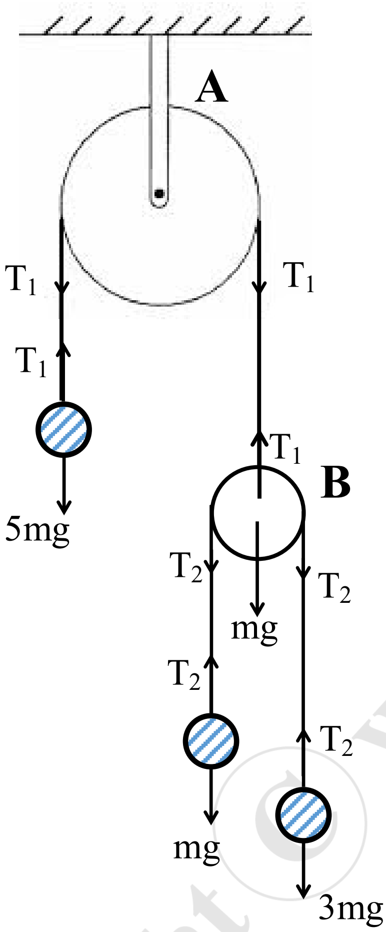
③ => $\ddot{y} = \dfrac{1}{2}\left(2g - \dfrac{30g}{23}\right) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{16g}{23}\right) = \dfrac{8g}{23}$

www.e-thaksalawa.moe.gov.lk
Cop.

Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

உதாரணம்

இழையொன்று அதன் முனை நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு m திணிவுடைய இயங்கும் கப்பியின் கீழாகச் சென்று பின்னர் நிலையான கப்பியின் மேலாகச் சென்று நுனியில் 4m திணிவை காவுகின்றது. இழை இறுக்கமாகவும் இழையின் பாகங்கள் நிலைக்குத்தாகவும் உள்ளன. இழையிலுள்ள இழுவையையும் 4m திணிவின் ஆர்முடுகலையும் காண்க.



$A_{B,E} = F \uparrow$ என்க

$A_{5m,E} = F \downarrow$

$A_{m,B} = f \uparrow$ என்க

$A_{3m,B} = f \downarrow$

$A_{m,E} = A_{m,B} + A_{B,E} = (f+F)\uparrow$

$A_{3m,E} = A_{3m,B} + A_{B,E} = (f-F)\downarrow$

F=ma இனை

5m) $\downarrow$ $5mg - T_1 = 5mF \rightarrow$ ①

(B)m) $\uparrow$ $T_1 - 2T_2 - mg = mF \rightarrow$ ②

m) $\uparrow$ $T_2 - mg = m(f+F) \rightarrow$ ③

3m) $\downarrow$ $3mg - T_2 = 3m(f-F) \rightarrow$ ④

①+②+③- ④ =>

$$5mF + mF + m(f+F) - 3m(f-F) = 0$$
$$m\{10F - 2f\} = 0$$
$$f = 5F \rightarrow ⑤$$

③+④ =>

$$2mg = m(f+F) + 3m(f-F)$$
$$2mg = m\{4f - 2F\}$$
$$g = 2f - F \rightarrow ⑥$$

⑤,⑥ => $g = 10F - F$

$$F = \frac{g}{9}$$
$$f = 5F = \frac{5g}{9}$$

① =>

$$T_1 = 5mg - 5mF = 5mg - 5m\left(\frac{g}{9}\right) = \frac{40mg}{9}$$

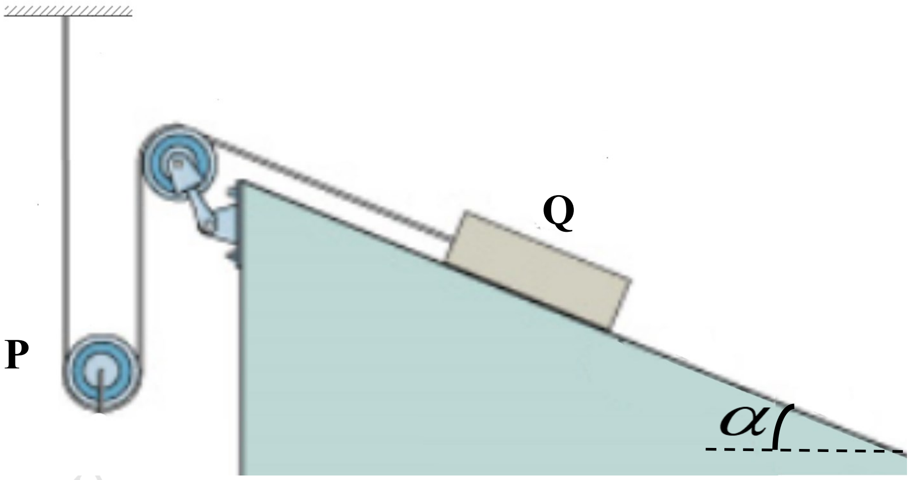
③ =>

$$T_2 = mg + m(f+F)$$
$$T_2 = mg + m\left(\frac{5g}{9} + \frac{g}{9}\right) = mg\left\{1 + \frac{5}{9} + \frac{1}{9}\right\} = \frac{5mg}{3}$$

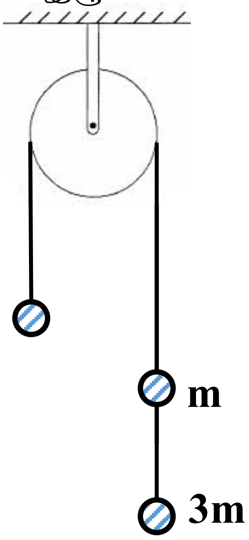
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

பயிற்சிகள்

1 P, Q என்பன முறையே m, M திணிவை உடையன. $m > 2M\sin\alpha$ எனில் சுமையானது சாய்தளம் வழியே மேல்நோக்கி இயங்குமெனக் காட்டுக.

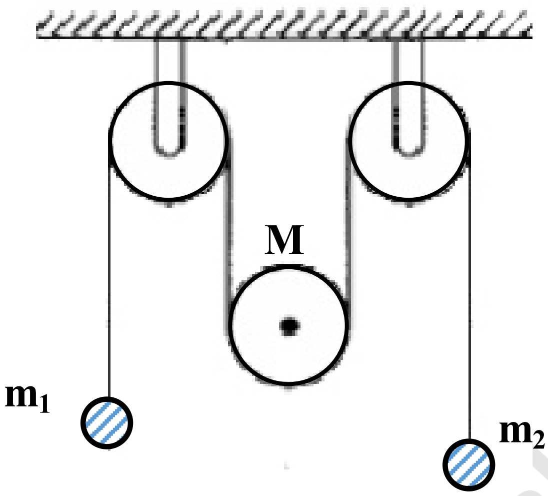


2 தொகுதி ஓய்விலிருந்து இயங்கவிடப்படின் தொகுதியின் ஆர்முடுகலையும் இழையிலுள்ள இழுவைகளையும் காண்க.

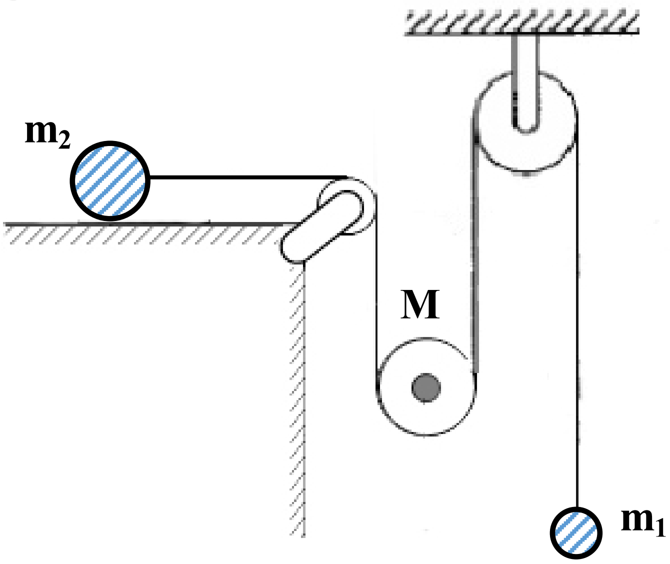


Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

3 எல்லாக் கப்பிகளும் ஒப்பமானவை. தொகுதி ஓய்விலிருந்து இயங்கவிடப்படின் இழையிலுள்ள இழுவை $\dfrac{4Mm_1m_2g}{M(m_1+m_2)+4m_1m_2}$ எனக் காட்டுக.

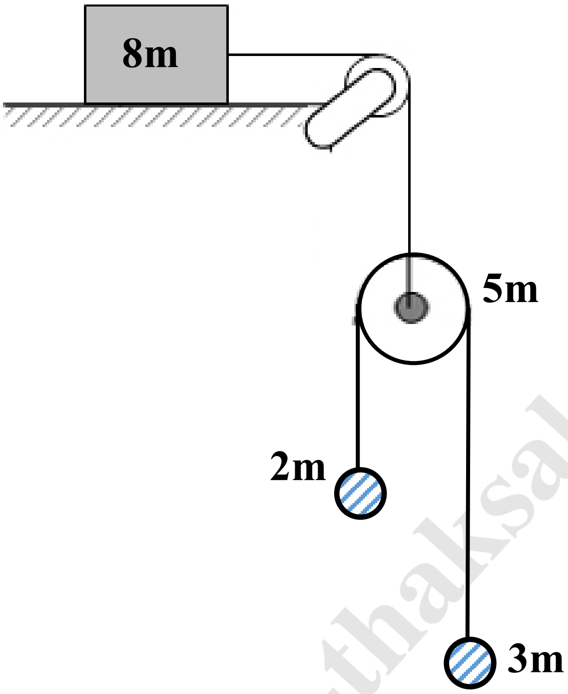


4 தொகுதி ஓய்விலிருந்து இயங்கவிடப்படின் இழையிலுள்ள இழுவை T ஆனது $T\left\{\dfrac{4}{M}+\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}\right\}=3g$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக..



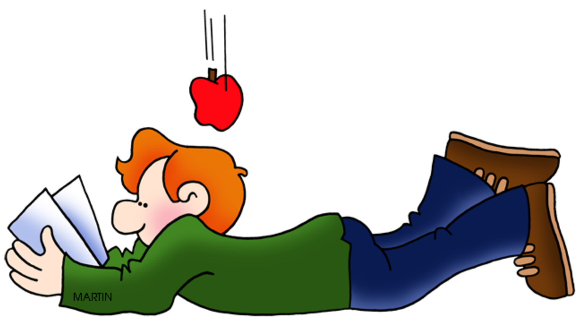
Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk

5 → தொகுதி ஓய்விலிருந்து இயங்கவிடப்படின் 8m திணிவு, $\frac{49g}{89}$ எனும் ஆர்முடுகலுடன் இயங்குமெனக் காட்டுக.



6 → இலேசான நீட்டமுடியாத இழை ஒன்று ஓர் உயர்த்தியின் சீலிங்கில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஓர் இலேசான ஒப்பமாக கப்பியின் மேலாகச் சென்று அதன் நுனிகளில் m, km(k>1) எனும் திணிவுடைய துணிக்கைகளை காவுகின்றது. உயர்த்தி மாறா ஆர்முடுகல் F உடன் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி இயங்கச்செய்யப்படும் அதேவேளை துணிக்கைகள் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றன.

இழையிலுள்ள இழுவை $\frac{2km}{(k+1)}(g+F)$ எனக் காட்டுக.



Copyright © www.e-thaksalawa.moe.gov.lk